This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

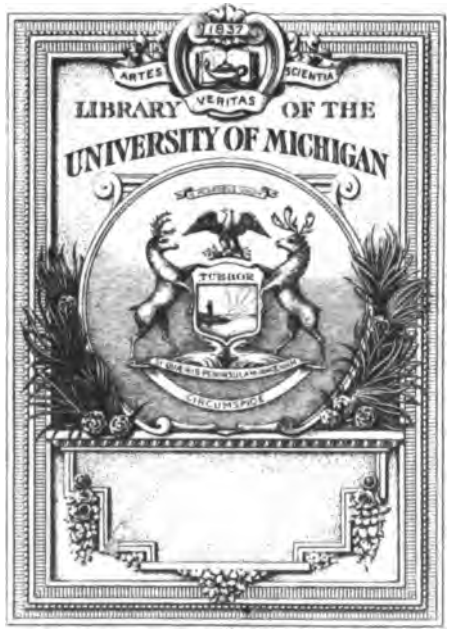
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

Neuncy = Wedender Euclides/

Oder Acht Bücher

Von denen Anfängen

Der

Meß = Kunst/

Auff eine neue und ganz leichte Art/

Zu Nutzen

Allen Generalen/ Ingenieurn/

Natur- und Warheit-Kündigern/ Bau-Meistern/

Künstlern und Handwerckern

In Teutscher Sprach eingerichtet und bewiesen/

Durch

A. E. B. V. P.

Wienn in Oesterreich/

In Verlegung Philipp Fievets/ Buch- und Kunst-Händlers.

Anno MDC. LXXXXIV.

History of Science
Harrassowitz
4-29-24
9731
X/525

An den Günstigen Leser.

OB zwar bißhero viel Euclidische Bücher in verschiedenen Sprachen und Beweißthums-Arten beschriebener / herauß gekommen seynd / so glaube doch / daß deren noch keines also beschaffen / als gegenwärtiges anzutreffen seyn werde; dann man sich hierinnen nicht wenig beflissen hat / aller Orten die mittelmässige Kürtze / und Deutlichkeit deren sonst schweren Vorgaben / nebst denen zuständigen Figuren und gelegenen Druck also einzurichten / daß nicht allein der Gelehrte / sondern auch derjene / welcher nur lesen kan / diese Euclidische Vorgaben leichtlich fassen / und innerhalb wenig Tägen verstehen mag.

Von denen funffzehen Büchern / so Euclides von denen Anfängen der Meß-Kunst geschrieben / habe

habe ich nur acht/ als nöthige Bücher/ [redacted] mahlen herauß gegeben/ die übrigen/ weilen ſie von einer gantz andern Materi/ nemlich von der abgeſonderten Gröſſe handlen/ ſeynd zu andern Tractätlein/ welche mit nechſten folgen ſollen/ mit Fleiß verſchoben worden.

Nun wünſche ich nichts/ als nur allein/ daß unſere Teutſche auch hierinnen deren Außländiſchen Völckern Modien nachfolgeten/ und die Mathematiſche Wiſſenſchafften gleich ihnen erlernen/ und zu Nutzen ihres Herrns und Vatterlandes anwenden möchten/ nicht zweifflend/ daß hierdurch unſere Kriegs- und Friedens-Künſte und Wiſſenſchafften viel in einen höhern Staffel folgends gelangen und uns glückſeliger machen ſollen.

Das

Das

Erste Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.

Außleg- oder Erklärung der Zeichen.

∠	Einen Winckel und Ecke.
═	Parallel- oder gleich weit lauffende Linien.
⊥	Perpendicular, oder Bleyrechte Lini.
⊓	Gleich oder Gleichheit / oder / ist gleich.
⌐	Ist grösser / länger.
⌐	Ist kleiner / kürtzer.
+ bedeutet	Mehr / mit / oder Zusammensetzung mit einander.
—	Weniger / ohne / oder Abzug.
x	Vermehrung / Multiplication.
△	Triangel / Drey-Eck / dreyseitige Figur.
□	Quadrat / gleich vierseitige Figur / Vier-Eck.
▭	Parallelogeam, Winckelrechte ablange Vierung.
⊖	Cubus, Würffel / und auch ein Parallelepipedum.

Zu einem Beyspiel.

Man solte schreiben / der Winckel A. ist gleich dem ∠. B. und die Lini C. D. seye Parallel der Lini E F. so setzt man bloß:

Der ∠. A. ist ⊓. dem ∠. B. und C. D. ist ═, E.F.

Item das Parallelogeam ist grösser als der Triangel FGH.

Viel kleiner aber / als das Quadrat M N. so stehet es also:

Das ▭ ist ⌐ / als der △ FGH. viel ⌐ aber / als das □ MN.

Letzlich der Winckel A sambt denen Winckeln B, und C, und D. ist gleich dem Winckel E. sambt dem Winckel F. stehet also geschrieben

Der ∠ A → B → C ist ⊓ / dem ∠ E → F.

Wort-Erklärungen.

I.

DEr Punct ist ein Tüpfflein/ das in seiner Grösse ungertheilig ist/ oder in welchem wir allhier keine Theile zu betrachten haben. Fig. I.

Gleich wie eins aller Zahlen/ also ist der Punct ein Anfang aller Grösse.

II.

Eine Lini/ oder Strich/ ist eine Länge ohne Breite. Fig. II.

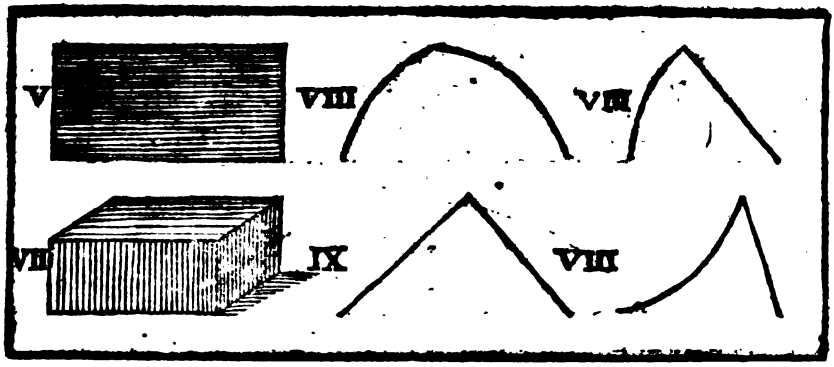
III.

Die eusserste Theile deren Linien seynd Puncten. Fig. III.

Dann eine Lini ihren Anfang von einem Punct nimmt/ und sich an einem Punct endet.

IV.

Eine gerade Lini ist/ welche Schnur eben/ zwischen zwey Puncten ligt: oder eine gerade Lini ist/ die kürtzeste unter allen/ welche auß einem Punct/ in einen andern mögen gezogen werden. Fig. IV.



V.

Eine Ebne oder Fläche iſt/ welche nur allein eine Breite und Länge / nicht aber eine Dicke hat. Fig. V.

VI.

Das Euſſerſte einer Fläche ſeynd Linien.

VII.

Eine gerade Fläche iſt/ welche Schnur eben zwiſchen ihren Linien ligt. Iſt gleich einem wohl polierten Marmorſtein. Fig. VII.

VIII.

Ein flacher Winckel iſt / wann auff einer geraden Fläche zwo Linien mit dem einen Ende ſich einander berühren / und nicht Schnur gerad nach einander liegen/ ſondern eine Lini ſich gegen der andern neiget. Fig. VIII.

IX.

Wan diejenige Linien/ welche dieſen Winckel machen/ gerad ſeynd/ ſo wird er ein geradliniſcher Winckel genannt. Fig. IX.

Die zwo Linien/ welche den Winckel machen/ ſeynd genannt Seiten. Und der Spitz/ oder Punct/ allwo ſie zuſammen ſtoſſen / der Winckel/ oder Eck.

X.

Wan eine gerade Lini (A.B.) auff einer andern geraden Lini (C.D.) stehet/ und die zween Winckeln (a und b) welche sie mit ihrem Anrühren verursachet/ beyde gleich einander machet: so werden demnach beyde Rechte Winckten genannt/ und diejenige gerade Lini (A B.) so auff der andern (C D.) stehet/ wird die Bleyrechte/ oder Perpendicular der jenigen (C.D.) auff welcher sie stehet/ geheissen. Fig. X.

XI.

Ein stumpffer Winckel ist/ welcher gröſſer als ein rechter Winckel ist/ gleich wie E.F.G. Fig. XI.

XII.

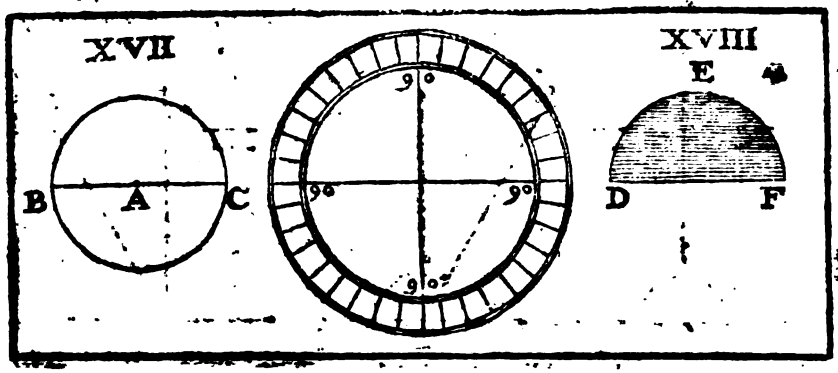
Ein scharffer Winckel ist/ welcher kleiner/ als ein rechter Winckel ist/ gleich wie H.I.K. Fig. XII.

XIII.

Das Eusserste/ oder Rand/ in Latein Terminus, ist eines jeden Dings letztes Ende.

XIV.

Ein Figur ist/ welche von einem oder mehr Ränden beschlossen ist.



XV.

Der Circkel iſt ein flache Figur / mit einer einigen Lini umbgeben / welche der Umbkreiß / Circumferenz, oder Peripheria genannt wird; Wenn man in dieſe auß einem gewiſſen Puncten / welcher in der Figur darinnen genommen wird / einige gerade Linien ziehet / ſo werden ſolche Linien einander in der Länge gleich ſeyn.

XVI.

Ein ſolcher gewiſſer Punct / wird der Mittel-Punct deß Circkels oder Centrum geheiſſen.

XVII.

Der Diameter eines Circkels / iſt eine gerade Lini / die durch den Mittel-Punct gehet / und mit ihrem Ende den Umbkreiß deß Circkels berühret / auch den gantzen Circkel in zwey gleiche Theile abtheilet / gleich wie B.A.C. Fig. XVII.

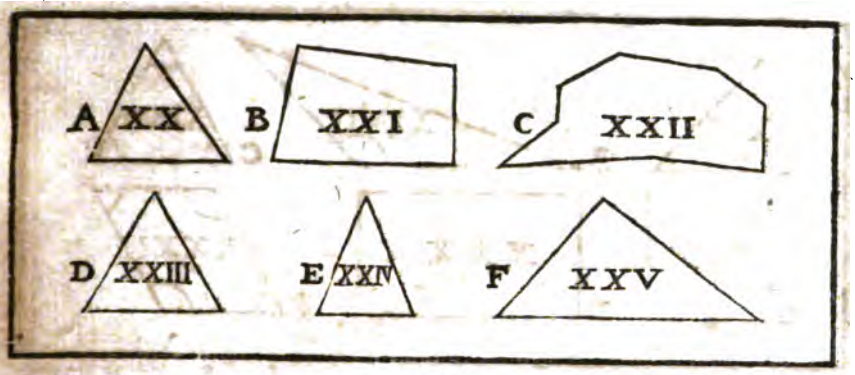
Ein halber Circkel iſt ein flache Figur / welche beſchloſſen wird mit einem Diameter, und einem halben Umbkreiß D.E.F. Fig. XVIII.

Den Umbkreiß eines gantzen Circkels pflegen die Mathematici in 360. gleiche Theile einzutheilen / welche ſie hernach Gradus nennen.

Einen Grad abtheilen ſie wiederumb in 60. Theil / oder Minuten / und eine Minuten in 60. Secunden.

Ein halber Umbkreiß haltet 180. Grad.

Ein Viertel-Bogen / oder Quadrant 90. Grad.



XIX.

Gerad-liniſche Figuren ſeynd / welche aller Orten mit geraden Linien beſchloſſen ſeynd.

XX.

Dreyſeitige Figuren / welche von drey geraden Linien beſchloſſen ſeynd / gleich wie A.

XXI.

Vierſeitige / die von vier geraden Linien beſchloſſen ſeynd / gleich wie B.

XXII.

Vielſeitige / die von mehr als vier geraden Linien beſchloſſen werden / als wie C.

XXIII.

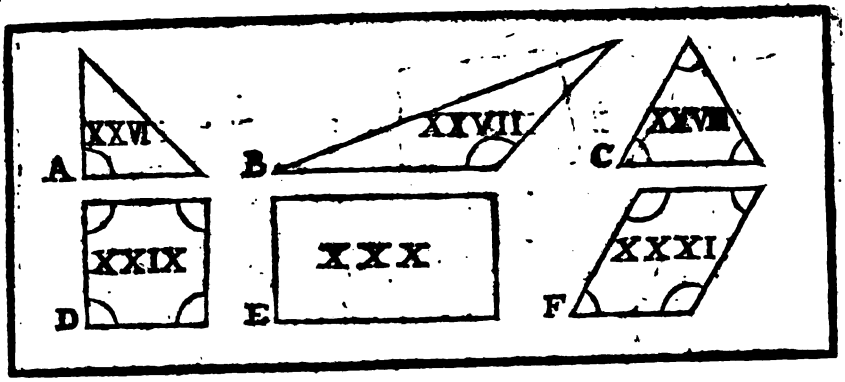
Unter denen dreyſeitigen Figuren / iſt ein gleichſeitiger Triangel genannt / welcher drey gleich lange Seiten hat / wie D.

XXIV.

Der aber nur zwey gleich lange Seiten hat / wird Iſoſceles geheiſſen / wie E.

XXV.

Ein ungleichſeitiger / das iſt / deſſen drey Seiten ungleich ſeynd / ein ſolcher Triangel wird Scalenum genannt / wie F.



XXVI.

Uber dieſe iſt unter denen dreyſeitigen Figuren ein Recht-wincklichter Triangel derjenige/ welcher einen rechten Winckel hat/ wie A.

XXVII.

Ein ſtumpff-winckelichter Triangel/ oder Amblygonium iſt/ welcher einen ſtumpffen Winckel hat/ gleich wie B.

XXVIII.

Ein ſcharff-winckelichter Triangel/ oder Oxygonium iſt/ welcher drey ſcharffe Winckel hat/ gleich wie C.

XXIX.

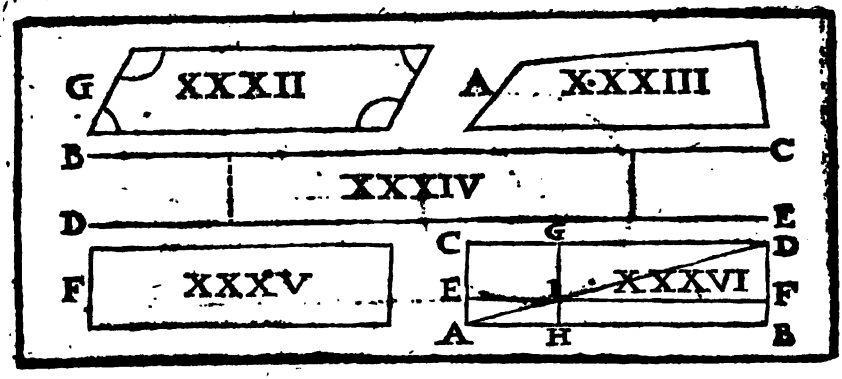
Unter denen vierſeitigen Figuren/ iſt ein Quadrat/ oder Vier-Eck genannt/ welches vier gleich lange Seiten/ und vier rechte Winckel hat/ gleich wie D.

XXX.

Die aber vier rechte Winckel/ nicht aber vier gleich lange Seiten hat/ wird ein winckelrechte ablange Vierung/ oder Rectangulum genannt/ wie E.

XXXI.

Die vier gleich lange Seiten hat/ aber keinen rechten Winckel/ wird eine geſchobene Vierung/ oder Rhombus genannt/ F.



XXXII.

Eine geſchobene verlängte Vierung / oder Rhomboides iſt genant / welche zwey Seiten / und zween Winckeln gegen einander über ſtehend / gleich groß hat / als wie G.

XXXIII.

Auſſer dieſen benandten vierſeitigen Figuren / werden alle andere / ungleiche Vierungen / oder Trapezia, geheiſſen. A.

XXXIV.

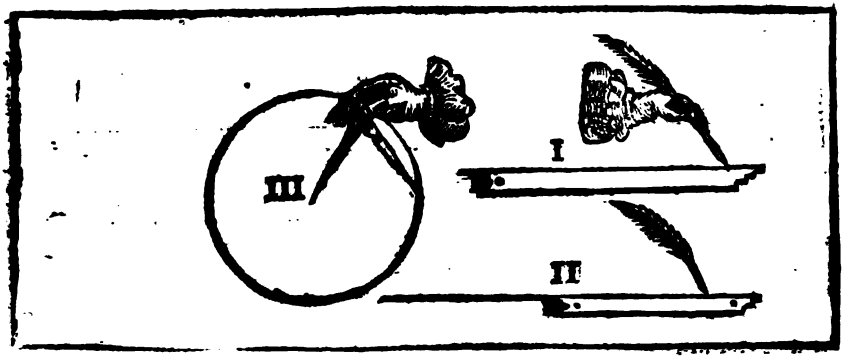
Gerade Parallel-Linien ſeynd / welche auff einerley Fläche liegen / und allzeit gleich weit von einander ſtehen / und ſich nimmermehr anrühren / noch zuſammen kommen / gleich wie BC. DE.

XXXV.

Ein Parallelogrammum iſt ein vierſeitige Figur / deſſen zwey gegenüberſtehende Seiten Parallel, oder gleich weit von einander ſeynd. F.

XXXVI.

Wann in einem Parallelogrammum (ABCD.) auß einem Winckel in dem andern gegen über ein Diameter (AD) gezogen / und darmit das Parallelogrammum in zwey gleiche Theile abgetheilet worden iſt: unterdeſſen aber man auch zwey Parallel-Linien (HG, EF) innerhalb dieſes Parallelograms ziehet / welche ſich in einen Puncten (I) deß Diameters (AD) ins Creutz durchſchneiden / und alſo vier Parallelogrammen machen: ſo werden hernach die zwey Parallelogrammen (HBIF, EICG) durch welche der Diameter (AD) nicht gehet / Complementen / oder Außfühlungen / die zwey andere aber (AHEI, IFGD) / durch welche der Diameter gehet / ſchlecht hinweg / die Parallelogrammen, ſo umb den Diameter ſtehen / genannt.



Begehrungen. Poſtulata.

Die Sach iſt in ſich ſelber klar / und bedarff keines Beweiſſes / man geſteht es gar gern / daß es ſeyn kan / nemlich:

I.

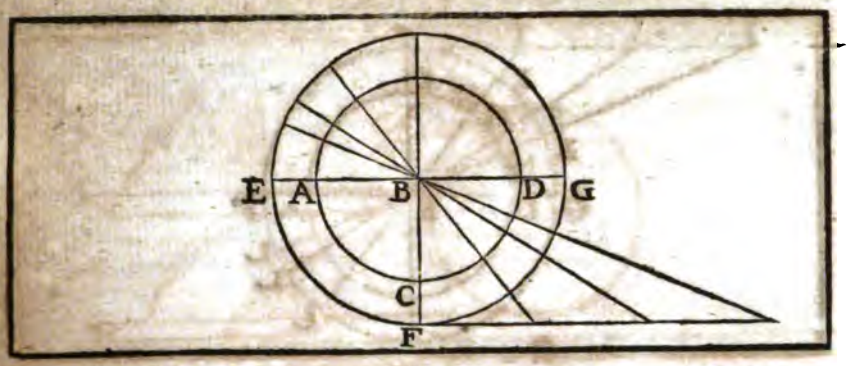
Von einem gegebenen Punct / zu einem andern Punct / eine gerade Lini zu ziehen. Fig. I.

II.

Eine gerade Lini hinauß gerade fort zu verlängern. Fig. II.

III.

Auß einem gegebenen Mittel-Punct / und gegebener Weite einen Circkel zu beſchreiben. Fig. III.



Allgemeine Wiſſenſchafft. Axiomata.

I.

Die Dinge/ welche einem Ding inſonderheit gleich ſeynd/ die ſeynd gleich unter einander.

Alldieweilen die Lini BA ⊓ iſt der BC; und die BD auch ⊓ der BC durch die 15. Wort-Erklärung; ſo werden deßwegen alle drey BA, BD, BC unter einander ⊓ ſeyn.

II.

Wann gleiche Dinge zu gleichen Dingen hinzu geſetzt werden / ſo kommen gleiche Dinge herauß.

Weilen die AB ⊓ iſt der CB, und die CB ⊓ der DB: ſetze hinzu die Gleiche AE, CF, DG; ſo kommen herauß die Gleiche BE, BF BG.

III.

So man von gleichem Dinge gleiches hinweg nimmt; ſo werden auch die übrigen Dinge einander gleich verbleiben.

Von denen Gleichen BE, BF, BG ſeynd hinweg genommen worden die Gleiche AB, CB, DB; die übrige AE, CF, DG werden auch gleich unter einander verbleiben.

IV.

Wann man zu ungleichen Dingen/gleiche Dinge hinzu setzet / so werden die zusammen gesetzte auch ungleich seyn.

Wann man zu denen ungleichen Linien IK. die Gleiche BK. hinzu setzet/ So werden auch die gantze BI, einander ungleich seyn.

V.

So von ungleichen Dingen gleiche abgezogen werden / so werden auch die überbliebene einander ungleich verbleiben.

Wann man von denen ungleichen Linien BI, die Gleiche BK darvon ziehet/ So werden die überbliebene KI, einander noch ungleich seyn.

VI.

Alle Dinge/ welche eines andern Dings (absonderlich gegen einander gehaltene) zwey/ drey/ viermahln/und so fort/ gröſſer seynd/ die seynd gleich einander.

Eine jede KL absonderlich/ ist zwey mahln so groß als BF. derohalben seynd alle KL gleich unter einander.

VII.

Diejenige Dinge/ so jedes absonderlich gerad der halbe / dritte/ vierte Theil von einem andern Dinge ist; die seynd auch gleich einander.

Also seynd alle KB, weilen sie gerad die Helffte von GF seynd/ einander gleich.

VIII.

Wann zwey oder mehr Dinge im Sinne auff einander gelegter verstanden werden/ und sich durchauß zusammen schicken/ auch keines das ander / weder in der Länge/ Dicke/ noch Breite übertreffe/ so seynd auch solche Dinge einander gleich.

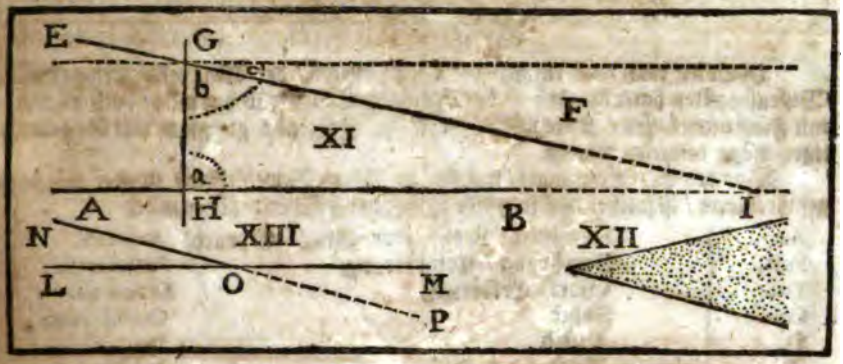
Also/ wann man in einerley Form etwas giesset/ oder machet/ gleich wie die Ziegelsteine/ so ist klar/ daß solche gantz und gar einander gleich groß seyn werden: In denen flachen Figuren hat es eben diese Meinung / welche man insgemein Patronen / und Muster nennet.

IX.

Das gantze ist gröſſer/ als sein Theil.

X.

Alle rechte Winckel seynd einander gleich.



XI.

Wann über zwey gerade Linien (AB und EF) / eine andere gerade Lini (GH) überzwerg gezogen wird / und die zwey inwendige Winckeln (a und b) mit einander kleiner machet / als zwey rechte Winckeln (a und b → c): da man hernach ſolche zwey Linien hinauß verlängert / werden ſie endlich auff derſelben Seiten / allwo die zween Winckeln kleiner / als zween rechte ſeynd / in einem Puncten (geſetzt / als wie in I.) zuſammen kommen.

XII.

Zwey gerade Linien beſchlieſſen keinen Platz / und machen keine Figur: auffs wenigſt gehöret die dritte darzu.

XIII.

Zwey gerade Linien (LO und NO) können nicht auß einer geraden Linie (OM) entſpringen.

Dann wann die gerade Lini NO verlängert wird / ſo geſchicht es nach dem Puncten P, und nicht nach M: ſonſten würden ſie keine gradt-ebne Linien ſeyn.

XIV.

Ein jedes gantzes Ding iſt gleich allen ſeinen Theilen ſammentlich: und hingegen alle Theile ſammentlich ſeynd gleich ſeinem Gantzen.

XV.

Wann ein gantzes Ding eines andern gantzen / und das Hinweggenommene deß andern Weggenommenen doppelt iſt / ſo wird auch das übrige deß andern übrigen doppelt ſeyn. u. ſ. f.

Anmerckungen.

Obwolen man noch ein grössere Anzahl deren / der Welt bekannten gemeinen Wissenschafften hätte hier bey und auffbringen können; so hat mans doch hierinnen mit Fleiß unterlassen / wohl wissend / daß das Folgende gnugsam mit Gegenwärtigen möge bewiesen werden.

Was den Beruff anlanget / welcher in diesem Beweißthume immer stäts beygeführet wird / ist solcher auff folgende Weise zu verstehen: als nemlich

Ax.	bedeutet	Allgemeine Lehr / oder Grund-Spruch	Axioma.
Post.		Begehrung / Anforderung	Postulatum.
Def.		Wort-Erklärung	Definitio.
Corol.		Folge	Corollarium.
D.		Durch	Per.
B.		Buch	Liber.
Vorg.		Vorgab	Propositio.
Handg.		Handgriff	Praxis, Operatio.
Zub.		Zubereitung	Constructio.
An.		Anmerckung	Nota.
Vor.		Vorgehend	Antecedens.

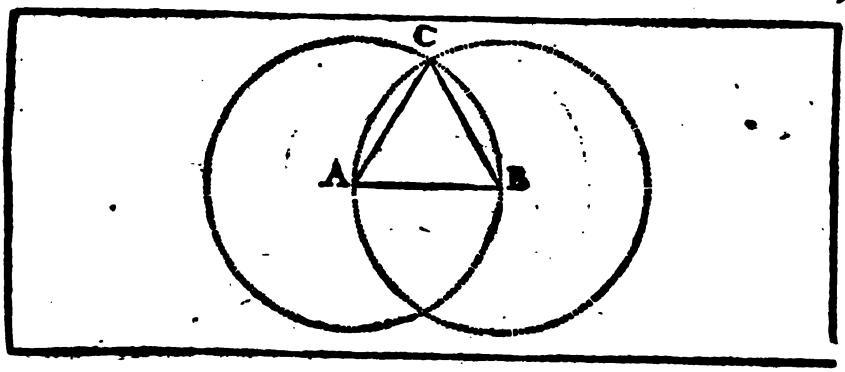
Zu einem Beyspiel / es stehet geschrieben 12. v. 3. b. lese es also:

Durch die zwölffte Vorgab deß dritten Buchs.

Man schreibt es aber noch kürtzer auff solche Weiß / d. 13. 4. das ist:

Durch die dreyzehende Vorgab deß vierdten Buchs.

Problema, Theorema, und Lemma, seynd drey Griechische Wörtlein / so Euclides denen Vorgaben vorsetzet / und wollen nichts anders sagen / als daß die Vorgab entweder ein Handgriff / eine Betrachtung / eine Erleichterung / oder Hülff deß Nachgehenden seye / ohne welchem es sonsten nicht genugsam klar könte bewiesen werden.



Die Erſte Vorgab. Handgriff.

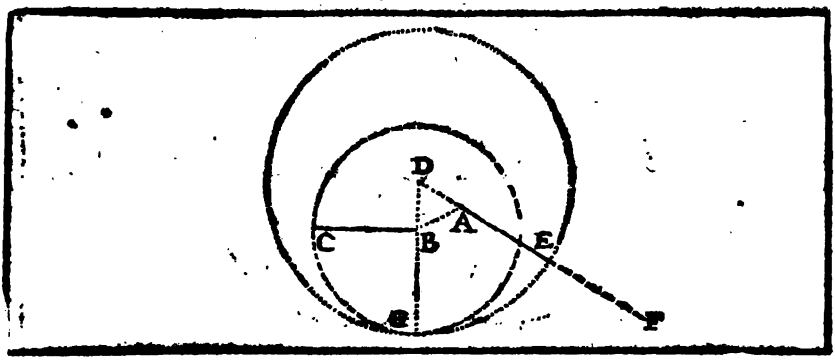
Auff einer gegebenen geraden Lini (AB) einen gleichſeitigen Triangel (ACB) zu machen.

Handgriff.

Aus denen zwey äuſſerſten Puncten A, und B.
mit der Weite der gegebenen Lini AB.
ſchreibe zween Circkel herumb:
Allwo diſe zwey Circkel ſich durchſchneiden / als wie in dem Puncten C.
Ziehe in ſolchen Durchſchnitts-Puncten C
die zwey geraden Linien AC, BC.
So iſt der gleichſeitige △ ACB verfertiget.

Beweiß.

Die Lini AC iſt ⊓ / der Lini AB. — d. 15. def. 1
Die Lini CB iſt auch ⊓ / der Lini AB. — d. 15. def. 1.
Darumb ſeynd die drey Linien einander gleich. — d. 1. ax.
Und deßwegen iſt der △ ACB ein gleichſeitiger △. — d. 25. def. 1.
Welches zu machen ware.



Die II. Vorgab. Handgriff.

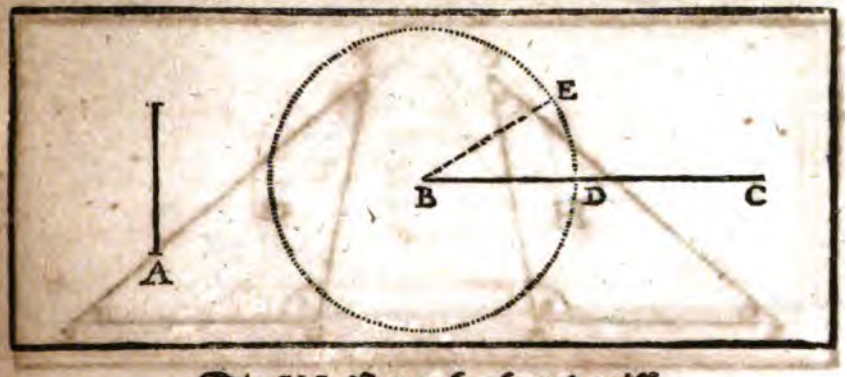
Auß einem gegebenen Puncten (A) eine gerade Lini (AE) zu ziehen / welche einer andern vorgegebenen geraden Lini (BC) gleich lang ſeye.

Handgriff.

Ziehe zuſammen die zween Puncten BA, — p. 1. poſt.
Auff der Lini AB mache den gleichſeitigen △ ADB, — p. 1. l. 1.
Aus dem Punct B, mit der Weite BC ſchreibe einen Circkel. — p. 3 poſt.
Verlängere die Seiten DB biß am Umkreiß G,
und die Seiten DA hinauß ein F, nach Gebühr.
Auß dem Punct D, mit der Weite DG, ſchreibe einen Circkel/
welcher die Lini DF durchſchneiden werde in E.
Die Lini AE wird alsdann ∏ ſeyn/ der Lini BC.

Beweiß.

Die Lini DA iſt ∏/ der Lini DA. — p. 8. Handg.
und die Lini DG iſt ∏/ der Lini DE. — p. 14. def. 1.
Wann man von denen gleichen Linien DG, und DE
die gleiche Linien DB, und DA abziehet:
So wird überbleiben die Lini BG ∏/ der Lini AE. — p. 3. ax.
Die Lini BG aber iſt ∏/ der Lini BC. — p. 15. def. 1.
Dahero wird auch die Lini AE ∏ ſeyn / der Lini BC.
Welches zu machen ware.



Die III. Vorgab. Handgriff.

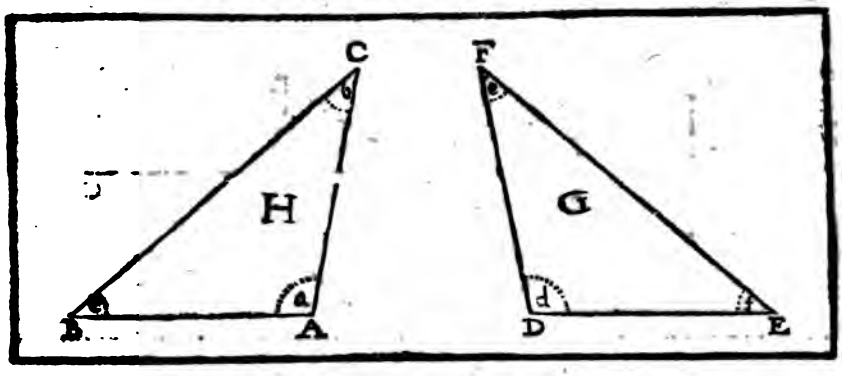
Von zwey gegebenen geraden Linien (A und BC) ungleicher Länge: von der Längern (BC) einen Theil (BD) / welcher gleich iſt der gegebenen kürtzern Lini (A) / abzuſchneiden.

Handgriff.

Auß dem Punct B mache die Lini BE ⊓ / der Lini A. d. 2, 1.
Schreibe auß dem Punct B, mit der Weite BE, einen Circkel / welcher die Lini BC durchſchneiden werde in D.
Nun ſage ich / daß das Stück / oder die Lini BD ⊓ ſeye abgeſchnitten worden / der gegebenen Lini A.

Beweiß.

Die Lini BD iſt ⊓ / der Lini BE. d. 15. def. 1.
die Lini BE aber iſt ⊓ / der Lini A. d. d. Hand.
Dahero wird auch die Lini BD ⊓ ſeyn / der Lini A, d. 1. ax.
welche von der Längern BC iſt abgeſchnitten worden:
Welches zu machen wäre.

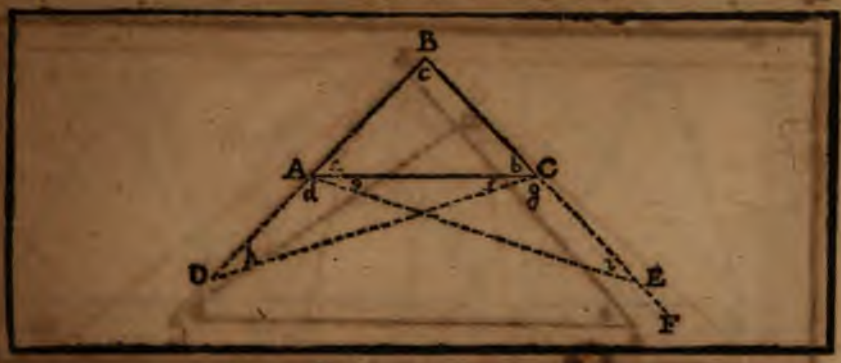


Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann in zweyen Triangeln (H und G) zwo Seiten (AC, BC) eines/ gleich ſeyn zweyen Seiten (DF, EF) deß andern/ eine jede inſonderheit der andern (gleich wie AC ∏/ DF, und BC ∏/ EF) auch die zween Winckeln (b und c)/ ſo von ſothanen gleichen Seiten gemacht werden/ einander gleich ſeyn: alsdann werden auch die Baſes (AB und DE) einander gleich ſeyn; und der eine Triangel (H) wird ſich durchauß mit dem andern Triangel (G) vergleichen; auch die übrigen zwey Winckeln/ ſo von gleichen Seiten beſchloſſen ſeynd/ werden einander gleich ſeyn. (das iſt/ der Winckel a wird ∏ ſeyn/ dem Winckel d, und der Winckel c ∏/ dem Winckel f.)

Beweiß.

Weilen in dem △ H der ∠ b ∏ iſt/ dem ∠ c in dem △ G, und die Seiten AC ∏/ der Seiten DF. — d. d. Vorg.
Item die Seiten CB ∏/ der Seiten FE. — d. d. Vorg.
So iſt klar/ daß/ wann man den △ ACB auff den △ DFE alſo leget/ daß der Spitz C auff den Spitz F/ und die Seiten AC auff DF/ und BC auff EF zu ligen kommen/ auch nothwendig die Lini AB auff die Lini DE fallen und eintreffen werde/ das iſt:
Die Baſis AB wird ∏ ſeyn/ der Baſis DE; und ſo fort wird ſich der gantze △ H mit dem △ G durchauß zuſammen ſchicken/ und einander gleich ſeyn. — d. 8. ax.
Dahero auch der ∠ a ∏ ſeyn wird dem ∠ d; und der ∠ c ∏/ dem ∠ f. — d. 7. ax.
Welches zu beweiſen ware.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

In denen Triangeln (ABC / welche zwo gleiche Seiten (AB, CB) haben/ seynd die zween Winckel (a und b) ober der Basis (AC) einander gleich: und wann die zwo gleiche Seiten (AB, CB) verlängert werden / (als wie in D. und F.) so seynd auch die zween Winckel (d → c. und g → f) unter der Basis (AC) einander gleich.

Zubereitung.

Mache CE ∏ / AD; und ziehe zusammen EA, und DC. { d. 3. r. / d. 1. post.

Beweiß.

Betrachte erstlich die zwey △ ABE, und BCD, alsdann sage:
In dem △ ABE seynd die zwo Seiten AB, und BE ∏ / denen zwo Seiten CB, und BD im △ BCD/ und der ∠ c ist beyden △ gemein. { d. d. Vor. / und Zuh.
Darumb wird die Basis AE ∏ seyn/ der Basis CD.
Und auch — die ∠ e → a/ und ∠ i werden ∏ seyn/ denen ∠ f → b, und ∠ h. d. 4. r.
Betrachte zum andern die zwey △ ACE / und ACD/ sprechend: { d. d. Zuh. / und d. Vor.
In dem △ ACE seynd die zwo Seiten AE, und CE ∏ / denen zwo Seiten CD, und AD im △ ACD/ und der ∠ i ∏ dem ∠ h. d. d. Vor.
Folget/ daß auch die übrige zween ∠ e/ und f → g ∏ seyn werden/ denen übrigen zween ∠ f/ und c → d. d. 4. 1.
Das ist/ der ∠ f → g ist ∏ / dem ∠ e → d unter der Basis.
Unterdessen abzihe von denen gleichen ∠ c → a/ und f → b die gleiche ∠ e/ und f. d. d. Vor.
So wird überbleiben der ∠ a ∏ / dem ∠ b ober der Basis. d 3. ax.
Welches zu beweisen war.

Folge.

Ein jeder gleichseitiger Triangel ist auch gleichwinckliche.

Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wann in einem Triangel (ABC) die zwey Winckeln (a b) einander gleich seynd/ so werden auch die zwo Seiten (AB und BC)/ welche die gleichen Winckeln unterspannen/ einander gleich seyn.

Beweiß.

Ob zwar diese Vorgab aus den vorgehenden für eine Warheit könte angenommen werden: so möchte dannoch einer einwerffen/ daß eine von denen zwo Seiten gesetzt/ als wie AB ⌐ wäre/ als die Seiten CB.

Mache derohalben nach dessen Willen/ (wofern es möglich ist) die Seiten AD ⊓/ BC/ und hange CD zusammen.

Nunmehro/ weilen in dem △ ADC die Seiten AD ⊓ ist/ der Seiten CB im △ ABC.

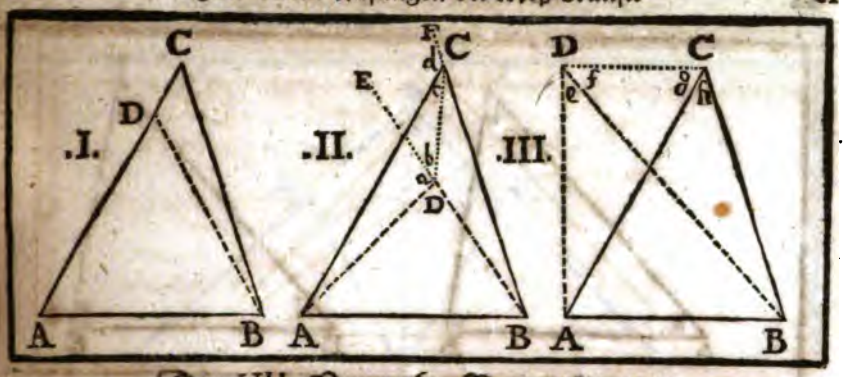
Und die Seiten AC beyden △ gemein; auch der ∠ a ⊓ ist gegeben/ dem ∠ b. d. d. Vorg.

Folget/ daß der △ ADC ⊓ seye/ dem △ ABC. d. 4. 1.

(nemlich ein Theil seinem gantzen: so nicht seyn kan/ d. 9. ax.

Deßwegen ist es noch wahr/ daß die Seiten AB ⊓ seye der Seiten CB.

Welches zu beweisen ware.



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Auff einer geraden Lini (AB) können nicht zwey andere gerade Linien/ (als wie AD, BD) auß einerley Ende (A, B) und gegen einerley Seiten/ gleich denen erſten Linien (AC, BC, daß nemlich AD ∏ ſeye/ AC; und BD ∏/ BC) in einem andern Puncten (als nemlich in D) gezogen werden.

Dreyerley Fähle können in dieſen Betrachtungen vorkommen.

Beweiß. I.

Wann man den Punct D in die Lini AC ſetzet.

So iſt es in ſich ſelbſt klar/ daß die Lini AD nit ∏ ſeye/ der Lini AC. d. 9. ax.

II.

Wann der Punct D innerlich in dem △ ACB geſetzt wird.

So ziehe AD, und BD zuſammen.

Hernach verlängere nach Gebühr BD in E, uñ BC in F, und zihe DC zuſamen/ d. 2 poſt.

Weilen nun die Lini AD ∏/ der Lini AC geſetzt wird/

So wird in dem △ ACD/ oder der Baſis DC/ der ∠ a → b ∏/ ſeyn dem ∠ c. d. 5. 1

Abermahlen/ weiln die Lini BD ∏/ der Lini BC geſetzt wird.

So wird in dem △ DBC/ unter der Baſis DC, der ∠ b ∏ ſeyn/ dem ∠ c → d. d. 5. 1.

Welches aber nicht ſeyn kan/ indeme der ∠ b (welcher kurtz vorhero nur ein Theil deß ∠ b → a und dahero kleiner/ als der ∠ c ware/) nunmehro aber ∏/ als derſelbe ∠ c ſeyn ſolte.

III.

Letzlich/ wan der Punct D auſſerhalb den △ ABC geſetzt wird/

So ziehe zuſammen AD, BD, DC. Dieweilen die Lini AD ∏/ der Lini AC geſetzt wird/ folget/ daß in dem △ DAC der ∠ e → f ∏ ſeye/ dem ∠ g. d. 5. 1.

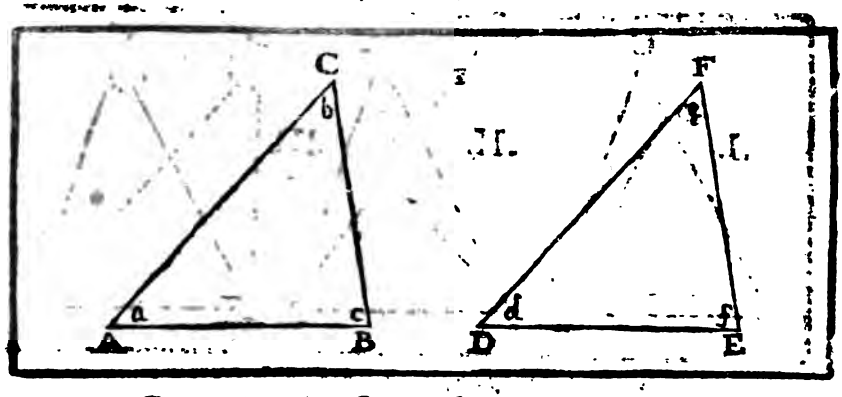
Abermahlen/ weilen man ſetzet die Lini BD ∏/ BC,

So wird in dem △ BC der ∠ f ∏ ſeyn/ dem ∠ g → h. d. 5. 1.

Der ∠ f aber ware vorgehends nur ein Theil deß ∠ e → f, und folgends auch nur ein Theil deß ∠ g und jetzund ſolte derſelbe ∠ f ∏ ſeyn/ dem noch gröſſern ∠ g → h; ſo wider die Vernunfft ſtreitet. d. 9. ax.

Dahero man ſchlieſſet/ daß auff einer geraden Lini nicht zwey andere gerade Linien auß einerley Ende/ und gegen einerley Seiten (gleich denen erſten Linien) in einen andern neuen Puncten können gezogen werden; ſondern ſolche werden nothwendig mit denen erſtgezogenen einfallen/ und durchauß übereins kommen/ und nur eine Lini machen.

Welches zu beweiſen ware.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Triangel (ABC) die drey Seiten / andern dreyen Seiten eines andern Triangels (DEF)/ eine jede der andern inſonderheit gleich hat: ſo werden auch die drey Winckeln Eines/ ſo von gleichen Seiten unterſpannet ſeynd/ denen drey Winckeln deß andern / ein jeder inſonderheit dem andern gleich ſeyn.

Beweiß.

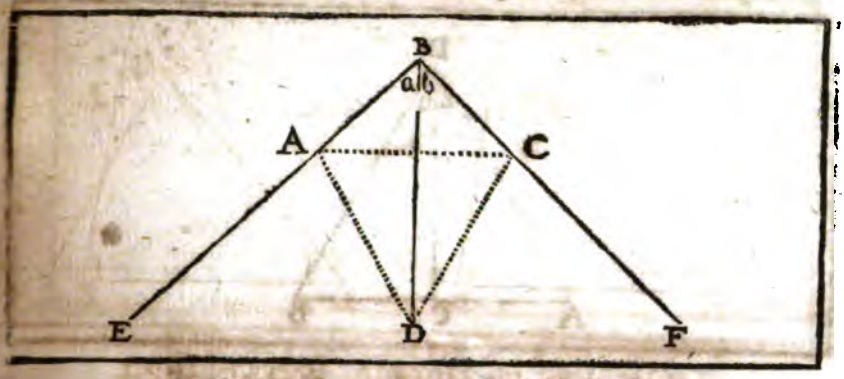
Betrachte im Sinne/ als wenn der △ ABC auff den △ DEF geleget wäre.

Alsdann/ weilen AB ∏/ iſt der DE: — d. 8. Vorg.
ſo werden ſich beyde Linien durchauß auff einander ſchicken. — d. 8. ax.

Weilen auch AC ∏/ iſt der DF/ und BC ∏/ der EF. — d. 8. Vorg.
ſo wird der Spitz C gerad auff F zu liegen kommen / und nicht in einen andern Punct auſſer- oder innerhalb deß △ DFE fallen. — d. 7. r.

Darumben werden ſich die △ ABC/ und DEF durchauß zuſammen ſchicken/ und einander gleich ſeyn/
und folgends auch der ∠ b ∏/ dem ∠ e.
Item der ∠ a ∏ dem ∠ d/ und der ∠ c ∏ dem ∠ f. } d. 8. ax.

Welches zu beweiſen ware.



Die IX. Vorgab. Handgriff.

Einen gegebenen gerad-liniſchen Winckel (CBF) in zwey gleiche Theile zu ſchneiden.

Handgriff.

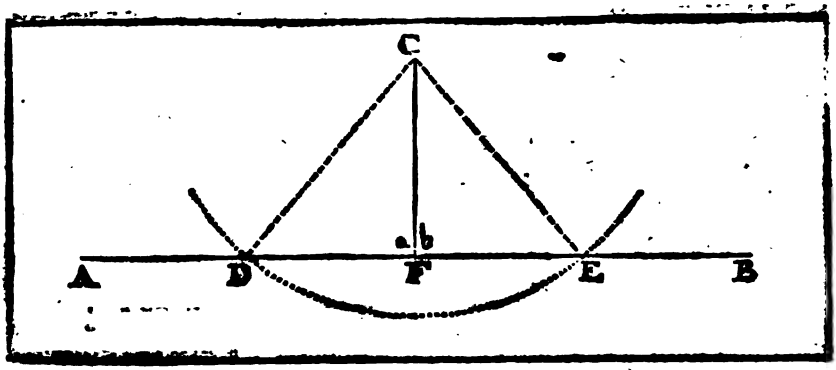
Mache AB ⊓/ der BC. d. 3. 1.
Hange AC zuſammen.
Auff der Lini AC mache unter ſich den gleichſeittigen △ ADC. d. 1. 1.
Ziehe durch die Puncten B D eine gerade Lini/ welche den gegebenen Winckel a + b gleich entzwey theilen werde.

Beweiß.

In dem △ ABD iſt AB ⊓/ der BC in dem △ CBD. d. d. Handt.
Die Lini AD iſt auch ⊓/ der Lini CD. d. 1. 1.
Und die Seiten BD iſt auch beyden △ gemein.
Darumb wird der ∠ a ⊓ ſeyn dem ∠ b. d. 8. 1.
Welches zu machen ware.

Folge.

Einen jeden gerad-liniſchen Winckel in gleiche Theile/ als in 4. 8. 16. ſo fort / abzutheilen / iſt mehr nichts nöthig/ als nur jederzeit den halben Winckel wiederum gleich entzwey zu ſchneiden.



Die XII. Vorgab. Handgriff.

Auß einem gegebenen Puncten (c)/ welcher ausserhalb einer gegebenen geraden Lini (AB) ist/ eine bleyrechte Lini (CF) auff solche (AB) herunter zu lassen.

Handgriff.

Auß dem Punct C schreibe nach Gebühr einen Circkel-Bogen/ welcher die vorgegebene AB durchschneide in zweyen Puncten/ als wie in D/ und E.

Zertheile DE in mitten entzwey im Puncten F. — h. 10. 1.

Ziehe die gerade Lini CF/ welche die verlangte bleyrechte Lini seyn werde.

Beweiß.

In dem △ DFC ist DF ⊓/ EF in dem △ EFC/ — h. 8. Hand.

und DC ist ⊓/ EC. — h. 15. def. 1.

auch die Lini FC ist beyden △ gemein

Darum wird der gantze △ DFC ⊓ seyn/ dem gantzen △ EFC. — h. 8. 1.

und folgends der ∠ a ⊓/ dem ∠ b.

Deßwegen ist die gerade Lini FC die bleyrechte Lini. — h. 10. def. 1.

auff der gegebenen Lini AB.

Welches zu machen ware.

Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (DC) auff einer andern geraden Lini (AB) stehet: so machet solche Lini (CD) zween Winckeln (a + b und c) / welche / oder zween rechte Winckeln / oder beyde zusammen genommen / zween rechten gleich seynd.

Beweiß.

Wenn die gerade Lini CD auff AB stehet / und beyde Winckeln a + b / und c einander gleich machet: so ist klar / daß beyde Winckel rechte Winckeln seynd. d. 10. def. 1.

Solte aber die gerade Lini CD zween ungleiche Winckeln machen / nemlich den ∠ a + b ⌜ / als den ∠ c.

So erhöhe auß dem Punct C die bleyrechte CE. d. 10. 1.

Dieweilen nun denen zweyen ∠ b / und c ⌐ ist / die Rechte ∠ b + c. nemlich die Theile seinem Gantzen.

Wenn man unterdessen / beyderseits hinzu setzet den rechten ∠ a.

So werden so wohl die drey ∠ c / b / a ⌐ seyn / zweyen rechten ∠; als die zwey ∠ b + c und a.

Dann es ist klar / daß die drey Winckel c / b / a eben denselben Raum / welchen die zween ∠ a / b + c / oder die zween ∠ a + b / c einnehmen / begreiffen.

Welches zu beweisen ware.

Folge.

Wann der eine Winckel c ein rechter ist / so wird auch der andere Winckel a + b ein rechter seyn / wann er aber ein spitziger ist / so werde der andere ein stumpffer Winckel seyn.

Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

Wann auß einem Punct (D) in eine gegebene gerade Lini (DC) zwo gerade Linien (DA/ DB) nicht auff eine Seiten gezogen seynd/ und hernachmahln die zween Winckeln (a und b + c) zween rechten Winckeln gleich groß gemacht haben: so werden sothane zwo Linien (DA/ DB) schnur gradt ligen (das ist/ die Lini ADB wird eine gerade Lini seyn.)

Beweiß.

Gesetzt/ es wären die Linien AD/ und DB nicht eine schnurgerade Lini: so seye dann eine solche eine andere/ als wie DE/ welche mit AD eine schnurgerade Lini machen solte.

Darauff folget/ weilen die gerade Lini CD auff der vermeinten schnurgeraden Lini ADE stehet/ Daß die zwey ∠ a/ und b ∏ seyen/ zween rechten Winckeln. d. 13. 1.

Nach der Vorgab aber seyn die ∠ a/ und b + c auch ∏/ zween rechten Winckeln.

Wann man nun beyderseits den gemeinen ∠ a abziehet/ so wird überbleiben der ∠ b ∏/ dem ∠ b + c.

Welches nicht möglich ist/ das nemlich ein Theil seinem gantzen gleich seye. d. 9. ax.

Darumben ist zu sagen/ daß die Lini ADB allein dieselbe schnurgerade Lini seyn müsse.

Welches zu beweisen ware.

Die XV. Vorgab. Betrachtung.

Wenn zwo gerade Linien (AB/ DC) sich einander durchschneiden; so werden sie die zween Winckeln (a und c/ oder b und d)/ welche bey dem Punct der Durchschneidung gegen einander über stehen/ einander gleich machen.

Beweiß

Dieweilen CD auf AB stehet/ so werden die zween ∠ a und b ⊓ seyn/ zween rechten ∠. d. 13. 1.

Ebnermassen/ weilen die Lini AB auff der Lini DC stehet/ so werden die zween ∠ b und c ⊓ seyn/ zween rechten ∠. } d. 13. 1.

Wenn man unterdessen beyderseits den gemeinen ∠ b darvon ziehet; So wird überbleiben der ∠ a ⊓/ dem ∠ c. d. 3. ax.

Nach solchem Beweiß wird auch der ∠ b ⊓ seyn/ dem ∠ d.

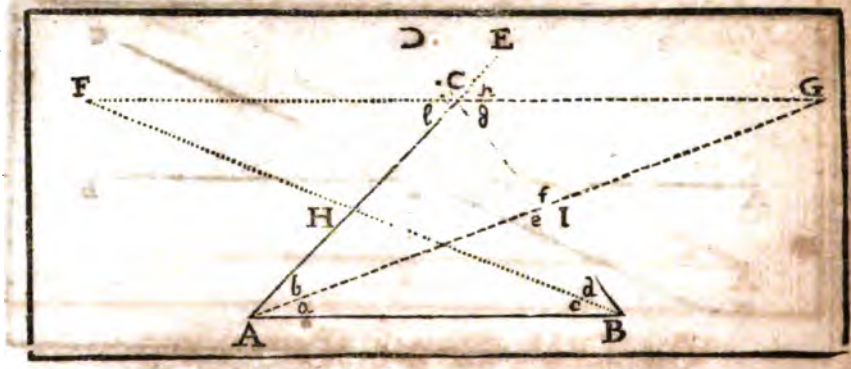
Welches zu beweisen ware.

Folge. I.

Wenn zwo gerade Linien sich einander durchschneiden/ so werden die vier ∠ umb den Durchschneids-Puncten/ gleich vier rechten ∠ seyn.

II.

Alle Winckeln/ so viel ihrer auß einem Punct mögen gezogen werden/ machen sammentlich nicht mehr/ als nur vier rechte Winckeln.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

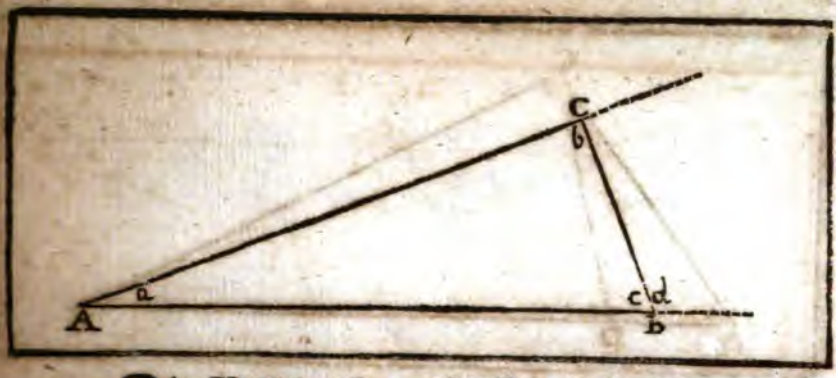
Wann eine Seiten (AC oder BC) eines Triangels (ABC) verlängert wird/ (als wie in E oder D): ſo wird der außwendige Winckel (h → g/ oder i → l) gröſſer ſeyn/ als ein jeder von denen zween inwendigen Winckeln (b → a/ oder d → c/ die dargegen über ſtehen.

Zubereitung.

Zertheile ſo wol BC/ als AC gerad entzwey in I und H. d. 10. 1.
Ziehe AIG/ und BHF durch I und H ſo weit hinauß/
Biß IG ∏ ſeye/ AI; und HF ∏/ HB.
Hange CG/ CF zuſammen.

Beweiß.

In denen zwey △ AIB/ GIC iſt BI ∏/ der CI. d. d. Zuh.
und AI ∏/ IG: auch der ∠ e iſt ∏/ dem ∠ f. d. 15. 1.
Dahero iſt der gantze △ AIB ∏/ dem gantzen △ GIC/ d. 4. 1.
und alſo folgends der ∠ C → d ∏/ dem ∠ g.
auff ſolche Weiſe iſt in denen △ BAH/ FHC der ∠ b → a ∏/ dem ∠ l.
Unterdeſſen iſt der ∠ g → h Γ als ſein Theil/ nemlich als der ∠ g/ d. 9. ax.
oder als der ∠ h/ welcher ſonſten ∏ iſt/ dem ∠ l. oder b → a } d. 15. 1.
Dahero wird auch der ∠ g → h Γ ſeyn/ als der ∠ c → d/ } und das vor.
oder/ als der ∠ a → b.
Welches zu beweiſen ware.



Die XVII. Vorgab. Betrachtung.

In einem jeden Triangel (ABC) ſeynd zween Winckel / man nehme zuſammen welche man wolle (als wie b und c) / kleiner als zween rechte Winckeln.

Zubereitung.

Verlängere die Seiten AB / und AC.

Beweiß.

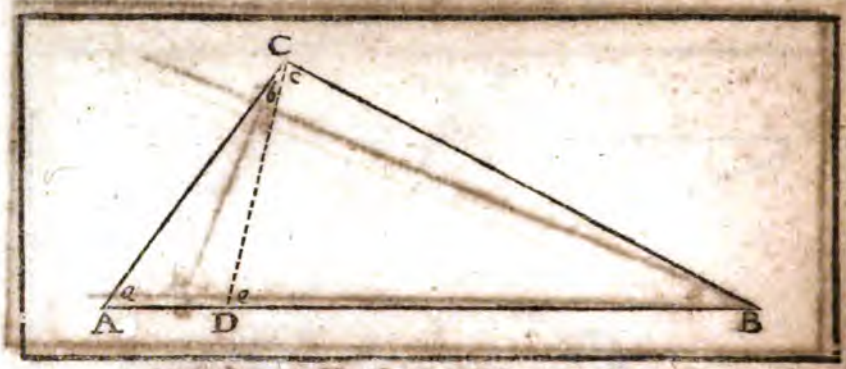
Der äuſſerliche ∠ d iſt ⌐ / als der innerliche ∠ b, d. 16. 1.
Setze beyderſeits hinzu den gemeinen ∠ c,
So werden die zween ∠ d und c ⌐ ſeyn /
als die zween ∠ b uud c.
Die zween ∠ d und c aber ſeynd ⊓ / zween rechten ∠ d. 4. ax.
Darum werden die zween ∠ b und c ⌝ ſeyn / als zween Rechte ∠. d. 13. 1.
Welches zu beweiſen ware.

Folge. I.

Wann in einem △ ein Rechter / oder ſtumpffer Winckel iſt /
So werden die zween übrige / ſpitzige / oder ſcharffe ∠ ſeyn.

II.

In denen drey gleichſeitigen △ ſeynd alle drey Winckel ſpitzig.



Die XVIII. Vorgab. Betrachtung.

In einem jedwedern Triangel (ABC) unterſpannet die längere Seite (AB) den gröſſern Winckel (b → c)

Beweiß.

Wenn man es nicht glaubet / ſondern ſaget / daß die kürtzere Seiten BC einen gröſſern ∠ a unterſpanne.

So mache von B auß / das Stück BD ⌐ / der Seite BC. d. 3. 1.
und ziehe DC. zuſammen.

Weilen in dem △ CBD die Seite BD ⌐ iſt / der Seiten CB / d. d. Zuſ.
ſo wird der ∠ c ⌐ ſeyn / dem ∠ c. d. 5. 1.

Der ∠ c aber / als ein außwendiger ∠ / iſt ⌐ /
als der inwendige ∠ a allein. d. 16. 1.

Darum wird auch der Winckel c ⌐ ſeyn / als der ∠ a. d. 9. ax.
und folgends der gantze ∠ b → c noch vil ⌐ / als der ∠ a.

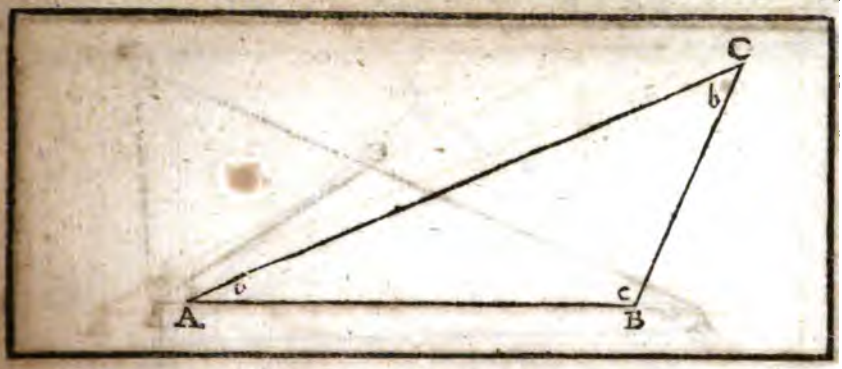
Darauß man ſchlieſſet / daß alſo die kürtzere Seite BC
nicht von einem gröſſern / ſondern von einem kleinern Winckel
unterſpannet werde.

Das iſt / der gröſſere ∠ b → c unterſpannet die längere Seiten AB /
und der kleinere ∠ a / die kürtzere CB.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

In einem ungleichſeitigen Triangel ſeynd alle drey Winckel
einander ungleich.

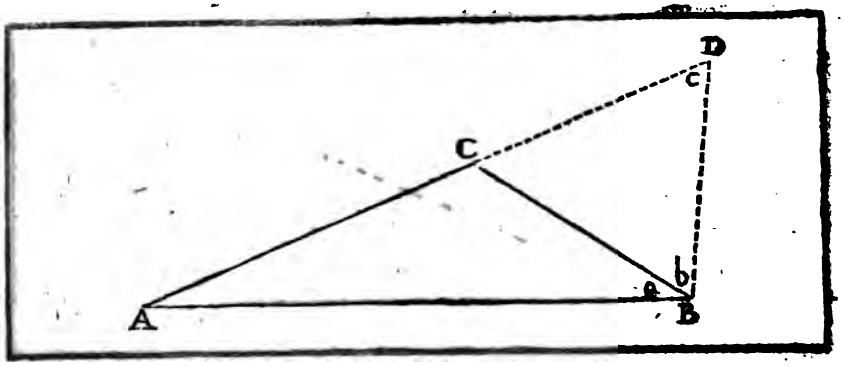


Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

In einem Triangel (ABC) unterſpannet der gröſſere Winckel (c) die längere Seiten (AC).

Beweiß.

Solſt du es aber nicht glauben/ ſondern ſagen/ daß die Seiten AC nicht länger / als AB/ ſondern derſelben gleich ſeye.
So folget ſtracks darauff / daß auch der ∠ c ⊓ ſeye / dem ∠ b. d. 5. 1.
ſo nicht ſeyn kan.
Dann der ∠ c gleich anfangs der gröſſere gegeben worden iſt.
Solſt du nun ſagen / daß AC ⊤ wäre/ als AB/
ſo folget/ daß der ∠ c auch ⊤ wäre / als der ∠ b/ d. 18. 1.
Welches eben wider die Vorgab ſtreittet.
Dahero muß nothwendig die Seiten AC / welche den gröſſern ∠ c
unterſpannet/ die längere Seiten in dem △ ABC ſeyn.
Welches zu beweiſen ware.



Die XX. Vorgab Betrachtung.

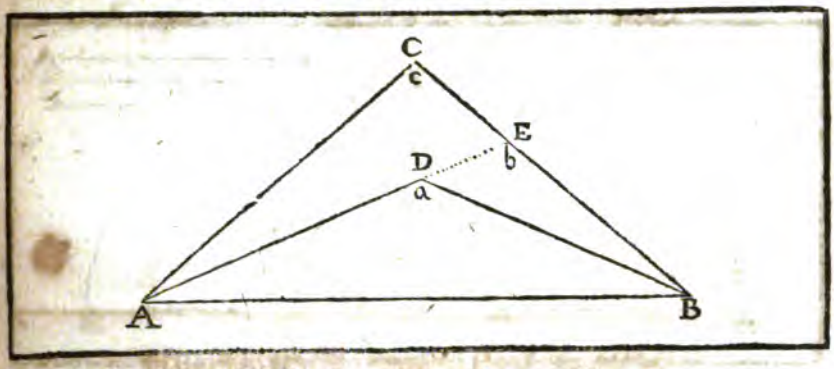
Eines jedtwedern Triangels (ACB:) zwo Seiten zuſammen genommen (als wie AC + CB) ſeynd gröſſer / als die dritte (AB) allein.

Zubereitung.

Verlängere AC/ biß daß CD ∏ ſeye / der Seiten CB, ziehe DB zuſammen.

Beweiß.

In dem Δ BCD iſt die Seiten CD ∏/ der Seiten CB. 5. d. Zub.
Darumb wird der ∠ b ∏ ſeyn/ dem ∠ c. 5. f. 1.
Der ∠ b + a aber iſt Γ / als der ∠ b. 9. ax.
Folget / daß auch der ∠ b + a Γ ſeye/ als der ∠ c.
Ein gröſſerer Winckel aber unterſpannet eine längere Seiten. 19. 1.
und ein kleinerer Winckel eine kleinere Seiten.
Darumb wird die Seiten AD Γ ſeyn/ als die Seiten AB.
Die Seiten AD aber iſt ∏/ denen zwo Seiten AC und CB. 5. d. Zub.
Deßwegen werden die zwo Seiten zuſammen genommen Γ ſeyn / als die dritte AB.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn auß beyden Enden einer Seiten (AB) eines Triangels (ABC)/ zwo Linien (AD/BD) innerlich gezogen werden/ alſo/ daß ſie einen Triangel (ABD) machen: ſo werden ſolche zwo Linien (AD/ und BD) kürtzer ſeyn/ als die zwo Seiten (AC und CB) deß Triangels (ABC); der Winckel aber (a)/ ſo dieſe zwo kürtzern Seiten machen/ wird gröſſer ſeyn/ als der Winckel (c) deß Triangels (ABC).

Zubereitung.

Verlängere AD in die Seiten deß △ ACB/ nemlich in E.

Beweiß.

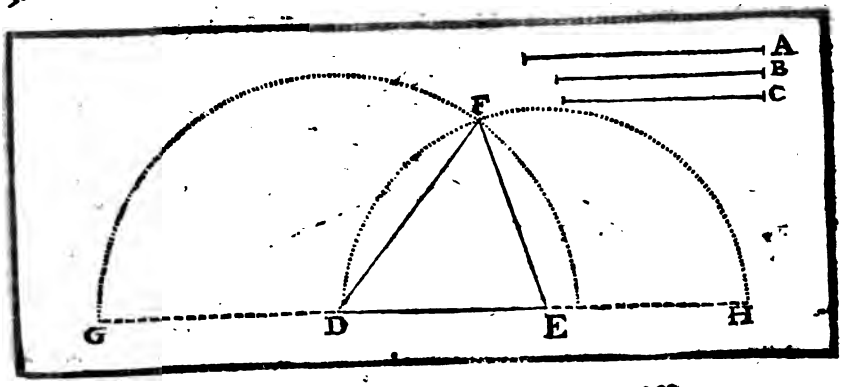
I.

In dem △ AEC ſeynd die zwo Seiten AC/ und CE ⌜/ als AE. d. 20. 1.
ſetze hinzu beyderſeits die gemeine Seiten EB.
So werden AC/ und CE + EB/ das iſt CB/ ⌜ ſeyn/ als AE + EB. d. 4. ax.
Eben in dem △ BDE werden die zwo Seiten DE/ und EB ⌜ ſeyn/ als DB. d. 20. 1.
ſetze hinzu beyderſeits die gemeine AD/
So werden EB/ und ED + AD/ das iſt AE ⌜ ſeyn/ als DB + AD.
AC/ und CB ſeynd aber bewieſen worden ⌜/ als AE + EB. d. d. Vor.
Darum werden AC/ und CB noch viel ⌜ ſeyn/ als AD/ und DB.

II.

Der äuſſerliche ∠ a iſt ⌜/ als der innerliche ∠ b. d. 16. 1.
Dieſer ∠ b aber/ als ein äuſſerlicher iſt auch ⌜/ als der innerliche ∠ c. d. d. ſelbe.
Dahero wird der ∠ a noch viel ⌜/ alß der ∠ c ſeyn.
Welches zu beweiſen ware.

(o)



Die XXII. Vorgab. Handgriff.

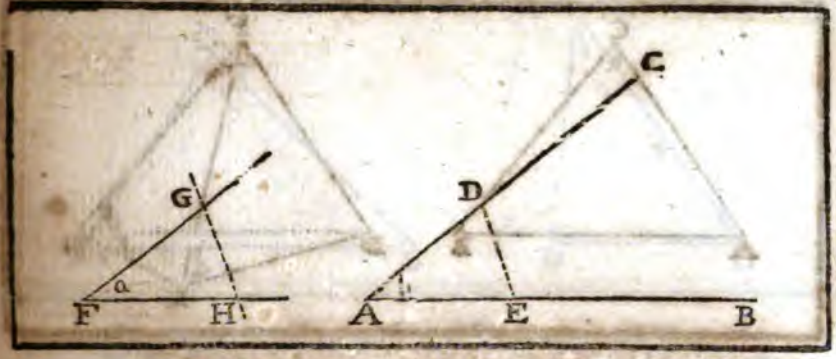
Auß drey gegebenen geraden Linien (GD/ DE/ EH)/ welche gleich ſeynd drey andern gegebenen geraden Linien (A/B/C/) einen Triangel (DEF) zu machen; es müſſen aber allzeit zwo Linien zuſammen genommen/ länger als die dritte ſeyn.

Handgriff.

Denen gegebenen A/B/C nemme nach einander gleich die Linien GD/ DE/ EH gerad in einer Lini fort. h. 3. 1.
Auß D mit der Weite GD ſchreibe einen Circkel GF. d. 3. poſt.
Item auß E mit der Weite EH ſchreibe einen andern Circkel/ welcher den erſten durchſchneidet in F.
Ziehe zuſammen FD/ und FE/ ſo iſt der △ DEF gemacht.

Beweiß.

In dem △ FDE iſt die Seiten DF ⊓ der DG/ oder der Lini A. } d. d. Haub.
Die Seiten FE iſt ⊓ der EH/ oder der Lini C. } d. 15. def. 1.
und letzlich DE iſt ⊓ gemacht worden/ der Lini B.
Dahero iſt der △ DFE auß denen vorgegebenen drey Linien verfertiget worden.
Welches zu machen ware.



Die XXIII. Vorgab. Handgriff.

Auß einem gegebenen Punct (A) auff einer gegebenen geraden Lini (AB) einen geradliniſchen Winckel (b) zu machen / welcher einem vorgegebenen Winckel (a) gleich groß ſeye.

Handgriff.

Ziehe überzwergs nach Gefähr die gerade Lini GH/ welche die beyde Seiten deß ∠ a durchſchneide in denen Puncten GH.

Mache AE ∏ / der FH. d. 3. 1.

Hernachmahlen auff AE mache den △ AED ∏ / dem △ FHG / d. 22. 1.
alſo / daß die Seiten AD ∏ ſeye / der Seiten FG /
und ED ∏ / der GH.

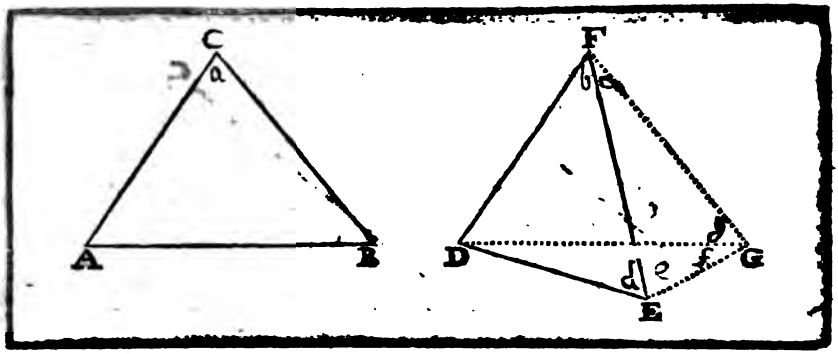
So wird der ∠ b ∏ gemacht worden ſeyn / dem ∠ a.

Beweiß.

Es iſt klar auß vorgemachtem Handgriff / weilen alle drey Seiten AE / ED / DA ∏ ſeynd gemacht worden / denen drey Seiten FH / HG / GF.

Daß der △ AED ∏ ſeye / dem △ FHG. d. 8. 1.
und folgends der ∠ b ∏ dem ∠ a.

Welches zu machen ware.



Die XXIV. Vorgab. Behauptung.

Wenn ein Triangel (ABC) zwo Seiten (AC und BC) gleich hat andern zwo Seiten (DF und EF) eines andern Triangels (DFE/ das iſt/ AC ∏/ DF; und BC ∏/ EF)/ der eine Winckel aber (a) gröſſer iſt als der andere (b): ſo wird auch die eine Baſis (AB) länger ſeyn/ als die andere (DE).

Zubereitung.

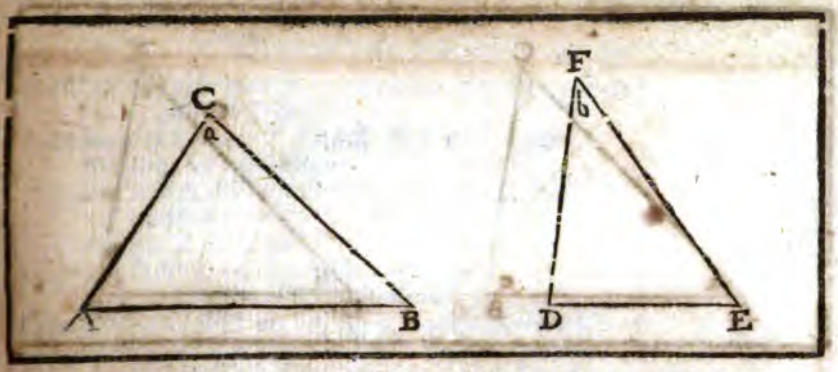
Auß dem Punct F/ auff der Lini DF/ mache den ∠ b + c ∏/ dem ∠ a.
Die Seiten FG aber ∏/ der Seiten FE/ oder CB/
So wird folgends die Baſis DG ∏ ſeyn/ der Baſis AB
Ziehe unterdeſſen zuſammen DG/ und EG.

d. 23. 1.

d. 4. 1.

Beweiß.

Wegen deren gleichen Seiten EF/ und GF.
wird der ∠ g + f ∏ ſeyn/ dem ∠ e. d. 5. 1.
Der gantze ∠ d + e aber iſt Γ/ als der ∠ e. d. 9. ax.
Darum wird der ∠ d + e auch Γ ſeyn/ als der ∠ g + f:
Und ſo fort wird der ∠ d + e noch viel Γ ſeyn/ als der ∠ f allein.
Darauff folget/ daß die Lini DG (welche ∏ iſt/ der Baſis AB) d. 8. Hub.
auch gröſſer ſeye/ als die Baſis DE. d. 19. 1.
Welches zu beweiſen ware.

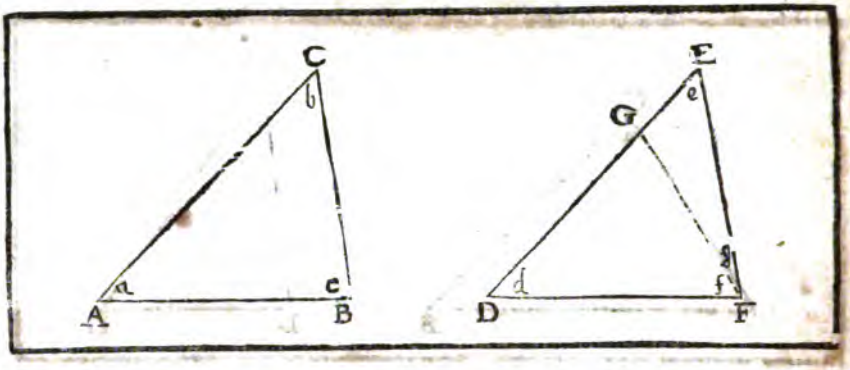


Die XXV. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Triangel (ABC) zwo Seiten (CA CB) zweyen andern Seiten (DF/FE) eines andern Triangels (DEF)/ eine jede der andern insonderheit gleich hat (nemlich AC ⊓ DF; und CB ⊓ FE)/ die eine Basis (AB) aber länger ist/als die andere Basis (DE); so wird auch der eine Winckel (a)/ welcher von der längern Basis (AB) unterspannet ist / gröſſer seyn/ als der andere Winckel (b)/ welcher von der kürtzern Basis (DE) unterspannet ist.

Beweiß.

Gesetzt man sage/ daß der ∠ a nicht ⌜ seye / als der ∠ b/
So muß er entweders ihme ⊓/ oder kleiner seyn.
Solte er nun ⊓ seyn/ dem ∠ b/
so folgete / daß die Basis AB ⊓ wäre / der Basis DE/ 6. 4. 1.
Welches aber wider die Vorgab streitet.
Solte aber der ∠ a ⌝ seyn / als der ∠ b/
so würde auch die Basis AB ⌝ seyn/ als die Basis DE/ 6. 24. 1.
Welches eben wider die Vorgab streitet.
Dahero muß noch nothwendig die Basis AB ⌜ seyn/
als die Basis DE.
Welches zu beweisen ware.



Die XXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in einem Triangel (ABC) zween Winckel (a und c) andern zweyen Winckeln (d und f → g) in einem andern Triangel (DEF) / ein Winckel dem andern inſonderheit / gleich ſeynd / und auch eine Seiten eines Triangels gleich iſt / einer Seiten deß andern / ſothane Seiten mögen hernachmahlen zwiſchen denen gleichen Winckeln liegen / oder von einem unter denſelben gleichen Winckeln unterſpannet ſeyn: ſo werden auch die übrige zwo Seiten eines Triangels / denen zwo übrigen Seiten deß andern Triangels / und auch der dritte übrige Winckel eines / dem dritten übrigen Winckel deß andern / und ſo fort der gantze Triangel (ABC) dem gantzen Triangel (DEF) gleich ſeyn.

Gegenwärtige Vorgab hat zween Fähle. In dem erſten können die gleiche Seiten zwiſchen denen zweyen gleichen Winckeln liegen: und in dem anderten können ſie nicht zwiſchen denen gleichen zwey Winckeln liegen / ſondern nur von einem dergleichen Winckeln unterſpanet ſeyn.

Seye dahero der △ ABC / deſſen ∠ a und c ⊓ ſeynd / denen ∠ d und g → f in dem △ DEF.

Und die Seiten AB / ſo zwiſchen denen gleichen ∠ a und c liget / ſeye ⊓ / der Seiten DE / welche eben zwiſchen denen gleichen ∠ d und f → g liget.

Demnach ſagt man / daß auch die übrige zwo Seiten AC / und CB ⊓ ſeyn / denen übrigen zwo Seiten DE / und EF / und der ∠ b ⊓ / dem ∠ e.

Beweiß

Beweiß deß Erſten Fahls.

Wolte man es nicht glauben / vermeinend es wäre die Seiten AC ⌝ / als die Seiten DE.

So mache dann (wann es möglich iſt) DG ⊓ / AC. und ziehe GF zuſammen.

Nun iſt in dem △ ABC die Seiten AB ⊓ / der Seiten DF. d. d. Vorg.
und die Seiten AC ⊓ / der Seiten DG. d. d. Zub.
und der ∠ a ⊓ / dem ∠ d. d. d. Vorg.

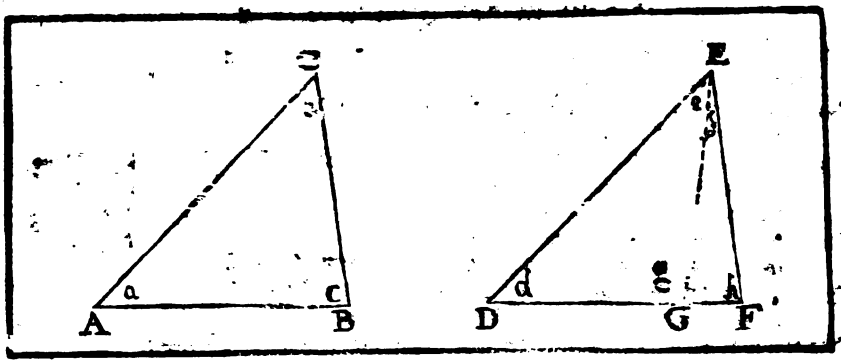
Dahero auch der ∠ c ⊓ ſeyn werde / dem ∠ f. d. 4. 1.
der ∠ c aber iſt anfangs geſetzt worden ⊓ / dem ∠ g + f.

Deßwegen unmöglich iſt / daß der ∠ c zugleich dem Theil f / und dem gantzen g + f auff einmal gleich ſeyn ſolte.

Darauß man ſchlieſſet / daß die Seiten AC nicht kürtzer / als DE ſeyn: Gröſſer kan ſie auch nicht ſeyn / ſonſten man eben in dergleichen Unmöglichkeit fahlete.

Dahero ſchlieſſet man / daß geſtalt ſolcher Sachen / die beyde Seiten eines Triangels denen beyden Seiten deß andern / und letzlich der dritte Winckel eines / dem dritten Winckel deß andern gleich / und ſo fort der gantze Triangel ABC d. 8. 1.
gleich dem gantzen Triangel DEF ſeye.

Welches zum erſten zu beweiſen ware.

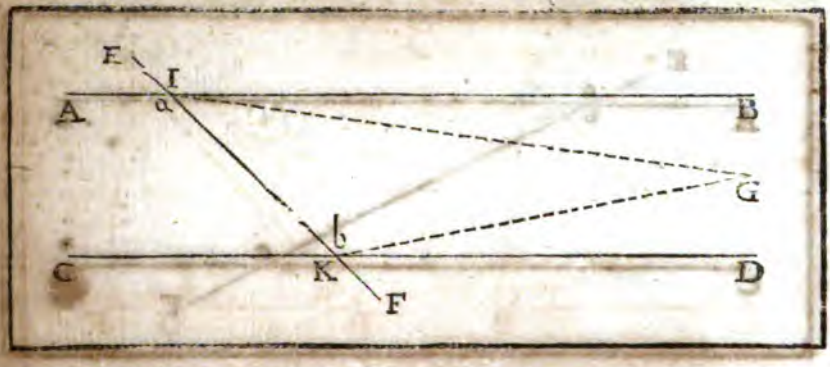


In dem anderten Fall.

Seye die Seiten AC/ ſo von dem ∠ c unterſpannet wird/ gleich der Seiten DE/ welche auch von dem gleichen ∠ h unterſpannet iſt/ (und wie vorgehends) ſeye auch der ∠ a ⊓ dem ∠ d.
So ſage ich/ daß auch die zwo übrige Seiten CB und AB ⊓ ſeyn werden/ denen zwo übrigen Seiten EF/ und DF, und der ∠ b ⊓/ dem ∠ e → f.
Solte man es nicht geſtehen / ſonder einwenden/ es wäre AB ⊐/ als DF.
So mache/ (wan es möglich iſt) DG ⊓/ AB.

Beweiß.

Dieweilen die zwo Seiten AC/ und AB ⊓ ſeyn/ denen zwo Seiten DE/ und DG: und der ∠ a ⊓/ dem ∠ d. } d. d. Vorg. / d. d. Zuh.
So wird auch der ∠ c ⊓ ſeyn dem ∠ g. d. 4. 1.
Der ∠ c aber iſt anfangs ⊓ geſetzet worden/ dem ∠ h. d. d Vorg.
Dahero der ∠ g auch ⊓ iſt/ dem ∠ b/ nemlich d. 1. ax.
Der äuſſerliche den innerlichen/ ſo nicht ſeyn kan. d. 16. 1.
Darumb iſt die Seiten AB nicht ⊐/ als die Seiten DF.
Sie kan auch nicht ⊏ ſeyn/ als DF, ſonſten käme man in die erſte Unmöglichkeit hinein.
Darauß iſt dann zu ſchlieſſen/ daß die zwo Seiten AB und CB ⊓ ſeynd/ denen zwo Seiten DF und EF/ auch der ∠ b ⊓/ dem ∠ e → f.
Und alſo der gantze △ ABC ⊓/ dem gantzen △ DEF.
Welches zu beweiſen ware.

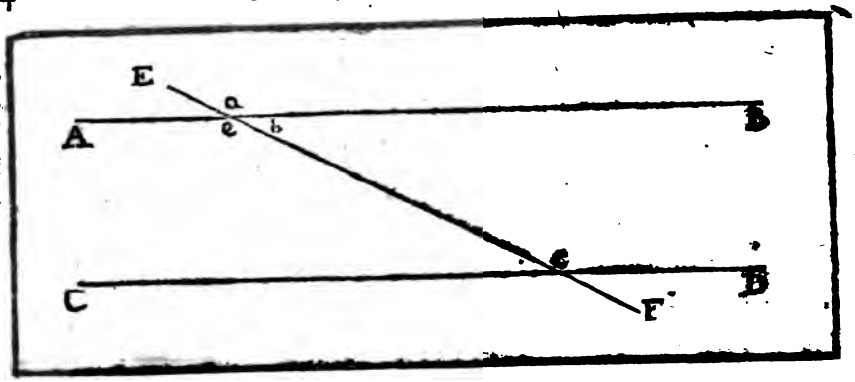


Die XXVII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (EF) über zwo andere gerade Linien (AB/ CD) überzwerg gezogen wird / und die Winckeln (a und b) umwerlender Weise einander gleich machet: so werden solche zwo Linien (AB/ CD) einander Parallel/ oder gleichlauffend seyn.

Beweiß.

Gesetzt/ man sagete / daß die Lini AB nicht = wäre/ der Lini CD.
so müssen sie nothwendig einmal zusammen kommen. d. 11. ax. 1.
Seye dann ein solcher Punct / daran sie zusammen kommen mögten/
(wann es möglich ist) in G.
So erwächset darauß weilen sie gerade Linien seynd)
ein △ IGK/ dessen außwendiger ∠a I seyn wird/ als
der inwendige ∠b. d. 16 1.
Der ∠b aber/ ist ⊓ gesetzt worden/ dem ∠a. d. d. Vorg.
Folgete/ daß der ∠b auff einmahln ⊓/ und ¬ wäre/
als der ∠a: welches nicht möglich ist.
Dahero ist es eine Warheit/ daß/ wann über zwo gerade Linien eine
andere überzwerg gezogen wird/ und die Winckeln umwerlender Weise einander gleich machet / solche Linien niemahlen
in einem Punct zusammen kommen/ sondern jederzeit einander
Parallel/ oder gleich weit lauffen werden.
Welches zu beweisen ware.



Die XXVIII. Vorgab: Betrachtung.

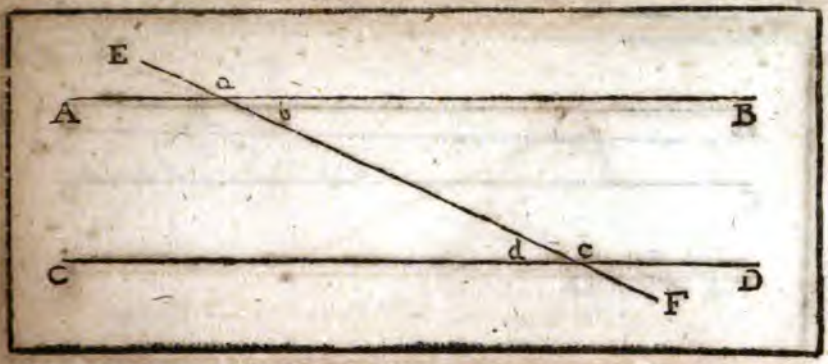
Wenn über zwo gerade Linien (AB/ und CD) eine andere gerade Lini (EF) überzwerg gezogen wird/ und den äuſſern Winckel (a) gleich-machet dem innern (c)/ ſo ihme auff derſelben Seite entgegen ſtehet; oder die zween innerliche Winckeln (b und c)/ ſo auff einer Seiten gegen einander ſtehen/ zweyen rechten Winckeln gleich machet; ſo werden ſolche zwo Linien einander Parallel ſeyn.

Beweiß. I.

Der ∠ c iſt ∏/ dem ∠ a. — d. d. Vorg.
der ∠ a aber iſt ∏/ dem ∠ e. — d. 15. 1.
Darumb wird auch der unwexlende ∠ c ∏ ſeyn/ dem ∠ e. — d. 1. ax.
und folgends die Lini AB ═ ſeyn/ der Lini CD. — d. 27. 1.

II.

Die ∠ a/ und b ſeynd ∏/ zween rechten Winckeln. — d. 13. 1.
Der ∠ b/ und ∠ c ſeynd auch ∏/ zween Rechten Winckeln. — d. 6. Vorg.
Wenn man nun beyderſeits den gemeinen ∠ b darvon ziehet/
ſo wird verbleiben der ∠ a ∏/ dem ∠ c. — d. 3. ax.
Dahero wird durch den bewieſenen erſten Theil dieſer Vorgab
(weilen der ∠ a ∏ iſt dem ∠ c)
Die Lini AB ═ ſeyn/ der Lini CD.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXIX. Vorgab. Betrachtung.

Wenn über zwo gerade Parallel-Linien (AB und CD) eine andere gerade Lini (EF) überzwerg gezogen wird: ſo machet ſie erſtlich die zween Winckel (b und d) umwerlender Weiſe einander gleich; alsdann auch die zween innerliche Winckel (b und c)/ ſo auff einer Seiten gegen einander ſtehen/ gleich zweyen rechten; letzlich den äuſſern Winckel (a) gleich/ dem innern (c)/ der ihme auff derſelben Seiten entgegen ſtehet.

Beweiß.

I.

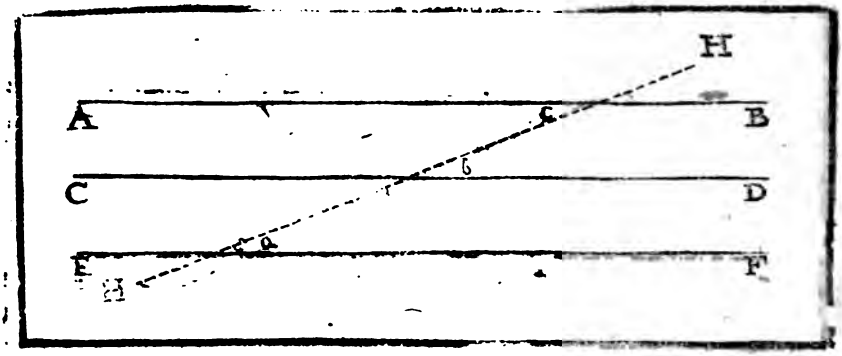
Weilen AB ═ gegeben iſt/ der CD. d. d Vorg.
So muß nothwendig der ∠ b ⊓ ſeyn/ dem ∠ d. d. 27. 1.
Sonſten kommeten ſie in einem Punct zuſammen. II. ax. 1.

II.

Der ∠ b iſt ⊓/ dem ∠ d. d. d. 1. Theil.
ſetze hinzu beyderſeits den gemeinen ∠ c/
So werden die ∠ b/ und c ⊓ ſeyn/ denen zween ∠ d + c.
Die zween ∠ d + c ſeynd aber ⊓/ zween rechten ∠. d. 13. 1.
Darum werden auch die zween ∠ b/ und c ⊓ ſeyn/ zween rechten ∠.

III.

Die zween ∠ b und c ſeynd ⊓/ zweyen rechten ∠. d. d. 2. Theil.
Item die zween ∠ a und b ſeynd ⊓/ zweyen rechten ∠. d. 13. 1.
Wenn man beyderſeits den gemeinen ∠ b abziehet/
So wird überbleiben der ∠ a ⊓/ dem ∠ c.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXX. Vorgab. Betrachtung.

Die gerade Linien (AB und EF)/ welche einer andern geraden Lini (CD) Parallel seynd; diese seynd auch unter einander Parallel.

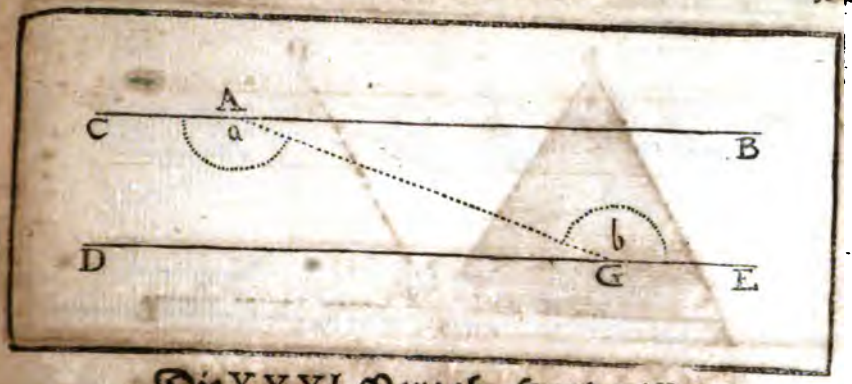
Zubereitung.

Ziehe überzwerg die gerade Lini GH.

Beweiß.

Dieweilen AB = ist/ der Lini CD.	d. 6. Vorg.
so wird der ∠ c ∏ seyn/ dem ∠ b.	K. 29. 1
Item/ weilen EF = ist/ der Lini CD/	d. 6. Vorg.
so wird auch der ∠ a ∏ seyn/ dem ∠ b.	d. 29. 1.
und dahero wird auch der ∠ a ∏ seyn/ dem ∠ c.	d 1. ax.
Worauf folget/ daß die Lini AB = seye/ der Lini EF.	d. 27. 1.

Welches zu beweisen ware.



Die XXXI. Vorgab. Handgriff.

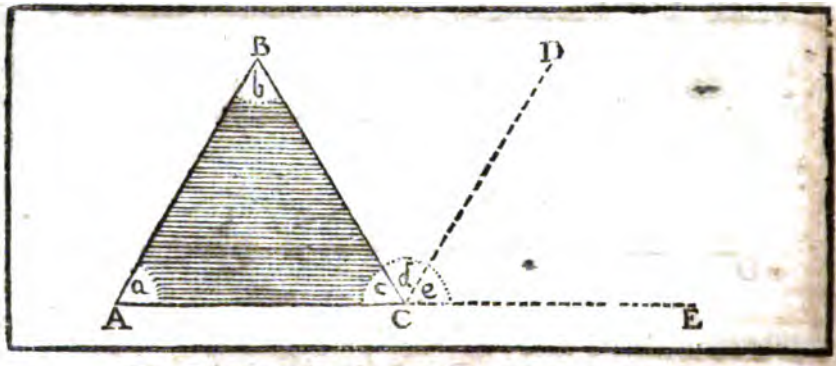
Auß einem gegebenen Puncten (A) eine gerade Lini (CB, zu ziehen/ welche einer gegebenen geraden Lini (DE) Parallel lauffe.

Handgriff.

Ziehe auß dem Punct A eine gerade Lini AG/ welche mit der gegebenen DE einen ∠ b nach Gefallen mache.
Hernach mache den ∠ a ∏/ dem ∠ b. d. 23. 1.
Und ziehe dardurch die gerade Lini CAB/
Welche mit der gegebenen Lini DE Parallel lauffen werde.

Beweiß.

Dieweilen die zween ∠ a und b umwexlender Weiſe ein ander gleich ſeynd gemacht worden.
So folget/ daß die gerade Lini CB — lauffe/ der Lini DE/ d. 27 1.
Welches zu machen ware.



Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann nach Gefallen eine Seiten (AC) eines Triangels (ABC) verlängert wird (gleich wie in E) ſo wird der äuſſere Winckel (d → e) gleich ſeyn denen zween Winckeln (b und a), welche innerhalb deß Triangels dieſem entgegen ſtehen; und in einem jedweden Triangel ſeynd die drey innere Winckel (a/b/c/) ſammentlich/ gleich/ zween Rechten.

Zubereitung.

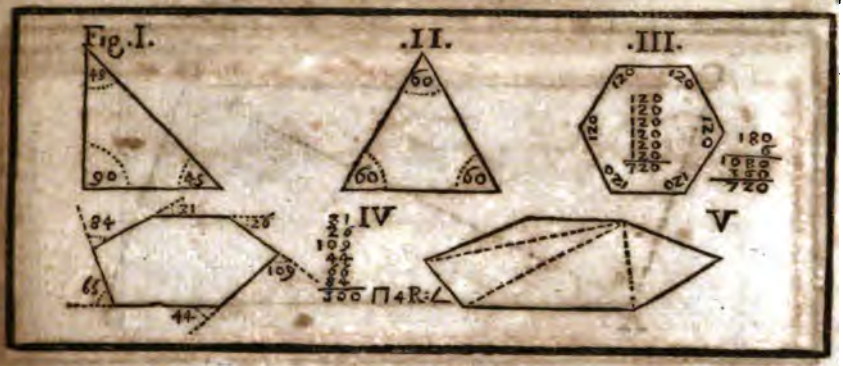
Ziehe auß C die gerade Lini CD/
Welche ═ lauffe der Seiten AB. d. 31. 1.

Beweiß.

Dieweilen die gerade Lini BC über die zwo Parallel-Linien AB/ und CD überzwerg iſt gezogen worden/ ſo wird dardurch der ∠ b ∏ ſeyn/ dem ∠ d. d. 29. 1.
Abermahln/ indeme wiederumb über die zwo Parallel-Linien AB/ und CD die gerade Lini ACE gehet/
So wird auch der ∠ a ∏ ſeyn/ dem ∠ e. d. 29. 1.
Dahero werden dann beyde ∠ b und a ∏ ſeyn/ dem äuſſern ∠ d → e.

II.

Der ∠ d → e iſt ∏/ denen zween ∠ a und b. d. d. Vor.
ſetze beyderſeits hinzu den gemeinen ∠ c.
So werden die drey ∠ a/ b/ c ∏ ſeyn/ denen ∠ d → e und c.
Die ∠ d → e und c ſeynd aber ∏/ zween rechten ∠. d. 13. 1.
Folget/ daß auch die drey ∠ a/ b/ und c zuſammen/ ∏ ſeynd/ zween rechten Winckeln.
Welches zu beweiſen ware.



Folge. I.

Drey Winckeln ſammentlich in einem △ ſeynd □/ denen drey ∠ ſammentlich in einem andern △.

Und wenn zween ∠ eines △ □ ſeynd/zween ∠ eines andern △; So wird auch der übrige dritte ∠ □ ſeyn/ dem übrigen dritten ∠ deß andern △.

II. In einem Rechtwinclichten △/welcher zwo gleiche Seiten hat/werden die andern zween Winckel halb Rechte ſeyn/das iſt/ein jeder von diſen wird 45. Grad halten/ Fig. I.

III. In einem gleichſeitigen △ geltet ein jeder Winckel ⅓ von zween Rechten/ daß iſt 60. Grad Fig. II.

Anmerckung. I.

In einer geradliniſchen Figur machen alle innerliche Winckeln ſammentlich/ zweymaln ſo viel Rechte ∠ (weniger vier Rechte) als die Figur Seiten hat. Fig. III.

II. Alle äuſſere Winckeln einer geradliniſchen Figur machen ſammentlich nicht mehr/ als nur vier rechte Winckel. Fig. IV.

III. Eine geradliniſche Figur wird auß einem innern Winckel in ſo vie △/weniger zwey/ als die Figur Seiten hat/ abgetheilet:

Und die Winckeln ſammentlich deren △ machen eben ſo viel/ als alle Winckeln ſammentlich der gegebenen Figur. Fig. V.

Die XXXIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwo gerade Linien (AB/ CD)/ welche andere zwo gerade Linien (AC/ BD)/ welche einander gleich/ und Parallel seynd/ an beyde Seiten zusammen hängen/ so seynd dieselbe auch einander gleich/ und Parallel. (das ist/ AB wird gleich/ und Parallel seyn/ der Lini CD.

Zubereitung.

Ziehe die beyde überzwerg stehende Ende A/ D/ deren Parallel-Linien AC/ BD mit einer geraden AD zusammen.

Beweiß.

Weilen die gerade Lini AD überzwerg über die zwo Parallel-Linien AC/ BD stehet/

So wird in dem △ ACD der ∠ a ⊓ seyn/ dem ∠ c in dem △ ABD. d. 29. 1.
Die Seiten AC ist auch ⊓ gesetzt worden/ der Seiten BD. d. d. Vorg.
und die Seiten AD ist beyden △ gemein.

Dahero wird auch die Basis CD ⊓ seyn / der Basis AB/ d. 4. 1.
und der ∠ d ⊓/ dem ∠ b.

Diese ∠ d und b aber stehen gegen einander umwerlender Weise.

Deßwegen wird auch die Lini CD = seyn/ der Lini AB. d. 27. 1.

Welches zu beweisen ware.

Die XXXIV. Vorgab. Betrachtung.

In allen Parallelogrammen seynd die Seiten (AB/CD/und AC/BD)/ so gegen einander über stehen/ und auch die Winckel über Ecke (a + b und d + c/ oder c und f) einander gleich; und schneidet der Diameter (AD) ein jedes Parallelogram in zwey gleiche Theile/ oder Triangeln.

Beweiß.

Dieweilen AB — ist der CD/ und AC — der BD; — d. 33. def. 1.
so wird der ∠ d ∏ seyn/ dem ∠ b.
und der ∠ c ∏/ dem ∠ a. d. 29. 1.
Nemlich die Winckeln umwexlender Weise;
Dahero wird in denen △ ACD/ und ABD/
(weilen der ∠ a ∏ ist/ dem ∠ c/ und der ∠ d ∏/ dem ∠ b/ d. d. Vor.
und die Seiten AD beyden △ gemein)
auch der dritte ∠ e ∏ seyn/ dem dritten ∠ f. d. 26. 1.
Und folgends die Seiten DC/ CA ∏ seyn/ denen Seiten AB/ BD.
Welches das erste zu beweisen ware.
Hernach/ weilen der gantze △ ACD ∏ ist/ dem gantzen △ ABD. d. d. Vor.
so schliesset man billich darauß/ daß der gezogene Diameter AD/
das Parallelogram ABCD gleich entzwey geschnitten habe.
Welches zu beweisen ware.

Die XXXV. Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelogramen (CB/ AE)/ so auff einerley Basis (AB/) und zwischen zweyen Parallel-Linien (AB/ CE) stehen/ die seynd einander gleich.

Mercke/ daß man in dieser Vorgab nicht verstehe/ als wann die zwey Parallelogrammen gleiche Winckeln/ und Seiten hätten/ sondern man saget nur/ daß sie gleiche Inhalt begreiffen.

Dreyerley Fehle/ wegen unterschiedlicher Stellung/ können sich hierinnen begeben.

1. Wann das andere ▭ mit einer Seiten ED hart an die Seiten CD deß ersten ▭ stosset.

Beweiß.

Betrachte die drey △ ACD/ BDE/ und ADB.

Hernach sage/ weilen die Seiten DE ∏ iſt/ der Seiten AB/ — d. 34. 1.
AB aber ∏ ist der Seiten CD, — d. 34. 1.
so wird auch die Seiten DE ∏ seyn/ der Seiten CD. — d. 1. ax.

Unterdessen ist die Seiten BD ∏/ der Seiten AC. — d. 34. 1.
Und der äussere ∠ b ∏/ dem innern ∠ a. (dann AB ═ iſt/ der CD) — d. 35. def. 1. und 29. 1.

Deßwegen wird der △ BDE ∏ seyn/ dem △ ACD. — d. 4. 1.
Setze hinzu beyderseits den gemeinen △ ADB/
So werden die zwey ▭ ADEB/ und ACDB darauß entstehen/
Welche auch einander ∏ seyn werden. — d. 2. ax.
Welches zu beweisen ware.

II. Wenn das andere ▭ mit einer Seiten FE in der Seiten CD deß ersten lieget.

Beweiß.

Die Seiten CD ist ∏/ der Seiten AB; und AB ist ∏ der EF. d. 34. 1.
Folget/ daß auch CD ∏ seye der EF. d. 1. ax.
Ziehe darvon ab beyderseits die gemeine Lini ED.
so wird überbleiben CE ∏ DF. d. 3. ax.
Wiederumb/ ist die Seiten AC ∏/ der Seiten BD/ d. 34. 1.
und der ∠ a ∏ dem ∠ b. { d. 29. 1. uñ 55. def. 1.
Darumb wird der △ ACE ∏ seyn/ dem △ BDF. d. 4. 1.
Setze hinzu beyderseits das gemeine Trapezium ABDE.
So wird das ▭ ABCD ∏ seyn/ dem ▭ ABFE.

III. Wenn das andere ▭ mit einer Seiten LM völlig auſſer der ersten Seiten IK lieget.

Beweiß.

Wie schon in dem vorgehenden bewiesen worden ist/ wird IK ∏ seyn der LM.
Setze nun beyderseits hinzu die Lini KL.
So wird die gantze Lini IL ∏ seyn/ der gantzen Lini KM. d. 2. ax.
Inmassen ist IG ∏ der KH/ und der ∠ a ∏/ dem ∠ b. { d. 34. 1. d. 29. 1.
Folget dahero/ daß der △ GIL ∏ seye/ dem △ HKM. d. 4. 1.
Ziehe nun beyderseits ab den gemeinen △ KOL.
So wird überbleiben das Trapezium GOKI ∏/ dem Trapezium HOLM.
Setze unterdessen beyderseits hinzu den gemeinen △ GOH/
So wird endlich das ▭ GHIK ∏ seyn/ dem ▭ GHLM.
Welches zu beweisen ware.

Die XXXVI. Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelogrammen (CD/ GF)/ so gleiche Baſes (AB/ EF) haben/ und zwiſchen einerley Parallel-Linien (AF/ CE) ligen: die haben einen gleichgroſſen Inhalt.

Zubereitung.

Ziehe AG/ BH mit geraden Linien zuſammen/ ſo entſtehet das □ ABGH.

Beweiß.

Das □ ABCD iſt ∩/ dem □ ABHG/ d. 35. 1.
Das □ ABHG aber iſt ∩/ dem □ EFHG/ d. 35. 1.
Dahero wird auch das □ ABCD ∩ ſeyn/ dem □ EFGH. d. 1. ax.

Welches zu beweiſen ware.

Die XXXVII. Vorgab. Betrachtung.

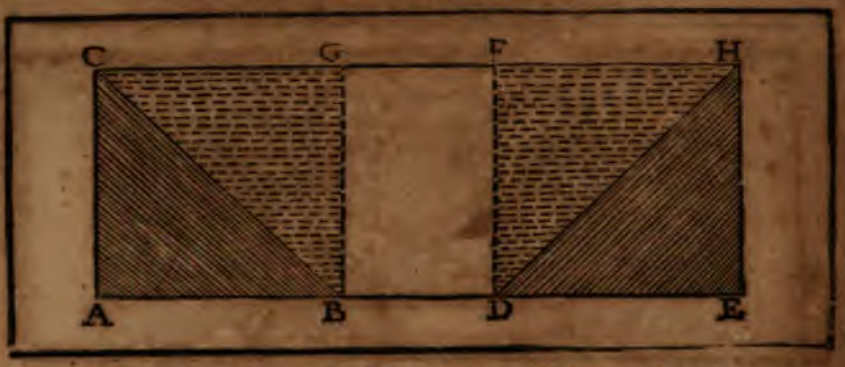
Alle Triangul (als wie ACB/ und ABF)/ welche auff einerley Basis (AB) und in einerley Parallel-Linien (AB/ CF) stehen; die seynd einander gleich (oder so ein Ding)/ sie begreiffen einen gleichen Inhalt.

Zubereitung.

Ziehe auß B die Lini BE/ welche = laufft mit AC/
Und AD/ welche = laufft mit BF. d. 31. 1.

Beweiß.

Das ▭ ABCE ist ⊓/ dem ▭ ABDF. d. 35. 1.
Die △ ABC/ und ABF seynd aber gerad die Helffte deren beyden gleichen ▭ ABCE/ und ▭ BDF. d. 34. 1.
Darum wird der △ ABC ⊓ seyn/ dem △ ABF. d. 7. ax.
Welches zu beweisen ware.



Die XXXVIII. Vorgab. Betrachtung.

Alle Triangel (als wie ACB / DEH) / so auff gleichen Baſes (AB / DE) / und zwiſchen einerley Parallel-Linien (AE / CH) ſtehen; die ſeynd einander gleich.

Zubereitung.

Auß dem Punct B / ziehe die gerade Lini BG = / AC. d. 31. 1.
Und auß dem Punct D. die Lini DF = / EH.

Beweiß.

Das ▭ ABCG / iſt ⊓ / dem ▭ DEFH / d. 36. 1.
Ihre Helffte aber ſeynd die △ ABC / und DEF. d. 34. 1.
Dahero wird auch der △ ABC ⊓ ſeyn / dem △ DEF. d. 7. ax.
Welches zu beweiſen ware.

Die XXXIX. Vorgab. Betrachtung.

Die Triangeln gleiches Inhalts (ABC/ ABD) welche auff einerley Basis (AB)/ und auff einerley Seiten hinauß-wärts stehen: die stehen zwischen einerley Parallel-Linien (das ist CD wird Parallel lauffen mit AB).

Beweiß.

Gesetzt es wäre CD nicht = AB/ sondern es eine andere gerade Lini/ gleich wie CE (wann es doch möglich ist) = der Lini AB.
So verlängere AD biß an die vermeinte = Lini in dem Punct E/ und ziehe E/ und E zusammen.
Demnach wird der △ ACB ∏/ seyn dem △ AEB. d. 37. 1.
Dem △ ACB aber ist ∏ gesetzt worden/ der △ ADB/ d. d. Vorg.
Folget/ daß der △ ADB/ auch ∏ wäre/ dem △ AEB. d. 1. ax.
Nemlich ein Theil ∏/ seinem gantzen.
Welches wider die Vernunfft streitet. d. 9. ax.
Derowegen ist nicht CE/ sondern die CD ist noch =/ der AB.
Solte man weiter setzen/ daß die gerade CF = wäre/ der Lini AB.
so würde es eben wider die Vernunfft heraus kommen:
daß nemlich das gantze ∏ wäre/ einem von seinen Theilen.
Dahero ist es beständig wahr/ daß CD = seye der AB.
Welches zu beweisen ware.

Die XL. Vorgab. Betrachtung.

Die Triangeln gleiches Inhalts (ABC/ DEF)/ so auff gleichen Basis (AB/ DE) und auff einerley Seiten hinaußwerts stehen: die stehen auch in einerley Parallel-Linien (das ist CF wird Parallel seyn der AE)

Beweiß.

Solte CF nicht = der AB seyn/ sondern eine andere/ als wie CG (wann es möglich ist)

So verlängere DF in die vermeinte Parallel in Puncten G/ und ziehe GE zusammen.

Darauff folget/ daß der △ ABC ∏/ seye dem △ DGE/ d. 38. 1.
Der △ ABC aber ist ∏ gesetzt worden/ dem △ FDE. d. d. Vorg.
Darumb wird auch der △ DEF ∏ seyn müssen dem △ DEG. d. 7. 22.

Welches wider die Vernunfft ist/ daß ein Theil ∏ seye/ seinem Gantzen.

Dahero saget man noch/ daß CF allein = seye/ der AE.

Würde aber ein anderer einwerffen/ daß CH = wäre/ der AE.

So kommete eben selbe Unmöglichkeit herauß/ nemlich/

Daß ein gantzes ∏ wäre/ einem von seinen Theilen/

Also ist es eine unfehlbare Warheit/ daß die Lini CF allein der Lini AB = seye.

Welches zu beweisen ware.

Die XLI. Vorgab. Betrachtung.

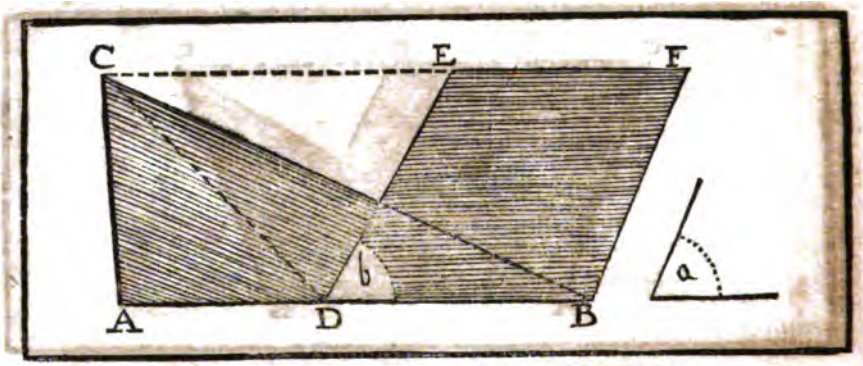
Wenn ein Parallelogram (ABCD) mit einem Triangel (ABE) eine gemeine Basis (AB) hat/ und zwischen einerley Parallel-Linien (AB/CE) stehen: so wird das Parallelogram noch einmal/ oder doppelt so groß seyn / als der Triangel.

Zubereitung.

Ziehe den Diameter CB.

Beweiß.

Der △ ABE ist ⊓/ dem △ ABC. d. 37. 1.
Das ▭ ABCD aber ist doppelt/ oder noch einmahln so groß als der △ ABC. d. 34. 1
Folget/ daß auch das ▭ AECD doppelt / oder noch einmahln so groß seye/ als der △ ABE.
Welches zu beweisen ware.



Die XLII. Vorgab. Handgriff.

Einem vorgegebenen Triangel (ABC) ein gleiches Parallelogram (DBEF) zu machen / alſo / daß ein Winckel (b) gleich ſeye / einem andern vorgegebenen geradliniſchen Winckel (a).

Handgriff.

Zertheile die Baſis AB mitten entzwey in D. d. 10. 1.
Ziehe CD zuſammen.
Auß C ziehe CF = / der Baſis AB. d. 31. 1.
Mache auß dem Punct D mit der Lini DE den ∠ b ∏ / dem ∠ a. d. 23. 1.
Ziehe auß B die Lini BF = / der Lini DE. d. 31. 1.
So wird das gemachte ▭ DBEF ∏ ſeyn / dem △ ADB, und den ∠ b ∏ haben / dem vorgegebenen ∠ a.

Beweiß.

Der △ ACD iſt ∏ / dem △ DCB. d. 38. 1.
Dahero wird der △ DCB geradt die Helffte von dem △ ABC ſeyn.
Unterdeſſen iſt derſelbe △ DCB auch geradt die Helffte von dem ▭ DEFB. d. d. Hanbg. und 41. 1.
Dahero wird der gantze △ ABC ∏ ſeyn / dem gemachten ▭ DEFB. d. 6. ax.
Deſſen ∠ b auch ∏ iſt / dem gegebenen ∠ a. d. d. Hand.
Welches zu machen ware.

Die XLIII. Vorgab. Betrachtung.

In allen Parallelogramen (als wie ABCD) seynd die Complementen/ oder Außfüllungen (als wie HBIF / EICG) einander gleich.

Beweiß.

Weilen der Diameter AD das ▭ ABCD gerad entzwey theilet. d. 34. 1.
so wird der △ ACD ⊓ seyn/ dem △ ABD.
Eben auff solche Art/ indeme die ▭ HE und FG gerad entzwey durch ihre Diametern AI / und ID geschnitten werden.
So wird der △ AEI ⊓ seyn/ dem △ AHI/ und
der △ IGD ⊓/ dem △ IFD.
Wann man nun von denen zwey grossen und gleichen △ ACD. und ABD beyderseits / erstlich die zwey gleiche △ AEI und AHI; alsdann auch die zwey gleiche △ IGD / und IFD/ abziehet;
So ist klar/ daß über bleiben werde die Außfüllung EIGC ⊓/ der Außfüllung HBFI.
Welches zu beweisen ware.

Die XLIV. Vorgab. Handgriff.

Auff einer vorgegebenen geraden Lini (A) ein Parallelogram (NOFP) gleich groß einem vorgegebenen Triangel (BCD) zu machen/welches auch einem Winckel (c) gleich einem andern fürgegebenen geradliniſchen Winckel (a) habe.

Handgriff.

Mache den △ EFG ∏/ dem △ BCD. d. 22. 1.
Das ▭ HFIK mache ∏/ dem △ EFG/
Welches dem ∠ b ∏ habe / dem vorgegebenen ∠ a. d. 42. 1.
Verlängere EF / und mache FP ∏/ der Lini A.
Auß P ziehe die Lini PL. ═ der FK/ d. 31. 1.
Welche die verlängte GIK in Punct L durchſchneide.
Auß dem Punct L/ und durch den Punct F ziehe den Diameter
LF/ biß er die verlängte IH durchſchneide in dem Punct M.
Auß dem Punct M ziehe die Lini MO ═/ der Lini HP/ d. 31. 1.
Welche die verlängte LP durchſchneide in Punct O.
Unterdeſſen verlängere KF biß in Punct N.
So wird das ▭ NOFP ∏ gemacht worden ſeyn/
Dem △ EFG/ oder dem gleichen △ BDC/
und der ∠ c ∏/ dem ∠ a;
und die Lini FP ∏/ der Lini A.

Beweiß.

Die Auffüllung FO iſt ∏/ der Auffüllung FI. d. 43. 1.
Das ▭/ oder Auffüllung FI iſt ∏ gemacht worden/
dem △ EFG/ oder BCD. d. d. Hand.
Darumb wird die Auffüllung / oder ▭ FO ∏ ſeyn/
dem vorgegebenen △ BCD.
So hat es auch die Seite FP/ und NO ∏/ der Lini A/ und dem
∠ c ∏ dem ∠ a. d. d. Hand.
(dann der ∠ c iſt ∏ dem ∠ b/ d. 29. 1.
und der ∠ b iſt ∏ gemacht worden/ dem ∠ a).
Welches zu machen wars.

Die XLV Vorgab. Handgriff.

Ein Parallelogram (GF) zu machen/ welches einer andern vorgegebenen geradliniſchen Figur (ABCD) gleich ſeye/ und einen Winckel (a) gleich einem andern vorgegebenen geradliniſchen Winckel (c) habe.

Handgriff.

Zertheile die geradliniſche Figur in lauter △.
nemlich in den △ ABC/ und BCD.
Mache das ▭ GI ⊓/ dem △ ABC/ d. 42. 1.
Welches dem ∠a ⊓ habe/ dem vorgegebenen ∠ c.
Verlängere EI/ und mache auff IK das ▭ KF ⊓/ dem △ BCD/ d. 44. 1.
So wird das groſſe ▭ EGHF darauß entſpringen/
Welches ⊓ iſt der vorgegebenen Figur ABCD.

Beweiß.

Das ▭ GI iſt ⊓/ dem △ ABC/
und das ▭ KF iſt ⊓/ dem △ BCD. } d. d. Hand.
Die zwey △ ABC/ und BCD machen aber die Figur ABCD:
und die zwey ▭ GI/ KF machen auch das groſſe und
einige ▭ EFGH.
Dahero folget/ daß das ▭ EH ⊓ ſeye/ der vorgegebenen
geradliniſchen Figur ABCD.
ſo iſt auch der ∠a ⊓/ gemacht worden dem ∠c. d. d. Hand.
Welches zu machen ware.

Die XLVI. Vorgab. Handgriff.

Auff einer gegebenen geraden Lini (AB) ein Quadrat/ oder gleiches Vier-Eck (ABCD) zu machen.

Handgriff.

An beyden Enden A/ und B erhöhe zwo L. AC/ und BD/ welche gleich lang seyn müssen/ der Lini AB. d. 11. 1.
Ziehe zusammen die Puncten CD mit einer geraden Lini/ so ist das □ ABCD verfertiget.

Beweiß.

Die ∠ a/ und b seynd zween rechte ∠. d. d. Hand.
darum ist AC ═ der BD. d. 28. -
Die Lini AC ist ∏/ der Lini BD. d. d. Hand.
Dahero wird die Lini CD ═ seyn/ der Lini AB/ d. 31 1.
und folgends wird AD ein ▭ seyn. d. 35. def. 1.
Weilen aber die zwo Seiten CA/ BD ∏ seynd gemacht worden der dritten Seiten AB.
und auch CD/ ohne das ∏ ist der Seiten AB. d. 34 1.
So wird dann AD ein gleichseitiges ▭ seyn /
Unterdessen seynd die ∠ a/ und b zwey Rechte/ d. d. Hand.
Dahero werden auch die übersiehende zwey ∠ c/ und d zwey Rechte seyn. d. 34. 1.
Und deßwegen wird AD ein □/ oder Vier-Eck seyn/ d. 29. 1.
Welches zu machen ware.

Anmerckung. I.

Ein jedes ▭/ welches umb einen rechten ∠ zwey gleich lange Seiten hat/ ist ein □.

II.

In einem jeden ▭/ welches einen Rechten ∠ hat/ werden auch die übrige drey ∠ Rechte seyn.

III.

Auff gleich geraden Linien/ seynd die darauff gemachte □ einander gleich groß.

IV.

Gleich grosse □/ das ist/ welche einen gleichen Inhalt begreiffen/ stehen auff gleich geraden Linien.

(o)

Die XLVII. Vorgab. Betrachtung.

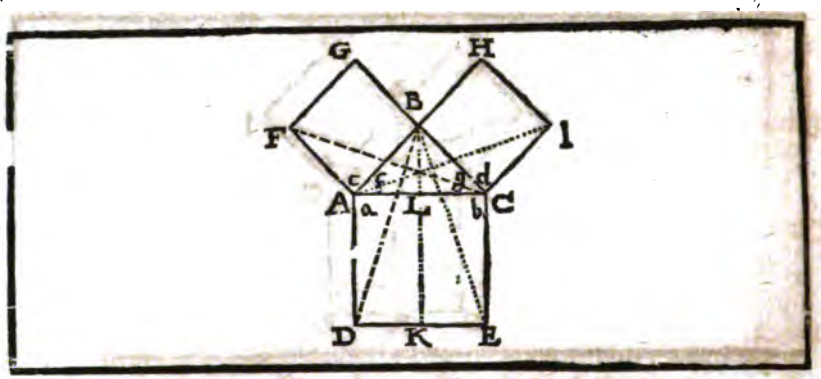
In dem Rechtwincklichten Triangel (als wie ABC) ist das Quadrat (AE) auff der Seiten (AC)/ welche den Rechten Winckel (ABC) unterspannet; gleich so groß/ als die zwey Quadraten (CH/ und AG)/ welche auff denen zwey andern Seiten (AB, BC)/ so den rechten Winckel beschliessen/ gemacht werden.

Zubereitung.

Auß dem Punct B ziehe die gerade Lini BK ═/ der AD oder CE. p. 31. 1.
Ziehe zusammen mit geraden Linien AI/ CF/ DB/ und EB.

Beweiß.

Der ∠ b ist ⊓/ dem ∠ d.
(dann wegen der ▭' AE/ CH/ beyde ∠ rechte seynd).
Setze beyderseits hinzu den gemeinen ∠ g.
So wird auch der ∠ b → g ⊓ seyn/ dem ∠ d → g.
Nunmehro ist denen zwey △ ECB/ und ACI
erstlich der ∠ b → g ⊓/ dem ∠ d → g.
Und die zwo Seiten EC/ CB ⊓/ denen zwo Seiten AC/ CI.
(dann AE und CH/ wie vorgemeldet/ □ seynd)
Dahero wird der △ ECB ⊓ seyn/ dem △ ACI d. 4. 1.
Unterdessen ist das ▭ KLCE doppelt deß △ ECB. d. 41. 1.
Und auch das ▭ BHIC ist doppelt deß △ ACI. d. d. selbe.



Folget / daß auch das ▭ KLCE ſeye dem □ BHIC. d. 6. ax.
Ferner/ weilen der ∠ c ⊓ iſt/ dem ∠ a. d. 29. def. 1.
ſetze zu dieſen beyderſeits hinzu den gemeinen ∠ f.
So wird auch der ∠ c → f ⊓ ſeyn dem ∠ a → f.
Nun betrachte die zwey △ FAC/ und BAD/ allwo
die Seiten FA ⊓ iſt/ der Seiten AB; und AC ⊓ der AD. d. 29. def. 1.
und wie ſchon bewieſen/ der ∠ c → f ⊓ iſt/ dem ∠ a → f.
Darumb iſt der △ FAC ⊓ dem △ BAD. d. 4. 1.
Unterdeſſen iſt das ▭ LKDA doppelt deß △ BAD/ d. 41. 1.
und das □ ABCF doppelt deß △ FAC. d. d. ſelbe.
Folget/ daß auch das ▭ LKDA ⊓ ſeye / dem □ ABGF. d. 6. ax.
Weilen aber beyde ▭ LKDA/ → ABGF das □ AE machen.
So ſchlieſſet man/ daß alſo das □ AE ⊓ ſeye / beyden □ CH/ und
AG ſammentlich.
Welches zu beweiſen war.

Anmerckung.

Hierauß iſt leichtlich abzunehmen/ daß in denen △/ das □/ ſo auff einer Seiten/ welches einen ſpitzigen ∠ unterſpannet / gemacht wird / ⌝ ſeye / als beyde □ ſammentlich / ſo auff denen übrigen zwo Seiten / welche den ſpitzigen ∠ beſchlieſſen / gemacht werden.

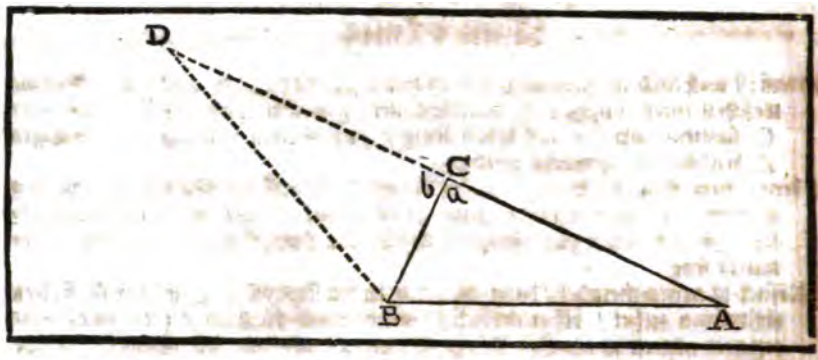
In denen ſtumpffwincklichten △ aber / iſt das □/ ſo auff der Seiten / welche den ſtumpffen ∠ unterſpannet / gemacht iſt/ allzeit ⌜ / als beyde □ ſammentlich / ſo auff denen zwo Seiten / welche den ſtumpffen ∠ beſchlieſſen / gemacht ſeyn.

Die Urſach iſt augenſcheinlich/ dann wann man den ſtumpffen ∠ ſolcher Geſtalten zuſammen ziehet / biß er endlich ⊓ wird/ einem Rechten ∠; die zwey Seiten aber allweil in einerley Länge verbleiben / alsdann die Seiten / welche den ſtumpffen ∠ unterſpannet/ kleiner werden wird.

Entgegen/ wann man den ſpitzigen ∠ ſo lang von einander ziehet/ biß er letzlich einem Rechten ∠ ⊓ werde / die übrige zwo Seiten aber / welche den ſpitzigen ∠ beſchlieſſen / allzeit in einerley Länge verbleiben/ ſo wird die Seiten /welche den ſpitzigen ∠ unterſpannet / ⌜ werden.

In der vorhergehenden iſt unterdeſſen bewieſen worden / daß das □/ ſo auff der Seiten gemacht iſt/ welches den rechten ∠ unterſpannet/ ⊓ ſeye/ denen zwey □ ſammentlich/ ſo auff denen übrigen Seiten gemacht ſeynd

So folget ja klar / daß das □ / ſo auff der Seiten gemacht iſt/ welches den ſtumpffen ∠ unterſpannet/ ⌜ / und hinwiederumb das □ / ſo gemacht iſt auff der Seiten/ welche den ſpitzigen ∠ unterſpannet / ⌝ ſeye/ als die zwey □ ſammentlich auff denen übrigen zwo Seiten / ſo gedachte ∠ beſchlieſſen.



Die XLVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann das Quadrat auff einer Seiten (als wie AB) in einem Triangel (ACB) gleich iſt/ denen andern zweyen Quadraten ſammentlich/ welche auff denen andern zwo Seiten (AC/ BC) beſchrieben werden: ſo wird der Winckel (a)/ welcher von ſothanen andern zwo Seiten beſchloſſen iſt/ ein rechter Winckel ſeyn.

Zubereitung.

Auff CB erhöhe auß dem Punct C die ⊥ CD. d. 11. 1.
Mache CD ∏/ der Seiten AC; und ziehe DB zuſammen.

Beweiß.

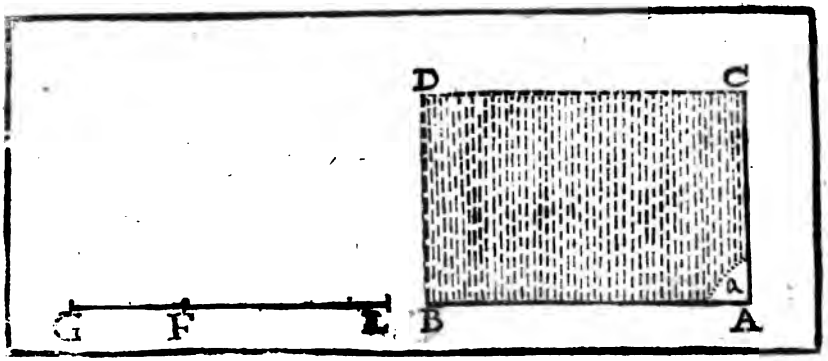
Der ∠ b in dem △ BCD iſt ein Rechter ∠/ d. d. Zub.
Darumb wird das □ auff DB ∏ ſeyn/ denen zwey □ auff BC/ CD. d. 47. 1.
Die Lini CD iſt unterdeſſen ∏ gemacht worden/ der Lini CA. d. d Zub.
Folget/ daß auch das □ auff DB ∏ ſeye/ denen zwey □ auff BC/ CA.
Denen □ auff BC/ und CA aber iſt ∏ gegeben/ das □ auff BA. d. d. Vor.
Dahero wird das □ auff BD ∏ ſeyn/ dem □ auff BA.
Und folgends durch die vierdte Anmerckung der 46. Vorg. dieſes Buchs wird die Lini BA ∏ ſeyn/ der Lini BD.
Dahero wegen der drey gleichen Seiten wird der △ ABC ∏ ſeyn/ dem △ BCD.
Und weilen der ∠ b ein Rechter ∠ iſt/ ſo d. 8. 1.
Folget letzlich / daß auch der ∠ a ein Rechter ∠ ſeyn müſſe. d. d. Zub.
Welches zu beweiſen ware.

Das

Anderte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

I.

Ein Recht-wincklichtes Parallelogram iſt/ welches von zwey geraden Linien (AB BC) beſchloſſen wird/ und einen rechten Winckel (a) hat.

Dieſes iſt alſo zu verſtehen/ nemlich/ daß ein Recht-wincklichtes Parallelogram nur zwey gewiſſe Linien (deren eine die Baſis/ die andere aber die Höhe genant wird) einen Raum darmit einzuſchlieſſen/ nöthig habe: dann wann einer ſich ihme im Sinne einbildet/ daß die Höhe AC der Länge AB nach/ allzeit ⊥ biß an das Ende B fortgeſchoben werde/ ſo ſolte zweiffelsohne ein ſolcher Fortſchub den Raum CABD hinterlaſſen/ an welchen die zwey Seiten CD/ und BD gleich- und Parallel ſeyn werden/ denen zwo überſtehenden Seiten AB/ und AC. Und dahero die Figur CABD ein Parallelogram durch die 35. def. deß 1. Buchs/ und zwar wegen der ⊥ ein Recht-wincklichtes ſeyn werde. Deswegen man ſchlieſſet/ daß zu Erkennung deß Begriffs/ oder Raums eines Recht-wincklichten Parallelograms bloſſe zwey Seiten/ welche den Rechten Winckel begreiffen/ nöthig ſeyn.

Anmerckung. I.

Ein Recht-wincklichtes Parallelogram/ welches auch eine Winckelrechte Figur genannt iſt/ wird in dieſem Buch ſo wol für ein Quadrat/ als für ein gewöhnliches Parallelogram/ welches bloß die überſtehende Seiten einander ⊓/ =/ und einen Rechten Winckel hat/ genommen.

II.

Ein Winckel-Rechtes Parallelogram von zwey gleichen Seiten wird in dieſem Buch mit dem Zeichen ▭/ und ein Winckelrechtes Parallelogram von vier gleichen Seiten/ das iſt/ ein Quadrat mit dem Zeichen □ angedeutet.

III.

III.

An statt daß man sonsten ein ▭/ oder □ mit vier Buchstaben beschreibet/ als wie hier das ▭ ABCD/ so pflegt man Kürtze halber/ dasselbe nur mit drey Buchstaben zu bezeichnen/ von welchen der mittlere den Rechten Winckel/ und die andere zwey/ die zwey Seiten andeuten/ gleich wie in dem ▭ CAB seynd die zwo Seiten CA/ AB/ mit welchen der Rechte ∠ a beschlossen ist. Doch werden die gemachte ▭ bloß nur mit zwey Buchstaben/ welche längst dem Diameter gegen einander über stehen/ beschreiben/ also an statt ABDC/ oder CAB schreibet man allein AD/ oder BC.

IV.

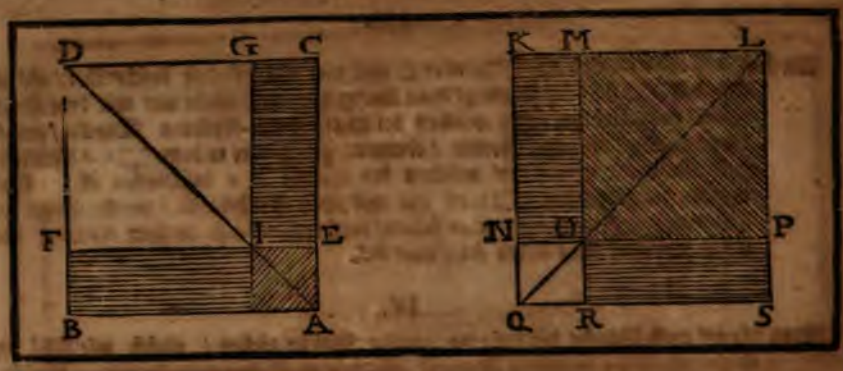
Man pfleget auch schlecht hinauß eine gerade Lini zu ziehen/ gleich wie GE/ und solche an einen gewissen Punct/ als wie in F durchzuschneiden/ welches hernachmahlen ein Recht-wincklichtes Parallelogram bedeutet/ welches von denen zwey Seiten GF/ FE (so umb den rechten Winckel F stehen) beschlossen ist/ und also geschrieben wird/ das ▭ EFG/ oder GFE.

V.

Wann die Basis eines ▭/ oder □ durch die Höhe; oder entgegen/ die Höhe durch die Basis vermehret wird/ so überkommt man in Zahlen den Inhalt deß ▭/ oder □. Gesetzt das ▭ AD habe die Höhe AC von 6/ und die Basis AB von 12 Klafftern. Wann nun 6 durch 12/ oder 12 durch 6 vermehret wird/ so kommen in Product 72 Klaffter/ (welche aber Quadrat-Klaffter seynd/ deren ein jedes in der Länge und Breite just ein Klaffter hat) für den Inhalt deß ▭ AD herauß.

Herentgegen/ wann man den Inhalt eines ▭/ oder □ durch die Anzahl der Höhe zertheilet/ so kriegt man im Quotient die Anzahl der Länge der Basis; oder wann man den Inhalt durch die Anzahl der Länge zertheilet/ so hat man im Quotient die Anzahl der Länge der Höhe.

Zu einem Exempel zertheile 72 mit der Höhe 6/ so hast im Quotient 12 für die Länge der Basis; zertheilest aber 72 mit der Basis 12/ so kommet ein Quotient herauß 6. für die Länge der Höhe.



II.

In einem jeden Parallelogram werden die zwey Außfüllungen / oder Complementen / sambt einem auß denen zwey übrigen Quadraten / durch welche der Diameter gehet / der Winckelhacken / oder in Griechischer Sprach / Gnomon geheissen.

Auff zweyerley Art mag dieser Winckelhacken gemacht werden. Dann erstlich kan man zu denen zwey Außfüllungen das grössere Quadrat / hernach auch das kleinere Quadrat darzu nehmen.

In dem Parallelogram AD seynd zu den Winckelhacken BIC (dann man solchen bloß mit drey Buchstaben anzudeuten pfleget) die zwey Außfüllungen BI / und IC / und das kleinere □ ID genommen worden.

Zu dem Winckelhacken KOS aber in dem Parallelogram QL / seynd die zwo Außfüllungen KO / OS / und das grössere □ OL gebraucht worden.

Die I. Vorgab. Betrachtung.

Wenn zwo gerade Linien (AB LM) seynd/ und man eine darvon (als wie AB) in unterschiedene Theile/ gleiche oder ungleiche (nemlich allhier in die ungleiche AD/ DE EB) zertheilet: so wird das Parallelogram (AH)/ welches von denen zwey geraden Linien (AB LM) beschlossen worden ist/ gleich seyn/ allen denen Parallelogramen sammentlich (nemlich (AF DG EH)/ so von der unzertheilten Lini (LM)/ und einem jedwedern Theil der zertheilten Lini (AB) gemacht worden ist.

Das ist/ das ▭ AH ist ⊓/ denen ▭ AF/ + DG + EH.

Zubereitung.

Auß beyden Enden der Lini AB erhöhe die ⊥ AC/ und BH/ welche gleich lang seyen/ der gegebenen LM. d. 11. 1.

Ziehe die zween Puncten CH mit einer geraden Lini zusammen/ so entstehet daraus das ▭ AH/ dessen eine Seiten AB zertheilt/ die andere aber AC (so ⊓ ist der LM) unzertheilt ist. d. 1. def. 24.

Unterdessen ziehe auß denen Puncten D/E die Linien DF/ EG ═/ der Seiten AC/ oder BH biß in die Seiten CH. d. 31. 1.

So kommen die drey ▭ AF/ DG/ EH hierauß/ welche zu einer Seiten die Lini AC/ (oder die gleiche LM)/ zu der andern aber die gegebene Theile AD/ DE/ und EB haben. d. 1. def. 2. und 33. 1.

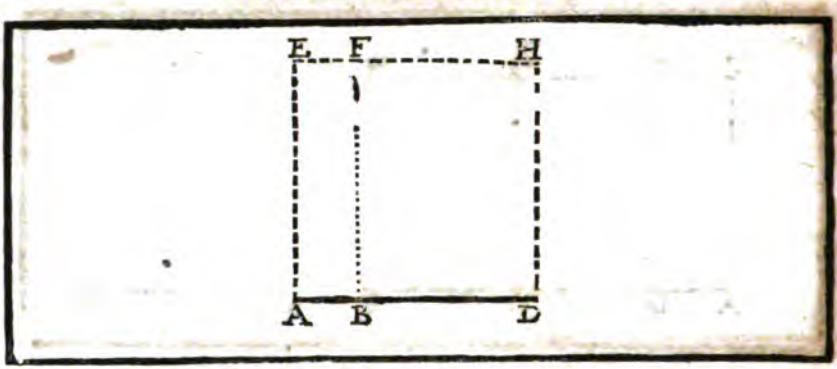
Beweiß.

Erstlich ist auß der Zubereitung klar/ daß die ▭ AF/ DG/ EH Eine Seiten ⊓/ der gegebenen unzertheilten Lini LM/ zu der andern aber die Theile AD/ DE EB der zertheilten Lini AB haben. d. d. Zub.

Anderten ist augenscheinlich/ daß das ▭ AH/ welches zu einer Seiten AC (oder die gleiche LM)/ zu der andern aber die zertheilte AB hat/ ⊓ seye/ denen ▭ AF + DG + EH. d. 1. 4. ax. 1.

(Dann das gantze ist ⊓/ allen seinen Theilen sammentlich).

Welches zu beweisen ware.



Die II. Vorgab. Betrachtung.

Wenn man eine gerade Lini (AD) nach Gefallen zertheilet (als wie in B)/ so werden die Parallelogrammen (AF/BH)/ welche von der gantzen Lini/ und denen Theilen begriffen werden/ gleich seyn/ dem Quadrat (AH) welches auff der gantzen Lini (AD) ist beschrieben worden.

Das ist/ die ▭ AF + BH seynd ⊓/ dem □ AH.

Zubereitung.

Auff AD mache das □ AG. d. 46. 1.

Auß dem Punct B ziehe die Lini BF ═/ der Seiten AE. oder DH. d. 31. 1.

Darauß entstehen nun die zwey ▭ AF/ und BH/ welche zu einer Seiten die Lini AD/ zu der andern aber die Abschnitte AB/ BD haben. { d. 33. 1. uñ 1. def. 2.

Beweiß.

Weilen AH ein □ ist/ so werden die vier Seiten einander ⊓ seyn. d. d. Zub.

Dahero ist klar/ daß die zwey ▭ AF/ und BH zu einer Seite die gantze Linien AD (dann AE/ und DH/ oder BF derselben AD ⊓ seynd) zu der andern Seite aber/ die Abschnitte/ oder Theile AB/ BD haben.

Unterdessen ist augenscheinlich zu sehen/ daß gedachte zwey ▭ AF/ BH eben den Raum/ welchen das Quadrat AH hat/ einnehmen.

Dahero werden die zwey ▭ AF + BH ⊓ seyn/ dem □ auff AD (nemlich die Theile sammentlich seynd ⊓/ ihren Gantzen:)

Welches zu beweisen ware.

Die III. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) nach Gefallen (als wie in C) zertheilet: so wird das Parallelogram (AF)/ welches von einem Theil (AC)/ und der gantzen Lini (AB) ist gemacht worden/ gleich seyn/ dem Quadrat (AE)/ so gemacht ist auff einem Theil (AC)/ und dem Parallelogram (CF)/ welches von einem (AC)/ und dem andern Theil (CB) ist beschlossen worden.

Das ist/ das ▭ AF ist ⊓/ dem □ AE + ▭ CF.

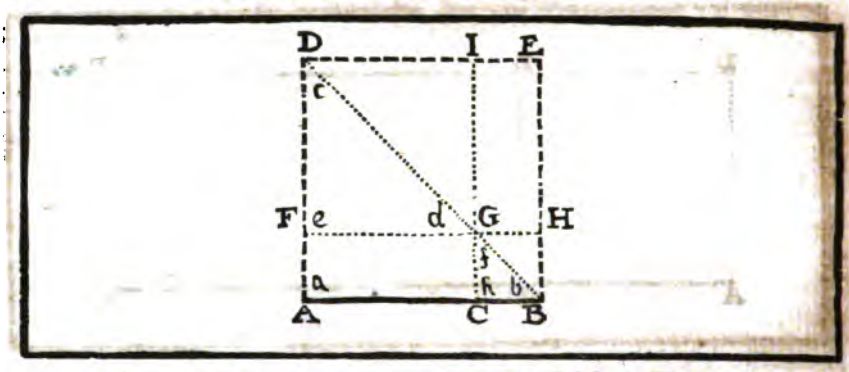
Zubereitung.

Mache auff dem Theil AC das □ AE. d. 46. 1.
Aus dem Ende B erhöhe die ⊥ BF. d. 11. 1.
Verlängere DE/ biß sie BF in F berühre/ } d. 33. 1.
So erwachsen hierauß/ das □ AE/ und das ▭ CF. } uñ 1. def. 2.

Beweiß.

Es ist klar/ daß das □ AE ihre Seiten ⊓ hat/ dem einen Theil AC. d. d. Zud.
So hat auch das ▭ CF wegen deß □ AE die eine Seiten CE ⊓/ dem einen Theil AC/ und zu der andern Seite/ den andern Theil CB.
Dieses □ AE sambt dem ▭ CF nehmen unterdessen denselben Raum ein/ welchen das ▭ AF beschliesset/ so zu einer Seiten die gantze AB/ und zu der andern den Theil AC/ oder AD hat.
Dahero ist das ▭ AF ⊓/ dem □ AE + ▭ CF. d. 14. 2. 1.
(das gantze seinen Theilen sammentlich)
Welches zu beweisen ware.

(o)



Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) nach Gefallen zertheilet (als wie in c)/ ſo wird das Quadrat (AE)/ welches auff der gantzen Lin (AB) iſt beſchrieben worden/ gleich ſeyn/ denen zwey Quadraten (BG/ und GD)/ ſo auff beyden Theile (AC BC) gemacht/ und denen zwo Winckelrechten Figuren (AG/ GE)/ welche von denen beyden Theilen (AC/ CB) ſeynd beſchloſſen worden.

Das iſt/ das □ AE iſt ⊓/ denen zweyen □ DG + GB + zweyen ▭ AG + GE.

Zubereitung.

Mache auff AB/ das □ AE. d. 46. I.
Ziehe den Diameter ED.
Auß C ziehe die Lini CI =/ der Seiten BE/ oder AD. d. 31. I.
allwo ſie der Diameter durchſchneidet/ nemlich in Punct G.
Durch dieſen Punct ziehe die Lini FH =/ der Seiten AB/ oder DE.
Nunmehro ſtehet zu beweiſen/ daß die ▭ DG/ und GB zwey □ ſeynd/ und zu ihren Seiten die Theile AC/ CB haben.
Hernach/ daß die ▭ AG/ und GE auch von denen zwey Seiten AC/ CB beſchloſſen ſeynd.

Beweiß.

Weilen AE ein □ iſt/ d. d. [illegible]
ſo werden die vier Seiten einander ⊓ ſeyn.
Dahero in dem △ DAB/ wegen der gleichen Seiten AD/ AB
ſeynd die zwey ∠ c und b einander ⊓. d. 5. I.
Unterdeſſen iſt der ∠ a ein Rechter ∠ d. 9. I.
Folget/ daß alſo die ∠ c und b zwey halbrechte ſeynd. d. Cor. 2. 32. I.

Ferner ist in dem △ DFG der ∠ e ein Rechter ∠ d. 29. 1.
und der ∠ c ein halb Rechter. d. 9. Vor.
Dahero wird auch der dritte ∠ d ein halb Rechter seyn. d. Cor. 1. 32. 1.
und folgends der ∠ d ⊓ seyn/ dem ∠ c.
Deßwegen ist auch die Seiten FD ⊓/ der Seiten FG. d. 6. 1.
Auff solche Art wird bewiesen/ daß auch DI ⊓ seye/ der IG.
Unterdessen ist DF ═/ der GI: und FG ═/ der DI.
darumb ist GD ein ▭. d. d. Zub. d. 35. def. 1.
Und zwar wegen dergleichen Seiten FD/ FG/ und denen vier Rechten ∠/ ein □ { d. 34. 1. und 29. def. 1.
Eben auff diese Weise wird BG ein □ seyn.
Weilen nun das □ BG auff den Theil CB stehet/ und das □ GD die Seite GF ⊓ hat/ der Lini AC. d. 34. 1.
So folget letztlich/ daß diese zwey □ BG/ und GD zu ihren Seiten die Theile AC/ CB haben/ welches das erste zu beweisen ware.
Nunmehro/ indeme BG ein □ ist/ so wird CG ⊓ seyn/ der GH.
das ist/ beyde Seiten CG/ und GH seynd ⊓/ dem Theil CB. d. 34. 1.
Auch weilen GD ein □ ist/ so wird FG ⊓ seyn/ der GI.
das ist/ beyde Seiten FG und GI seynd ⊓/ dem Theil AC. d. 34. 1.
Dahero seynd beyde ▭ AG/ GE von gleichen Seiten FG/ GC/ und IG/ GE welche ⊓ seynd/ denen Theilen AC/ CB) beschlossen.
Letzlich ist augenscheinlich/ daß diese zwey □/ sambt denen zwey ▭/ das □ AE außfüllen.
Dahero ist das □ AE ⊓/ denen zwey □ DG/ CB + zwey ▭ AG + GE.
Welches zu beweisen ware.

Folge. I.

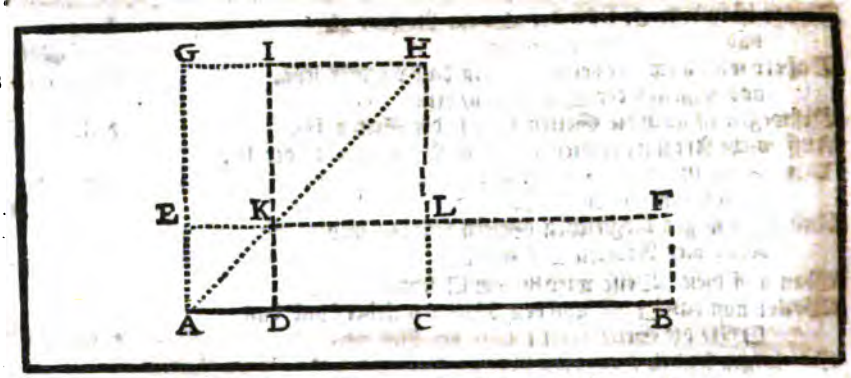
Die Parallelogrammen umb den Diameter eines Quadrats seynd □.

II.

Der Diameter schneidet die ∠ in denen □ gleich entzwey/ gleich wie es von denen ▭ in der 34. Vorg. deß 1. Buchs ist bewiesen worden.

III.

Wann eine gerade Lini just entzwey getheilet wird/ so ist das beschriebene □ auff derselben Lini ⊓/ 4 ⊏/ welche ihre Seiten ⊓ haben/ der Helffte derselben Lini: dann alle diese vier ⊏ können umb den Diameter gesetzt werden; so folget auß diesen/ daß ein □ auff der Helffte derselben Lini 4 von dem □ auff der gantzen Lini seye.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) in zwey gleiche Theile (in C)/ und in zwey ungleiche (als wie in D) zertheilt: ſo wird das Quadrat (AH) auff der halben Lini (AC)/ gleich ſeyn / der winckelrechten Figur (DF)/ welche von denen zwey ungleichen Theilen (AD/DB) iſt beſchrieben worden / ſambt dem Quadrat (KH)/ welches auff dem mittlern Theil (CD) iſt gemacht worden.

Das iſt/ das □AH iſt ∏/ dem ▭DF + □KH.

Zubereitung.

Mache auff der halben AC das □AH/ und ziehe den Diameter AH.
Aus D ziehe die Lini DI ═/ der AG/ oder CH/ welche den gezogenen Diameter AH in Punct K durchſchneidet. b. 31. 1.
Durch K ziehe die Lini EF ═/ und ∏ lang/ der Lini AB.
Hange letzlich B/ F zuſammen.

Beweiß.

Es iſt klar/ das AK / KH □ ſeynd / und zu dero Seite die ungleiche Theile AD/ DC haben; daß auch DF ein ▭ von denen Theilen AD / DB ſeye. { b. 1. Cor. 4. 2. und 34. 1.
Nunmehro/ weilen das ▭ CK ∏ iſt/ dem ▭ KG. b. 43. 1.
ſetze beyderſeits hinzu das gemeine □ AK.
So wird das ▭ CE ∏ ſeyn/ dem ▭ GD. b. 2. ax. 1.
Das ▭ CE aber iſt ∏/ dem ▭ CF. b. 36. 1.
Darumb wird auch das ▭ GD ∏ ſeyn/ dem ▭ CF.
Setze nun hinzu beyderſeits das gemeine ▭ CK.
So wird der Winckelhacken GKC ∏ ſeyn / dem ▭ DF.
Setze letzlich beyderſeits hinzu das gemeine □ KH.
So wird das □ AH ∏ ſeyn / dem ▭ DF + □ KH.
Welches zu beweiſen ware.

Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) in zwey gleiche Theile (als wie in C) theilet / und eine andere gerade Lini (BD) daran stoſſet: ſo wird die winckelrechte Figur (AF)/ welche von der gantzen Lini (AB)/ und dem Zuſatz (BD) als einer einigen geraden Lini / und von dem Zuſatz (BD)/ als der andern Lini iſt gemacht worden / ſambt dem Quadrat (KH) der halben Lini (CB) gleich ſeyn/ dem Quadrat (CI)/ welches auff der halben Lini (CB)/ und dem Zuſatz (BD)/ als einer einigen Lini iſt beſchrieben worden.

Das iſt/ das ▭ AF → □ KH iſt ⊓/ dem □ CI.

Zubereitung.

Auff der Lini CD mache das □ CI/ und ziehe den Diameter DG. d. 46 1.
Auß B ziehe die Lini BH ═/ der Seiten DI/ oder CG; alwo ſie den Diameter/ nemlich in dem Punct L durchſchneidet/ d. 31. 1.
Durch dieſen ziehe die Lini FE ═ / und ⊓ lang/ der AD. d. 31. 1.
Hange letzlich A/ E zuſammen.

Beweiß.

Erſtlich ſeynd DL/ LG □ / welche zu dero Seiten die Theile BD/ und CB haben. d. 1. Cor. 4. 2.
Hernach iſt klar/ daß AF ein ▭ von denen Seiten AD/ DF ſeye.
Alsdann/ weilen das ▭ EC ⊓ iſt/ dem ▭ CL. d. 36. 1.
das ▭ CL aber ⊓ iſt/ dem ▭ LI. d. 43. 1.
So wird auch das ▭ EC ⊓ ſeyn/ dem ▭ LI. d. 1. 21. 1.
Setze unterdeſſen beyderſeits hinzu das gemeine ▭ CF.
Folget/ daß auch das ▭ AF ⊓ ſeye/ dem Winckelhacken ILC.
Letzlich ſetze beyderſeits hinzu das gemeine □ KH.
So wird das ▭ AF → □ KH ⊓ ſeyn / dem □ CI.
Welches zu beweiſen ware.

Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) nach Gefallen/ (als wie in dem Punct C) zertheilet: so wird das Quadrat (AD) der gantzen Lini/ sambt dem Quadrat (EK) deß einen Stücks (CB)/ gleich seyn/ zweymahln der Winckelrechten Figur (AH/ oder HL)/ welche von der gantzen Lini (AB)/ und dem einen Stück (CB) beschlossen ist/ sambt dem Quadrat (EG) deß andern Stücks (AC).

Das ist/ das □ AD + □ BG ist ⊓/ 2 ▭ AH + □ GE.

Zubereitung.

Schreibe auff der Lini AB das □ AD. d. 46. 1.

Ziehe den Diameter BE.

Hernach ziehe auß C die Lini CF ═/ der Lini BD/ oder AE. d. 31. 1.
allwo nun CE den Diameter durchschneidet/ nemlich in G/

Ziehe durch solchen Punct G die Lini HI ═/ der Seiten AB/ oder ED. d. 31. 1.

Letzlich auff DF (welche ⊓ ist/ der CB) mache das □ FK. d. 34. 1. (und 46. 1.

Beweiß.

Nach der ersten Folge der vierdten Vorgab dieses Buchs seynd BG/ und EG ⊏/ welche zu dero Seite die ungleichen Theile CB/ und AC haben. d. 34. 1.

Alsdann/ indeme CB/ und FD einander ⊓ seynd/ so wird auch das □ BG ⊓ seyn/ dem □ FK. d. 34. 1. d 3 Cor. 46. 1.

Und folgends die übrige drey Seiten deß einen □ ⊓ seyn/ denen übrigen drey Seiten deß andern □. das ist/ eine jede Seiten darvon/ wird sonderlich ⊓ seyn/ dem Stück/ oder Theil CB.

Hernach/ weilen das ▭ AG ⊓ ist/ dem ▭ GD. d. 43. 1.
und wan man entzwischen beyderseits die gleichen □ BG und FK hinzu setzet/
So wird auch das ▭ AH welches von der gantzen Lini AB/ und dem Stück CB (oder von dergleichen BH beschlossen ist) ⊓ seyn/ dem ⊏ GK.

Unterdessen nimen die zwey gleiche ▭ AH + GK/ (oder mit einem Wort/ das ▭ AH zweymahlen/ sambt dem □ GF eben den Raum ein/ welchen das □ AD/ sambt dem □ FK (oder das gleiche □ BG begreiffet.

Derhero schliesset man/ daß das □ AD + dem □ BG ⊓ seye/ d. 14. 2. 1.
2 ▭ AH + □ GE. Welches zu beweisen ware.

Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) nach Gefallen in zwey Theile (als wie in C) zertheilet: so werden die vier winckel-rechte Figuren sammentlich/ welche von der gantzen Lini (AB)/ und dem einen Theil (CB) seynd beschlossen worden/ und mit dem Quadrat (EO) von dem andern Theil (AC)/ gleich seyn/ dem Quadrat (AF)/ welches auff der gantzen Lini (AB)/ und dem einen Theil (BD welcher gleich ist der CB)/ als einer einigen geraden Lini (AD) ist beschrieben worden.

Das ist/ 4▭ AN + □ EO seynd ⊓/ dem □ AF.

Zubereitung.

Verlängere AB/ und mache BD ⊓/ CB.
Schreibe auff der gantzen AD/ das □ AF. d. 46 1.
Auß C/ und B ziehe die Linien CL/ BM ═/ der DE/ oder AE/ d. 31. 1.
Ziehe den Diameter ED/ welcher CL in O/ und BM in N durchschneidet.
Durch O/ und N ziehe die Linien HK/ GI ═/ der AD/ oder EF.

Beweiß.

Indeme DN/ NO/ OE/ auch NE umb den Diameter ED stehen/ so seynd sie □. d 1.Cor.42.
Und zwar OE wird das □ deß andern Theils AC seyn. (dann die Lini KO ⊓ ist/ der AC.) d. 34 1.
Ferner/ weilen die Lini PN ⊓ ist/ dem einen Theil CB/ d. 34 1.
und CB ⊓ ist/ der Lini BD. d d. Zub. 1°
So wird das □ PQ ⊓ seyn/ dem □ BG/ d. 3.Cor.46.
und deßwegen werden auch die Linien BN/ NQ/ und GN/ PN/ erstlich unter sich/ alsdann auch ⊓ seyn/ dem Theil CB. d. 1. ax. 1.

Dahero seynd die zwey ▭ AN/ IQ von dem einen Theil CB/ und der gantzen AB beschlossen. (dann IN ⊓ iſt/ der AB)

Unterdessen wegen deß □ NE iſt die Linĩ NM ⊓/ der Linĩ IN/ (oder der gleichen AB)

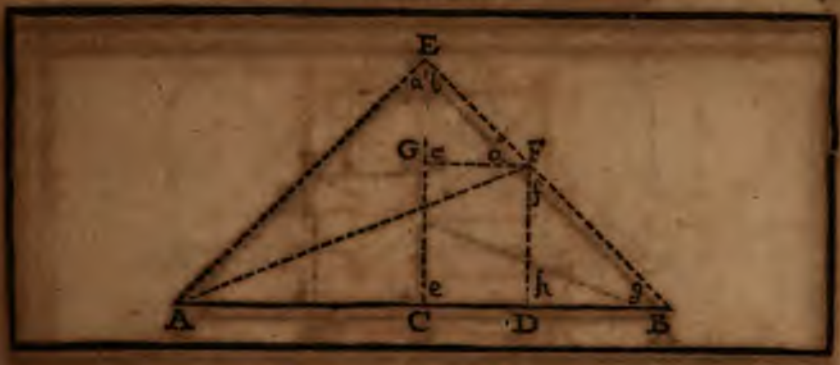
Darumb iſt auch das dritte ▭ NE von der gantzen AB/ und dem einen Theil CB (dann GN ⊓ iſt/ CB) beschlossen. b. d. Vor.

Letzlich/ wann man an statt deß □ PQ das gleiche □ BG zu dem ▭ QM hinzu setzet/ so hat man das virrdte ▭ PM/ welches von der gantzen AB dann PL ⊓ iſt/ der NM)/ und dem einen Theil CB (ſo ⊓ iſt/ der PN) beschlossen worden iſt. b. 34. 2.

Nunmehro begreiffen obgemeldte 4 ▭/ welche von der gantzen AB/ und dem einen Theil CB beschlossen seynd/ sambt dem □ OE/ deß andern Theils EO/ eben den Raum/ welchen das □ AE begreiffet/ ſo auff der zusammen gesetzten AD von der gantzen Linĩ/ und dem einen Theil iſt gemacht worden.

Dahero iſt das ▭ AN viermahlen + □ EO ⊓/ dem □ AE.

Welches zu beweiſen ware.



Die IX. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) in zwey gleiche Theile (als wie in C)/ und noch darzu in zwey ungleiche Theile (als wie in dem Punct D) zertheilet: so werden die Quadraten/ welche auff denen zween ungleichen Theilen (AD/ DB) gemacht worden seynd / beyde zusammen / zweymahlen so groß seyn / als die zwey Quadraten/ welche auff der halben Lini (AC)/ und der mittlern (CD) seynd beschrieben worden.

Das ist/ das □AD + □DB *ist* Γ/ 2 □AC + 2 □CD.

Zubereitung.

Erhöhe auff C die ⊥ CE/ so Γ ist/ der Helffte CB/ oder AC. d. 11. 1.
Ziehe A/ E und D/ E zusammen.
Aus D erhöhe die ⊥ DF/ welche die EB im Punct F durchschneidet/ d. 11. 1.
Durch den Punct F ziehe GF ═/ der AB. d. 31. 1.
Hange letzlich A/ F zusammen.

Beweiß.

In dem △ ECB ist wegen deren gleichen Seiten EC/ CB. d. d. Zub.
der ∠ b Γ/ dem ∠ g d. 5. 1.
Dahero / weilen der ∠ e ein rechter ∠ ist gemacht worden/
wird so wohl der ∠ b/ als der ∠ g ein halb rechter ∠ seyn. d. 2. Cor. 32. 1.
Auff solche Weise wird auch der ∠ a in dem △ ECA ein halb-
rechter ∠ seyn.
Und dahero der ∠ a + b ein gantz Rechter.
Unterdessen / weilen GF ═ gemacht ist/ der AB/
so wird der ∠ C auch ein rechter ∠ seyn. d. 29. 1.

Es ist auch bewiesen worden / daß der ∠ b ein halb-rechter sey. Darumb wird auch der ∠ d ein halb-rechter seyn. d. 32. 1.

Und deßwegen die Seiten GE ∏ seyn / der Seiten GF. (das ist / dem Theil CD) d. 6. 1. d. 34. 1.

Auff diese Art / weilen in dem △ FDB der ∠ h auch ein Rechter ∠ ist. d. d. Zus.

Und der ∠ g ein halb-rechter bewiesen worden ist / so wird auch der dritte ∠ F ein halb-rechter seyn. d. 32. 1. d. 6. 1.

Dahero ist die Seiten DF ∏ / der Seiten DB.

Diesem nach ist das □ auff AE ∏ / denen zwey □ auff AC / und CE / oder (welches ein Ding ist) das □ auff AE ist ∏ / 2 □ AC. (dann AC ∏ ist der CE.) d. 47. 1. d. d. Zus.

Auff solche Weise ist auch das □ auff EF ∏ / denen zwey □ auff EG / und GF; oder (so eines ist) d. 47. 1.

Das □ auff EF ist ∏ / 2 □ auff GF / (oder dergleichen / CD).

Denen beyden □ aber auff AE / und EF ist ∏ / das □ auff AF. d. 47. 1.

Dahero ist das □ auff AF ∏ / 2 □ AC / und 2 □ CD.

Unterdessen seynd wegen der ⊥ DF dem □ auff AF ∏ / die zwey □ auff AD / und DF / (oder dergleichen DB.) d. 47. 1.

Dahero schliesset man / daß die zwey □ auff AD und DB ∏ seynd / 2 □ AC + 2 □ CD / (oder / so eine Sach ist) / die zwey □ auff denen ungleichen Theilen AD / und DB zusammen / seynd zweymahln gröſſer / als die zwey □ auff der halben Lini AC / und der mitlern Lini CD zusammen.

Welches zu beweisen ware.

Die X. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein gerade Lini (AD) in zwey gleiche Theile (als wie in C) zertheilet ist/ und man derselben eine andere (BD) gerad nach der Länge daran setzet/ so wird das Quadrat auff der gantzen Lini/ sambt dem Zusatz/ als einer einigen Lini (AD)/ sambt dem Quadrat deß Zusatz (BD) zweymahln so groß seyn/ als die andere zwey Quadraten von der halben Lini (AC)/ und dem Quadrat/ welches auff der halben Lini/ und dem Zusatz/ als einer einigen Lini (CD) beschrieben wird.

Das ist/ das □ AD + □ BD □/ = □ AC + 2 □ CD.

Zubereitung.

Auf C erhöhe die L. CE/ welche □ seye/ der Helffte AC/ oder CB. d. 11. 1.

Hange A/ E/ und B/ E zusammen.

Durch D ziehe GDF = / der Lini CE. d. 31. 1.

Hiermahlen durch E ziehe EF = / der CD/ biß sie GDF durchschneide in dem Punct F.

Alsdann verlängere EB/ biß sie GDE im Punct G durchschneide.

Hange letzlich G/ A zusammen.

Beweiß.

In dem △ ECA ist die Seiten EC □/ der Seiten AC. d. d. Zub.

Dahero wird auch der ∠a □ seyn/ dem ∠l. d. 5. 1.

Und wegen deß rechten ∠ k werden dann beyde ∠a und l zween halb rechte ∠ seyn d. 2 Cor. 32. 1.

Auff solche Weise seynd in dem △ ECB die beyde ∠b und b auch zwey halb rechte ∠.

Dahero ist auch der ∠ a + b ein gantz rechter ∠.

Ferner

Ferner/ indeme GF = ist / der CE/ d. 0. Zus.
so wird der ∠ f ⊓ seyn/ dem ∠ b. das ist d. 29. 1.
der ∠ f wird auch ein halbrechter ∠ seyn.
So ist auch in dem △ BDG der ∠ g ein halbrechter ∠/
(dann der ∠ g ⊓ ist/ dem halbrechten ∠ b) d. 15. 1.
Dahero muß der dritte ∠ e nothwendig ein rechter ∠ seyn. d. 32. 1.
Y:) entzwischen wegen der gleichen ∠ ist GD ⊓/ BD. d. 6. 1.
Nunmehro ist auch der ∠ d ein rechter = Winckel.
(dann wegen daß EF = ist CD/ so ist der ∠ d ⊓/ dem ∠ e). d. 29. 1.
Deßwegen in dem △ EFG/ weilen der ∠ f ein halbrechter/
und der ∠ d ein rechter schon bewiesen worden ist.
Auch der dritte ∠ c ein halbrechter ∠ seyn werde. d. 32. 1.
und darumb ist GF ⊓ / dem EF/ d. 6. 1.
welche auch ⊓ ist/ der Lini CD. d. 34. 1.
Hernach/ weilen das □ auff AE ⊓/ 2 □ auff AC. d. 47. 1.
(dann AC ⊓ ist/ CE/ und das □ AE beyden □ ⊓ ist) d. 0. Zus.
Setze hinzu beyderseits das gemeine □ auff EG/
so wird das □ auff AE → □ auff EG ⊓ seyn/ 2 □ auff AC
→ □ auff EG.
Unterdessen ist beyden □ auff AE → □ auff EG ⊓ / das □ auff AG. d. 47. 1.
Und denen 2 □ auff AC → □ auff EG seynd ⊓/ dieselbe
2 □ auff AC / und die zwey □ auff EF → FG (das ist) d. 47. 1.
2 □ auff CD (dann schon bewiesen worden ist/ daß EF/ und
GF ⊓ seynd/ der Lini CD) d. 0. Ver.
Dahero wird das □ auff AG ⊓ seyn / denen 2 □ auff AC →
2 □ auff CD.
Letztlich seynd dem □ auff AG ⊓ / die zwey □ auff AD/ und DG. d. 47. 1.
(oder auff der gleichen BD).
Darumb wird auch das □ AD → □ BD ⊓ seyn/ 2 □ AC → 2 □ CD.
Welches zu beweisen ware.

Die XI. Vorgab. Handgriff.

Eine vorgegebene gerade Lini (AB) solcher gestalt entzwey zu theilen / (nemlich in G) / daß die winckelrechte Figur (GD) / welche von der gantzen Lini (AB) / und dem andern Theil (GB) beschlossen wird / gleich seye dem Quadrat (AH) welches auff dem einen Theil (AG) beschrieben wird.

Handgriff.

Schreibe auff AB das □ AD. d. 46. 1.
Zertheile eine Seiten / als wie AC in mitten in E. d. 10. 1.
Ziehe E / B zusammen.
Verlängere unterdessen die Seiten AC also / biß daß
EI ⊓ frey der Lini EB.
Auff AI mache das □ AH.
Verlängere die Seiten HG / biß sie die Seiten CD im Punct F. berühre.
Nun sagt man / daß das gemachte □ auff AG ⊓ seye / dem
▭ GD / welches von der gantzen AB / und dem andern Theil
GB ist beschlossen worden.

Beweiß.

Dieweilen die Lini CA geradt entzwey ist zertheilet / d. d. Hand.
und derselben das Stück AI in der Länge nach daran gesetzet worden.
So wird das ▭ CH (welches von der zusammengesetzten CI
und dem Zusatz AI / oder IH ist beschlossen worden) sambt
dem □ auff AE ⊓ seyn / dem □ auff EI / (oder dergleichen BE). } d. 6. 2. und d. Hand.
Unterdessen ist das □ auff EB ⊓ / denen zwey □ auff AB / und auff AE. d. 47. 1.
Dahero folget / daß das ▭ CH + □ auff AE ⊓ seye / denen zwey □
auff AB / und AE.
Wann man nun beyderseits das gemeine □ auff AE abziehet / so wird
das ▭ CH ⊓ seyn / dem □ auff AB.
(das ist / dem □ AD).
Wann man abermahlen beyderseits das gemeine ▭ CG darvon ziehet /
So wird dann letzlich überbleiben das □ AH ⊓ / dem ▭ GD.
Welches zu machen ware.

Die XII. Vorgab. Betrachtung.

In denen stumpffwincklichten Triangeln (ABC) ist das Quadrat der einen Seiten (AC)/ so den stumpffen Winckel (B) unterspannet/ gröſſer/ als die zwey Quadraten auff deren zwo Seiten (AB/ BC)/ welche den stumpffen Winckel (B) begreiffen; umb die Winckelrechte Figur/ so zweymahlen gemacht wird/ von diesen beyden Seiten einer (als wie hier von BC)/ und von dem Zusatz (BD)/ in welchen die Bleyrechte (AD) auff dem Spitz (A) fället.

Das ist/ das □ auff AC ist Γ / als die □ auff AB/ und BC umb das ▭ CBD zweymahlen genommen/ (oder so ein Ding ist)

Das □ auff AC ist ⊓/ denen □ auff AB → □ auff BC → 2 ▭ CBD.

Zubereitung.

Verlängere CB/ und lasse darauff aus dem Spitz A die ⊥ AD herunter fallen. p. 12. 1.

Alsdann zu leichterm Verstand mache auff die Lini CD die Figur/ welche in der 4. Vorgab dieses Buchs ist gemacht worden.

Letztlich auff DA beschreibe ein □. p. 46. 1.

Beweiß.

Dieweilen die Lini CD zertheilet ist in B.

So wird das □ auff DC ⊓ seyn denen zwey □ auff BC/ und BD/ und der winckelrechten Figur/ welche mit BC/ und BD beschlossen ist/ zweymahlen genommen. p. 4. 2.

Das ist/ das □ auff CD ist ⊓/ denen 2 □ auff DB → □ auff BC = → 2 ▭ CBD.

Setze nun beyderseits hinzu das gemeine □ auff DA.

so wird das □ auff CD — □ auff DA ⊓ seyn denen 2 □ auff DB → □ auff BC → 2 ▭ CBD/ → □ auff DA.

Weilen aber das □ auff AB ⊓ ist/ denen □ auff DB → □ auff DA/ und denen zwey □ auff CD → □ auff DA ⊓ ist/ das □ auff AC. p. 47. 1. p. 5. sel.

So wird auch das □ auff AC ⊓ seyn/ dem □ auff AB → auff BC → 2 ▭ CBD.

Welches zu beweisen ware.

Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

In denen scharffwincklichten Triangeln (ABC) ist das Quadrat der Seiten (AC) / welches den scharffen Winckel unterspannet / kleiner / als die zwey Quadraten auff denen andern zwo Seiten (CB / BA) / welche den scharffen Winckel (B) machen / zweymahln umb die winckelrechte Figur / so zu einer Seiten deß Triangels solche Seiten / in welche die auff dem Spitz (A) heruntergelassene Bleyrechte Lini (AD) fehlet / und zu der andern / das Stuck (DB) / so zwischen der Bleyrechten Lini / und dem scharffen Winckel lieget / hat.

Das ist / das □ auff AC ist ⌝ / als die zwey □ auff AB / und BC umb das ▭ / zweymahlen / so von BC / und BD beschlossen ist; oder Das □ auff AC → 2 ▭ von BC / und BD ist ⊓ / denen zwey □ auff AB / und BC.

Zubereitung.

Auß dem Spitz A lasse auff BC herunter fallen die ⊥ AD. D. 12. 1.
Hernach (damit es klärer verstanden werde) mache auff die Seiten BC eine dergleichen Figur / wie in der siebenden Vorgab dises Buchs ist angewiesen worden.

Beweiß.

Die Lini BC ist ungefähr im Punct D zertheilt worden.
Dahero ist das □ auff BC sambt dem □ auff BD ⊓ / dem □ auff CD sambt dem ▭ von CB / und DB zweymahln genommen. D. 7. 2.
Das ist / das □ auff BC → □ auff BD ist ⊓ / dem □ auff DC → 2 ▭ von CB / und DB.
Wann man nun beyderseits das gemeine □ auff DA hinzu setzet; so werden die drey □ auff BC → auff BD → auff DA ⊓ seyn / denen zwey □ auff DC → DA → 2 ▭ von CB / und DB.
Unterdessen ist denen zwey □ BD / und DA ⊓ / das □ auff AB. D. 47. 1.
und denen zwey □ auff DC / und DA ist ⊓ / das □ auff AC. D. 47. 1.
Folget dahero / das auch die □ auff BC → AB ⊓ seyen / dem □ auff AC → 2 ▭ von BC / und BD. (oder so ein Ding)
Das □ auff der Seiten AC ist ⌝ / als die zwey □ auff AB und BC / umb das ▭ zweymahlen / so von BC / und BD beschlossen ist.
Welches zu beweisen ware.

M

Die XIV. Vorgab. Handgriff.

Einer vorgegebenen geradelinischen Figur (A) ein gleich grosses Quadrat (FI) zu machen.

Handgriff.

Mache das ▭ DF ⊓/ der geradlinischen Figur A. d. 45. 1.
Verlängere die Seiten BF/ und mache FE ⊓/ der Seiten FC.
Zertheile die Lini BE mitten im Punct G. d. 10 1.
Aus dem Punct G schreibe mit der Weite GB/ oder GE
einen halben Zirckel BHE.
Verlängere die Seiten CF biß an den umbkreiß in H.
Auff FH mache das □ FI. d. 46. 1.
Nun sage ich/ das das □ FI ⊓ seye/ dem ▭ DF/ und folgends
der Figur A.
Ziehe vorhero G/ H zusammen.

Beweiß.

Die Lini BE ist gleich in G/ und ungleich in F zertheilet. d d. Hand.
Dahero ist das ▭ DF + □ auff GF ⊓/ dem □ auff GE/ oder d 5. 2.
auff dergleichen GH. d. 15. def. 1.
Unterdessen ist das □ auff GH ⊓ denen beyden □ auff FH + auff GF. d. 47. 1.
Wann nun beyderseits das gemeine □ auff GF darvon gezogen wird/
So ist klar/ daß das ▭ DF ⊓ verbleiben werde/ dem □ auff FH.
Weilen aber das ▭ DF ⊓ ist gemacht worden/ der Figur A. d. d. Hand.
Folget dahero/ daß auch die Figur A ⊓ seye / dem □ FI.
Welches zu machen ware.

Das

Dritte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.

Wort-Erklärungen.

I.

Man saget / daß die Zirckeln einander gleich seynd / wenn sie gleiche halbe / oder gleiche gantze Diametros haben. Fig. I.

II.

Eine gerade Lini berühret einen Zirckel / welche / wenn sie verlängert wird / den Zirckel nicht durchschneidet. Fig. II.

III.

Die Zirckel rühren sich einander an / wenn sie sich einander anrühren / aber nicht durchschneiden. Fig. III.

IV.

Man saget / daß in einem Zirckel die gerade Linien in gleicher Weite von dem Mittel-Punct abstehen / wenn die Bleyrechte Linien / so auß dem Mittel-Punct auff solche gezogen werden / einander gleich lang seynd: auff welche aber eine längere Bleyrechte Lini fället / dieselbe werde weiter von dem Mittel-Punct abstehen.

Die gerade Linien AB / CD stehen in gleicher Weite ab von dem Mittel-Punct E; dann die Bleyrechte EF ⊓ / EG ist.

Herentgegen stehet die Lini IK weiter von dem Mittel-Punct E ab / dann die Bleyrechte EH ⊓ / als EF / oder EG ist.

V.

Ein Schnitz eines Zirckels (Segmentum Circuli) ist / welches von einem Theil deß Umbkreiß / und einer geraden Lini beschlossen wird. Gleich wie in der Figur ABC / oder V.

VI.

Der Winckel eines Schnitzes (Segmenti Angulus) ist / welcher von einer geraden Lin (DE) und dem Stück deß Umbkreiß (BDF) / oder (FED) beschlossen wird. Fig. VI.

VII.

In einem Schnitz ist ein Winckel (In segmento Angulus) / wenn man in dem Umbkreiß deß Schnitz einen gewissen Punct (als wie allhier H) erwählet / und von demselben in die beyde Ende einer geraden Lini (GI) / welche sothanes Schnitz Basis ist / zwey gerade Linien ziehet / (als wie HG / HI) ; so wird der Winckel im Schnitz / der Winckel (GHI / oder a) seyn / welcher beschlossen ist von denen zwey geraden (GH / und HI). Fig. VII.

VIII.

Wenn aber zwey gerade Linien (KL / KM) / welche den Winckel (b) in einem Schnitz machen / nicht eine gerade Lin zur Basis / sondern ein Stück von dem Umbkreiß begriffen (als wie hier das Stück LNM) / so saget man hernach / daß solcher Winckel auff bemeldten Umbkreiß-Stück stehe (Angulus insistens Peripheriæ). Fig. VIII.

IX.

Außschnitz eines Zirckels (Sector Circuli) ist eine Figur / welche von einem Theil deß Umbkreiß (BC) / und zweyen halben Diametern (AB / AC) beschrieben wird; sothane zwey Diametern hernach / begreiffen den Außschnitz-Winckel (a) Fig. IX.

X.

Gleichformige Schnitze seynd (FDE / NGI / KLM) / welche gleiche Winckeln (a / b / c) begreiffen; oder in welchen die Winckeln (a / b / und c) einander gleich seynd.

Die I. Vorgab. Handgriff.

Eines gegebenen Zirckels (ABC) Mittel-Punct (D) zu finden.

Handgriff.

Ziehe nach Gefallen die gerade Lini AC.
Zertheile AC entzwey im Mitten E. d. 10. 1.
Auß dem Punct E erhöhe die ⊥ FEB. d. 11. 1.
Welche den Zirckel in denen Puncten B/ und F. berühre.
Die ⊥ FB zertheile auch entzwey im Mitten D. d. 10. 1.
So wird der Punct D der gesuchte Mittel-Punct seyn.

Beweiß.

Erlaubet man es/ daß der Mittel-Punct in der Lini FB lige/ so ist es gewiß/ daß derselbe der Punct D. seye; sonsten solten die gerade Linien DB / DF/ und alle andere/ so auß diesen Puncten herauß an dem Umbkreiß gezogen werden/ nicht einander ⊓ seyn/ so ungereimt ist. d. 15. def. 1.

Solte man aber sagen / daß der Mittel-Punct sich nicht in der Lini FB befinde / sondern auſſer derselben / gleich wie hier in dem Punct G/ seye.
Ziehe alsdann GA/ GE/ GC zusammen / und sage / } d. 15. def. 1. und den Hand.
Weilen nun in dem △ AEG die zwey Seiten AE/ und AG ⊓ seyn müssen denen zwey Seiten EC/ und CG im △ CEG.
Und die Seiten EG beyden △ gemein ist.

So folget / daß der △ AEG ∏ seye / dem △ CEG. d. 8. 1.
Darumb wird auch der ∠ b + a ∏ seyn / dem ∠ c.
und folgends beyde / rechte Winckeln seyn. d.10 def 1.
Der ∠ b aber / ware allein wegen der ⊥ FEB ein Rechter / d. 9. Hand.
also folgete / daß der ∠ b ∏ wäre / dem gantzen ∠ b + a /
Nemlich ein Theil seinem gantzen / so nicht möglich ist.
Deßwegen ist nicht der Punct G der Mittel-Punct /
auch kein anderer nicht / ausserhalb dem Punct D.
(dann sonsten eben dieselbe Unmöglichkeit bewiesen würde)
Dahero nothwendig der Punct D in der Lini FB der Mittel-Punct
deß Zirckels ABC seyn muß.
Welches zu machen ware.

Folge.

Wenn in einem Zirckel eine gerade Lini eine andere gerade Lini
just entzwey theilet / und mit derselben zween Rechte ∠
machet / so wird in der ersten Lini der Mittel-Punct
seyn.

Die II. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in dem Umbkreiß eines Zirckels (AFCB) zween Puncten (gleich wie AC) nach Gefallen genommen/ und mit einer geraden Lini (AC) zusammen gehangen werden/ so wird solche Lini (AC) gantz und gar innerhalb deß Zirckels (AFCB) fallen.

Beweiß.

Es ist klar/ daß/ wenn die gerade Lini die zwey Puncten A/ C in dem Umbkreiß zu ihrem Ende behalten will/ sie nothwendig innerhalb/ und nicht ausserhalb deß Zirckels fallen werde.

Solte sie aber nach Einwendung deß Widersagers ausserhalb deß Zirckels fallen/ so wirdet sie nothwendig eine Krümme/ gesetzt als wie AEC/ machen müssen.

Setze dahero/ nach deß Widersagers Willen/ CEA eine gerade Lini (so aber in der Warheit nicht seyn kan).

Ziehe alsdann auß dem gefundenen Mittel-Punct D. d. 1. 5.
die gerade Linien DC/ DA/ und nach Gefallen die gerade Lini DFE/ welche den Zirckel durchschneidet in F. d. 15. def. 1.

Nun wird in dem △ ADC der ∠ c ∏ seyn/ dem ∠ a. } und 5. 1.
der ∠ b unterdessen ist ⌜/ als der ∠ a. d. 16. 1.
Dahero wird auch der ∠ b ⌜ seyn/ als der ∠ c.
Und deßwegen muß die Seiten DC ⌜ seyn/ als die Seiten DE. d. 19. 1.
DC aber ist nur ∏ dem Theil DF von der gantzen DE. d. 15. def. 1.
Dahero wäre der Theil DF ⌜/ als die gantze Lini DE/ welches nicht seyn kan.

Also ist klar/ daß die Lini AC/ gantz innerhalb des Zirckels/ und nicht ausserhalb dessen fallen kan.

Welches zu beweisen ware.

Die III. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in einem Zirckel (ABCF) eine gerade Lini (BF) / so durch den Mittel-Punct (D gehet / eine andere (AC / welche nicht durch den Mittel-Punct gehet / in zwey gleiche Theil zertheilet (als wie in E): so werdet sie mit derselben zween rechte Winckeln (bd) machen; und hinwiederumb / wenn sie mit derselben zween rechte Winckeln machet / so wird sie auch dieselbe in zween gleiche Theile zertheilen.

Zubereitung.

Auß dem Mittel-Punct D hange zusammen AD / CD.

Beweiß. I.

In dem △ ADE ist die Seiten AD ∏ / der Seiten CD in △ CDE / — d. 15. def. 1.
und die Seiten AE ∏ / der Seiten CE. — d. 8 Vorg.
und die Seiten ED ist beyden △ gemein.
So wird deßwegen der ∠ b ∏ seyn / dem ∠ d. — d. 8. 1.
und folgends werden beyde Rechte ∠ seyn. — d. 10. def. 1.

II.

In dem △ ADE ist die Seiten AD ∏ / der Seiten CD im △ CDE. — d. 15. def. 1.
Dahero wird der ∠ a ∏ seyn / dem ∠ e. — d. 5. 1.
Unterdessen ist auch der ∠ b ∏ / dem ∠ d /
Darumb wird der △ ADE ∏ seyn / dem △ CDE / — d. 26. 1.
und folgends die Lini AE ∏ / der Lini CE.

Welches zu beweisen ware.

Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in einem Zirckel (ABC) zwo gerade Linien (AB/ CD) sich einander durchschneiden (als wie in F)/ und doch keine derselben durch den Mittel-Punct (E) gehet: so werden sich beyde einander nicht zugleich in zwey gleiche Theile zerschneiden.

Beweiß.

Gesetzt man saze vor/ daß sich dennoch beyde Linien AB/CD im Punct F zugleich in zwey gleiche Theile zerschneiden.

So ziehe demnach durch den Mittel-Punct E/ und durch den gemeinen Durchschnitts-Punct F die gerade Lini EF.

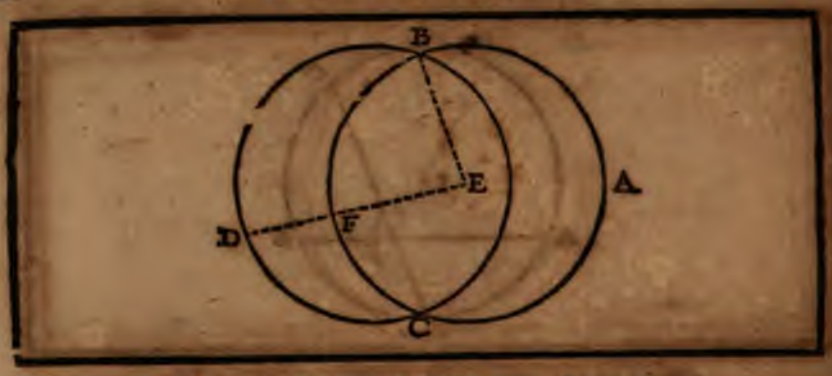
Weilen nun die Lini AB/ und DC sich im Punct F einander gerad solten entzwey geschnitten haben. (durch deß Widersagers Meinung).

So folgete/ daß die Lini EF erstlich mit der Lini AB einen rechten ∠ a → b/ und wiederumb dieselbe EF/ auch mit der Lini DC den rechten ∠ a machen werde.

Dieses aber ist ungereimbt/ nemlich daß der ∠ a → b ∏ seyn solte/ dem ∠ a: das gantze seiner Theilen einem. d. 3. 8.

Darumb ist nicht möglich/ daß sich beyde Linien ausserhalb deß Mittel-Puncts einander können zugleich in zwey gleiche Theile zerschneiden.

Welches zu beweisen ware.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wenn zween Zirckeln (ABC/ BDC) sich einander durchschneiden (als wie in B/ C): so haben solche nicht einen gemeinen Mittel-Punct.

Beweiß.

Gesetzt/ man sage/ daß der beyden Zirckeln gemeine Mittel-Punct E seye.

So ziehe auß dem Mittel-Punct E in dem Durchschnitts-Punct B die gerade EB/ und eben auß E eine andere nach Gefallen/ gleich wie ED/ welche durch beyde Zirckeln in F/ und D gehe.

Alsdann wird in dem Zirckel ABC die Lini EB ⊓ seyn/ der Lini EF. d. 15. def. 1.

Weilen aber E der gemeine Mittel-Punct seyn solte.

So wird auch in dem Zirckel BDC die Lini EB ⊓ seyn/ der Lini ED. d. 15. def. 1.

Und folgends würde die Lini EF ⊓ seyn/ der Lini ED; d. 1. ax. 1.
nemlich der Theil seinem gantzen/ so nicht möglich ist.

Dahero haben solche Zirckel nicht einen gemeinen Mittel-Punct/ sondern zwey verschiedene.

Welches zu beweisen ware.

Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Zween Zirckel (ABC / BDE)/ welche sich inwendig einander anrühren (als wie im Punct B) haben nicht einen gemeinen Mittel-Punct.

Beweiß.

Gesetzt/ man sage / daß der beyden Zirckeln gemeine Mittel-Punct F seye.

So ziehe auß F/ und durch den Anrührungs-Punct B die gerade FB/ und eben auß F eine andere nach Gefallen/ gleich wie FA/ welche durch beyde Zirckeln in D/ und A gehe.

Diesen nach wird in dem Zirckel ABC die Lini BF ⊓ seyn/ der Lini FA/ Weilen aber F der gemeine Mittel-Punct seyn solte; d. 15. def. 1.

So wird auch in dem Zirckel BDE die Lini FB ⊓ seyn/ der Lini FD. d. 15. def. 1.

Und folgends würde die Lini AF ⊓ seyn / der Lini FD; d. 1. ax. 1.

Nemlich das gantze seiner Theilen einem.

Welches ungereimt ist.

Dahero ist es eine Warheit/ daß diese beyde Zirckeln nicht einen gemeinen Mittel-Punct/ sondern zwey verschiedene haben.

Welches zu beweisen ware.

Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in dem Diameter (AB) eines Zirckels / nach Gefallen ein Punct (C) / welcher nicht deß Zirckels Mittel-Punct (D) ist / genommen wird / und von demselben Punct (C) etliche gerade Linien (gleich wie hier GE / CF / CG /) in dem hohlen Umbkreiß deß Zirckels gezogen werden.

1. So ist unter allen diesen gezogenen Linien die längste (CB) / welche durch den Mittel-Punct (D) gehet.
2. Die kürtzeste aber (CA) ist der übrige Theil von solchen Puncten (C) an / biß in den Umbkreiß (A).
3. Unter denen aber (CE) / je näher eine derselben (CB) / welche durch den Mittel-Punct gehet / je länger sie auch ist / je weiter sie (FC) aber von solcher / je kürtzer. (also ist CE länger / als CF: und CF länger / als CG).
4. So können auch nicht mehr / als nur zwo gleiche Linien (CG / CH) von diesem Punct (C) zu beyden Seiten der kürtzesten (CA) / oder der längesten (CB) in den hohlen Umbkreiß gezogen werden.

Zubereitung.

Ziehe ED / FD / GD mit geraden Linien zusammen.

Beweiß. I.

In dem △ CDE seynd die zwo Seiten CD / DE Γ / als die eine Seiten CE. 8. 20. 1.

die zwo Seiten CD / DE seynt aber Π / der Lini CB. (dann DB ist Π / ED: und CD ist beyden gemein /) d. 15. def. 1.

Folget dann / daß die Lini CB Γ seye / als die Lini CE. u. s. f.

II.

In dem △ CGD seynd die zwo Seiten GC/ CD Γ/ als die eine Seiten GD. d. 20. 1.
der Seiten GD aber/ ist ∏ die Lini AD. d. 15. def. 1.
Dahero seynd auch die zwo Seiten GC/ CD Γ / als die Lini AD.
Wenn man unterdessen beyderseits hinweg nimmet.
die gemeine Lini CD.
So wird überbleiben die Lini GC Γ / als die Lini CA. u. s. f. d. 5. ax.

III.

In dem △ DEC ist die Seiten DE ∏/ der Seiten DF im △ DFC.
und die Seiten DC ist beyden △ gemein. d. 15. def. 1.
der ∠ d → c → b aber ist Γ / dann der ∠ c → b.
Folget/ daß auch die Basis CE Γ seye/ als die Basis CF. d. 24. 1.
und s. f.

IV.

Mache vorhero den ∠ a ∏ / dem ∠ b. d. 23. 1.
und ziehe zusammen C/ H.
In dem △ DHC ist die Seiten DH ∏/ der Seiten DG im △ DGC/ d. 15. def. 1.
und die Seiten CD ist beyden △ gemein/
der ∠ a ist auch ∏ gemacht worden/ dem ∠ b.
Darum wird die Basis CH Γ seyn/ der Basis CG/ d. 4. 1.
also können von dem Punct C keine andere gleiche
denen zweyen Linien CG/ CH auff beyden Seiten gezogen werden/
dann solche entweder von der Lini C A/ welche durch den Mittel-
Punct gehet/ abweichen/ oder zu solcher nähern/
alsdann müsten sie entweder kürtzer/ oder
länger werden/ nach dem dritten Theil dieses Beweiß.

Welches zu beweisen ware.

Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ausserhalb eines Zirckels (ABCIK) nach Gefallen ein Punct (D) genommen wird/ und von solchen etliche gerade Linien (als wie DA/ DE DB) in den Zirckel gezogen werden/ deren eine durch den Mittel-Punct (F) gehet/ die andere aber nach Gefallen.

1. So ist unter allen denen/ welche hinterwerts in den hohlen Umbkreiß gezogen werden// dieselbe die längste/ so durch den Mittel-Punct (F) gehet.
2. Nachmahls/ welche dieser näher/ die ist auch länger (als eine andere/ welche weiter darvon ist (also ist ED länger/ als BD).
3. Unter denen aber/ so von dem Punct (D) herauß werts auff dem gebogenen Umbkreiß gezogen werden; ist solche die kürtzeste (DC)/ so von solchem Punct auß (D)// an dem Diameter (CA) stosset.
4. Welche hernach je weiter von dieser/ je länger sie auch ist (als wie GD ist länger/ dann HD).
5. So können auch nicht mehr/ als nur zwo gleiche Linien auß diesem Punct (D) oder auff dem gebogenen (gleich wie DH/ DI)/ oder in dem hohlen Umbkreiß (gleich wie DE/ DK) zu beyden Seiten der kürtzesten (CD)/ oder der längsten (AD) fallen.

Zubereitung.

Ziehe mit geraden Linien zusammen FE/ FB/ FG/ FH.

Beweiß.

I.

In dem △ DEF seynd die zwo Seiten DF/ FE ⌐/ als die eine Seiten DE. d. 20. 1.

Denen Linien DF/ FE aber ist ⊓/ die Lini DA. d. 15. def. und 2. ax. 1.

Darumb wird die Lini DA ⌐ seyn/ als die Lini DE. u. s. f.

II.

In dem △ DFE ist die Seiten EF ⊓/ der Seiten FB im △ DFB. d. 15. def. 1.

Und die Seiten DF ist beyden △ gemein.

Der ∠ c → d → c → b aber ist ⌐/ als der ∠ d → c → b.

Folget/ daß auch die Basis ED ⌐ seye/ als die Basis BD. d. 24. 1.

III.

In dem △ DFH seynd die zwo Seiten DH/ HF ⌐/ als die eine Seiten DF. d. 20. 1.

Wann man beyderseits die gleichen Linien FC/ FH hinweg nimmet/

So wird überbleiben die Lini HD ⌐/ als die Lini CD: und

also von denen andern.

IV.

In dem △ DFG seynd die zwo innere Seiten FH/ HD ¬/ als die zwey äussere Seiten FG/ GD/ d. 21. 1.

wenn man beyderseits die zwey gleiche Seiten FG/ FH darvon ziehet. d. 15. def. 1.

So überbleibet die Seiten DH auch ¬/ als die Seiten DG.

V.

Mache den ∠ a ⊓/ dem ∠ b/ und den ∠ a → g ⊓/ dem ∠ b → c → d → c. d. 23. 1.

Nun ist in dem △ DIF die Seiten IF ⊓/ der Seiten HF im △ DHF d. 15. def. 2.

und die Seiten DF ist beyden △ gemein/

und der ∠ a ⊓/ dem ∠ b.

Folget/ daß auch die Basis DI ⊓ seye/ der Basis DH. d. 4. 1.

Auf solche Art wird auch im △ DKF die Basis DK ⊓

seyn/ der Basis DE im △ DEF. u. s. f.

Welches zu beweisen ware.

Die IX. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in einem Zirckel (ABC) ungefehr ein Punct (D) genommen wird/ und von solchem mehr/ dann zwo gleich lange Linien (als wie DA/ DB/ DC) im Umbkreiß können gezogen werden: so ist ein solcher genommener Punct der Mittel-Punct.

Zubereitung.

Hange BC/ CA mit geraden Linien zusammen.
Zertheile BC/ CA in mitten in E/ und in F. p. 10. 1.
Ziehe letzlich durch FD/ und ED gerade Linien/ biß in den Umbkreiß.

Beweiß.

Der △ DEB ist ∏/ dem △ DEC. } d. d. Vorg. und die Zub. und 8. 1.
deßwegen ist auch der ∠ a ∏/ dem ∠ b.
und folgends seynd diese zween ∠ a und b/ beyde rechte ∠ d. 10. def. 1.
Dahero wird in der Lini ED der Mittel-Punct seyn. d. Cor. 1. 3.
Nach solchem Beweiß wird auch in der Lini DF der Mittel-Punct seyn.
An zweyen Oertern kan aber der Mittel-Punct nicht seyn.
(sonsten wären in einem Zirckel die gerade Linien/ welche auß einem Mittel-Punct in den Umbkreiß gezogen werden/ nicht einander gleich/ wieder) d. 15. def. 1.
Dahero ist nöthig/ daß der Mittel-Punct in dem gemeinen Durchschnitz-Punct D seye.
Welches zu beweisen ware.

Die X. Vorgab. Betrachtung.

Ein Zirckel (AFBE) durchschneidet einen andern nicht mehr/ als in zweyen Puncten.

Will man es nicht gestehen/ so seye dann (wann es möglich ist) daß einer den andern mehr dann in zwey Puncten/ gleich wie allhier der Zirckel AFBE/ dem Zirckel ABCGE in denen vier Puncten ABCG durchschneide.

Zubereitung.

Finde alsdann den Mittel-Punct D deß Zirckels AFBE. d. 1. 3.
und ziehe darauß in die Durchschnitz-Puncten
A/ B/ C/ G die gerade Linien DA/ DB/ DC/ DG.

Beweiß.

Die Linien AD/ BD/ CD/ GD seynd einander ∏ d. 15. def. 1.
Dahero werden beyde Zirckel einen gemeinen Mittel-Punct D. haben. d. 9. 3.
Dieses aber kan nicht seyn; daß nemlich zween einander durchschneidende Zirckeln einen gemeinen Mittel-Punct haben solten. d. 5. 3.
Derowegen ist es eine Warheit/ daß sich zwey Zirckeln nicht mehr/ dann bloß in zwey Puncten allein durchschneiden.

Welches zu beweisen ware.

Die XI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn sich zwey Zirckeln (ABC/ ADE) inwendig einander berühren (als wie hier in A)/ und durch ihre beyde Mittel-Puncten (E. G) eine gerade Lini (BA) gezogen wird: so gehet solche/ wann sie verlängert wird/ durch den Berührungs-Punct (A).

Zweiffelt man daran/ und saget/ daß die Lini BA zwar durch die zween Mittel-Punct F/ G/ doch aber nicht durch den Anrührungs-Punct A/ sondern auff eine andere Seiten/ als wie durch H. gehe.

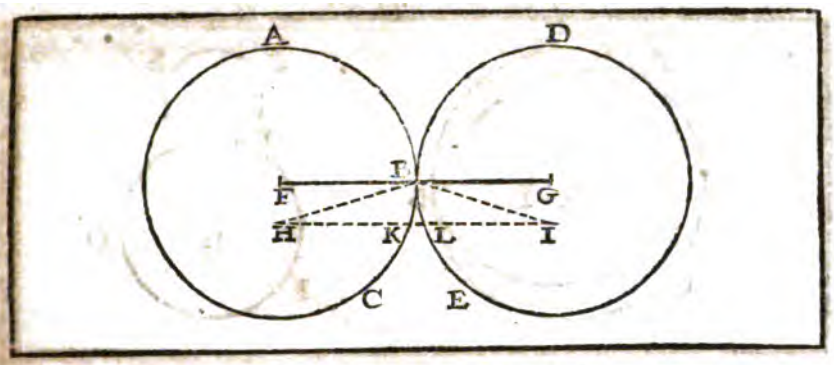
Zubereitung.

Ziehe dann ein solche gerade Lini/ als wie BDGFH (wann es möglich ist/) welche den Zirckel ADE im Punct I. durchschneide.

Beweiß.

Dieweilen die Lini BG FH/ als eine vermeinte gerade Lini durch die Mittel-Punct G/ und F gehet.
So wird die Lini FH die kürtzeste seyn. d 7. 3.
Und deßwegen wird die Lini FA ⌐/ als FH seyn;
Die Lini FA aber/ ist ⊓/ der Lini FI. d. 15. def. 1.
Folget dan/ daß dieselbe FI ⌐ wäre/ als FH;
Nemlich der Theil seinem gantzen/ so ungereimbt ist.
Ist derohalben nöthig/ daß die Lini BA durch den Anrührungs-Puncten A/ und nicht anderwertig hinauß gehe.

Welches zu beweisen ware.



Die XII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ſich zween Zirckeln (ABC / EBD) außwendig einander berühren (als wie in B) und eine gerade Lini durch dero beyde Mittel-Puncte (F / G) gezogen wird: ſo gehet ſolche auch durch ihren Anrühr-rungs-Puncten (B).

Welcher einwenden wolte / ſagend / daß man die zwey Mittel-Puncte dergeſtalten verſetzen könte / gleich wie in H und I; und die gerade Lini HI auß ihrem Mittel-Punct dergeſtalten ziehen / daß ſie nicht durch den Anrührungs-Punct gehe / ſondern anderwertig die Zirckeln / als wie in K / L durchſchneide.

Ziehe alsdan HB / und IB zuſammen.

Beweiß.

In dem △ HIB ſeynd die zwo Seiten HB / und BI ⌜ / als die Seite HI. *d. 20. 1.*

Und weilen die Puncte H / und I die Mittel-Puncte ſeyn ſolten /

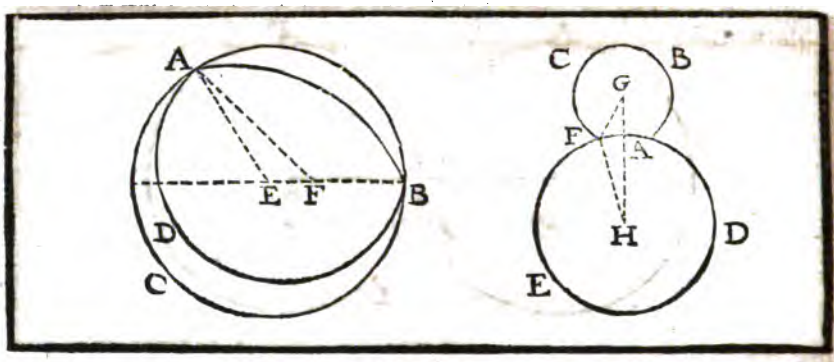
So wird KH ⊓ ſeyn / BH / und IL ⊓ / BI. *d. 15. def. 1.*

Dahero müſſen die Linien HK / und LI auch ⌜ ſeyn / als die gantze Lini HI / welches ungereimt iſt.

Indeme noch das Stück KL darvon abgehet.

Darauß ſchlieſſet man / daß alſo die gerade Lini FG / ſo durch die zween Mittel-Punct gezogen / nothwendig durch den Anrührungs-Puncten B gehen müſſe.

Welches zu beweiſen ware.



Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Ein Zirckel anrühret einen andern Zirckel/ nur an einem Puncten/ es ſeye gleich in- oder außwendig.

Geſetzt (wofern es möglich iſt)/ daß der Zirckel DAB den Zirckel ABC in denen inwendigen zween Puncten A und B anrühre: ſo ziehe durch ihre Mittel-Puncte E/ F die gerade Lini EFB: und hange EA/ FA zuſammen.

Beweiß.

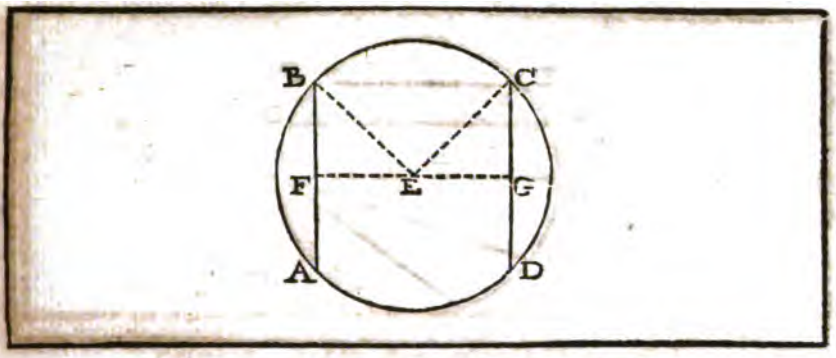
I.

In dem Zirckel ABD iſt nunmehr AF ⊓/ FB. d 15. def. 1.
ſetze beyderſeits hinzu die gemeine Lini EF.
So werden die zwo Linien EF → FA ⊓ ſeyn/ der Lini EB.
Unterdeſſen ſeynd in dem △ AFE die zwo Seiten EF/
und FA ⌜/ als die dritte Seiten EA. d. 20. 1.
Folget dann/ daß auch EB ⌜ wäre/ als AE: ſo ungereimt iſt/
dann die Lini EB ⊓/ iſt der Lini AE d. 15. def. 1.

II.

Solten ſich herentgegen die zween Zirckel CBA/ und EDA nicht
in einem/ ſondern in zween Puncten A/ und F außwendig anrühren:
ſo ziehe (wann es möglich iſt) auß denen Mittel-Puncten G/H/
und durch ihren einen Durchſchnitts-Punct A/ die gerade Lini
GAH/ und hange GF/ und EH zuſammen.
So werden in dem △ GFH die Linien GF/ FH ⌜ ſeyn/ als GH. d. 20. 1.
Unterdeſſen iſt GF ⊓ der GA/ und FH ⊓/ der AH: d. 15. def. 1.
Darum müſſten auch GA → HA ⌜ ſeyn/ als GH.
So nicht ſeyn kan/ daß nemlich die Theile ſammentlich ⌜ wären/
als ihr gantzes: darauß ſchlieſſet man/ daß ein Zirckel den
andern nicht mehr/ als nur in einem Puncten berühre.

Welches zu beweiſen ware.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

In einem Zirckel (ABCD) ſtehen gleich gerade Linien (AB/ DC) in gleicher Weite vom Mittel-Punct (E) ab: und hingegen gerade Linien / ſo in gleicher Weite vom Mittel-Punct abſtehen / die ſeynd einander gleich.

Zubereitung.

Laſſe auß dem Mittel-Punct E die zwo ⊥ EF/ EG auff die Linien AB/ CD fallen/ welche ſie gleich entzwey theilen / weroen. Hange BE/ und EC zuſammen. d. 12.1. d. 3.3.

Beweiß.

I.

Das □ auff EB iſt ⊓/ denen zwey □ auff EF/ und FB. und das □ auff EC iſt ⊓/ denen zwey □ auff EG/ und GC. d. 47. 1.

Wann man von denen gleichen ⊐/ ſo auff denen gleichen Linien EB/ und EC ſtehen / die gleiche □ auff denen gleichen Linien FB/ und EG darvon abziehet. d. 15. def. 1.

So wird überbleiben das □ auff FE ⊓/ dem □ auff EG; das iſt / die ⊥ FE ⊓ der ⊥ EG. d. 4. an. 46.

Dahero ſtehen AB/ und DC in gleicher Weite von dem Mittel-Punct E ab. d. 4. def. 3.

II.

Die Lini EF iſt ⊓/ der Lini EG/ und die Lini BE iſt ⊓/ EC/ d. d. Vor. und 15. def. 1.

Unterdeſſen iſt das □ auff EB ⊓/ denen □ auff FE / und BE. d. 47. 1.

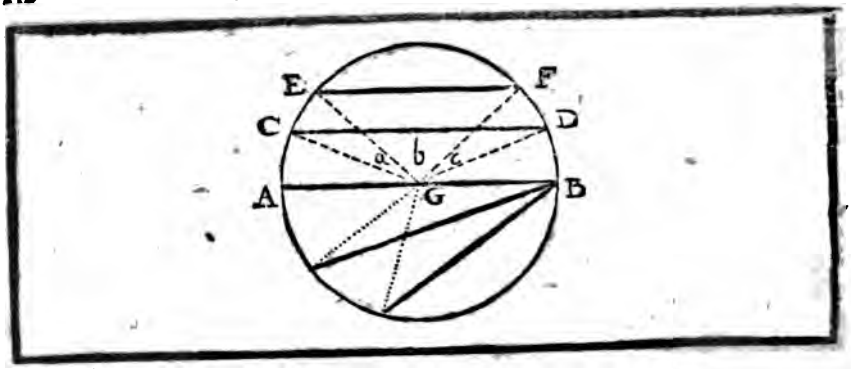
Und das □ auff EC iſt ⊓/ denen □ auff EG / und GC.

Wann man beyderſeits von denen gleichen □ auff BE/ und EC die gleiche □ auff FE/ und EG darvon abziehet/

So wird überbleiben das □ auff der Lini FB ⊓ / dem □ auff der Lini GC: das iſt/ die Lini FB ⊓ der Lini GC. d. 4. an. 46. 1.

Dahero wird auch die doppelte AB ⊓ ſeyn/ der doppelten DC. d. 6. ax.

Welches zu beweiſen ware.



Die XV. Vorgab. Betrachtung.

In dem Zirckel (AEFB) ist der Diameter (AB) die langste Lini/ hernachmahln/ welche dem Mittel-Punct (G) näher ist (als wie CD)/ die ist auch länger/ als eine andere (EF)/ welche weiter darvon abstehet.

Zubereitung.

Ziehe CG/ DG. Item EG/ FG zusammen.

Beweiß. I.

In dem △ CGD seynd die zwo Seiten GC/ und GD Γ/ als die dritte Seiten CD. — d. 20. 1.

Die Seiten GC/ und GD aber/ seynd ⊓ dem Diameter AB. — d. 15. def. 1.

Darumb wird der Diameter AB Γ seyn/ als CD. u. s. f.

II.

In dem △ CGD seynd die zwo Seiten GC/ und GD ⊓/ denen zwo Seiten GE/ und GF in dem △ EGF. — d. 15. def. 1.

der ∠ a + b + c ist aber Γ/ als der ∠ b. — d. 9. ax.

Darumb wird folglich die Basis CD Γ seyn/ als die Basis EF. — d. 24. 1.

Welches zu beweisen ware.

Die XVI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn am Ende (B) eines Diameters (OB) eine Bleyrechte Lini (CBD) gezogen wird.

1. So fahlet solche ausserhalb deß Zirckels.
2. So kan keine andere zwischen dieser Bleyrechten Lini/ und dem Umbkreiß (IBEG) gezogen werden/ die nicht sonsten in den Zirckel fallen solte.
3. Und der Winckel deß halben Zirckels (OBEG)/ (so gemacht ist von dem Diameter und dem Umbkreiß/) ist grösser/ als ein jeder scharffer geradtlinischer Winckel.
4. Der übrige Winckel aber/ (DBEG) so gemacht ist von der Bleyrechten Lini/ und dem Umbkreiß/ ist kleiner/ als ein jeder scharffer geradtlinischer Winckel.

Zubereitung.

Ziehe auß dem Mittel-Punct A nach Gefallen in die ⊥ CBD die gerade Lini AIC/ welche den Umbkreiß in I durchschneidet/ und die ⊥ in Puncten C. berühre.

Beweiß. I.

Weilen die Seiten AC den rechten ∠ = ⊥ b unterspannet/ so wird die Seiten AC ⊥ seyn/ als AB/ oder die Gleiche AI. d. 19. 1.

Der letzte Punct B aber/ der Lini AB/ stehet am Umbkreiß/ d. d. Vorg.

Dahero wird auch der letzte Punct I an dem Umbkreiß seyn/

Und folgends wird der Punct C/ der Lini AC/ nothwendig ausserhalb deß Umbkreiß stehen müssen.

Und also beweiset man/ daß alle andere genommene Puncten in der Lini CBD/ außgenommen den einigen Punct B/ welcher den Umbkreiß berühret/ ausserhalb deß Zirckels fahlen werden.

II.

Gesetzt/ man sage/ daß man gar wol zwischen dem Umkreiß/ und der ⊥ CBD noch eine andere gerade Lini/ gleich wie BL ziehen könne/ welche in den Zirckel nicht falle/ sondern selben bloß berühre.

Ziehe dahero aus A auff die Lini BL die ⊥ A ✳ (wann es möglich ist). d. 12. 1.

So ist in dem △ AB✳ die Seiten AB ⌐/ als die Seiten A✳ d. 19. 1.

Der Punct B ist aber noch an dem Umbkreiß deß Zirckels/ d. d. Vorg.

Also wird der Punct ✳/ und folgends alle andere Puncten der Lini BL/ von dem angezogenen ⊥/ inwendig in den Zirckel fallen müssen.

Daherd nicht möglich ist zwischen BD und dem Umbkreiß eine gerade Lini zu ziehen/ welche nicht in den Zirckel falle.

III.

Wann man glaubet/ daß noch ein grösserer scharffer ∠/ als der ∠ OBFG deß halben Zirckels könne gemacht werden: so würde nöthig seyn/ daß man eine neue gerade Lini zwischen den gebogenen Umbkreiß BFG/ und der ⊥ BD ziehen müsste/ solches aber ist unmöglich/ dann eine solche gezogene Lini stracks in den Zirckel fallen würde. So wider das vorgehende ist.

IV.

Eben müsste man zwischen der ⊥ CBD/ und dem gebogenen Umbkreiß BFG eine neue gerade Lini ziehen/ wenn man einen kleinern Anrührungs-∠/ als den ∠ DBFG machen wolte; diß aber kan aus dem vorbewiesenen auch nicht geschehen.

Folge.

Eine gerade Lini/ welche auß dem Ende deß Diameters Bleyrecht gezogen wird/ berühret den Zirckel nur in einem Puncten.

Welche aber den Zirckel in zwey Puncten anrühret/ dieselbe fället innerhalb deß Zirckels/ nach der 2. 3.

Die XVII. Vorgab. Handgriff.

Aus einem vorgegebenen Puncten (D) eine gerade Lini DC zu ziehen/ welche einen gegebenen Zirckel (BCA) anrühre.

Handgriff.

Auß dem Mittel-Punct A mit der Weite AD beschreibe einen Zirckel-Bogen DEF/ und ziehe zusammen D/A.

Alsdann auß dem Punct B ziehe die L. BE/ biß an den geschriebenen Zirckel-Bogen E; und hange zusammen E/A. d. 12. 1.

Letztlich ziehe in C die gerade Lini DC/ welche den Zirckel ABC in dem einigen Punct C anrühren werde.

Beweiß.

In dem △ AEB seynd die Seiten AE/ und AB ∏/ denen Seiten AD/ und AC in dem △ ADC. d. 15. def. 1.

und der ∠ a ist beyden △ gemein.

Darumb wird der △ AEB ∏ seyn/ dem △ ADC. d. 4. 1.

Weilen aber der ∠ b ein recht ist/ d. d. Hand.

also wird auch der ∠ a ein rechter seyn.

Und folgends wird die gerade Lini CD den Zirckel in dem Punct C berühren. d. 16. Con. 3.

Welches zu machen ware.

Die XVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (AB) ein Zirckel (ECF) anrühret/ und von dem Mittel-Punct (D) eine gerade Lini zu dem Anrührungs-Punct (C) gezogen wird: so stehet solche Lini (DC) Bleyrecht auff der anrührenden Lini (AB).

Beweiß.

Wil mans nicht gestehen / sondern einwenden / daß eine andere/ gleich wie DG / Bleyrecht auff der Lini AB stehe.

So folget/ daß der ∠ a ein rechter seye. d. 10. def. 1.

Und deßwegen wird der ∠ b ⌐ seyn müssen / d. 17. Col. 1. 1.

Und hingegen die Seiten DC ⌐ als die Seiten DG. d. 19. 1.

Die Lini DC ist unterdessen Fl / der Lini DH. d. 15. def. 1.

Dahero müsste DH (so nur ein Theil von DG) ⌐ seyn/ als die gantze DG/ welches ungereimt ist.

Deßwegen schlieffet man / daß die Lini DC die Bleyrechte allein / und keine andere dieselbe seyn könte.

Welches zu beweisen ware.

Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (AB) einen Zirckel (DFC) anrühret / und man auß solchem Anrührungs-Punct (C) eine andere Lini Bleyrecht (als wie CD) ziehet / so wird in der gezogenen Bleyrechten Lini (CD) deß Zirckels Mittel-Punct seyn.

Beweiß.

Wer es nicht glauben wolte / sagend / der Mittel-Punct möchte wohl anderwertig / gleich wie in G / gesetzt werden.

So lange alsdann G / C zusammen.

Darauff folget / daß die Lini GC müsste auff der Lini AB ⊥ stehen. b. 18. 3.

Und der ∠ B. ein rechter seyn. b. 10. def. 1.

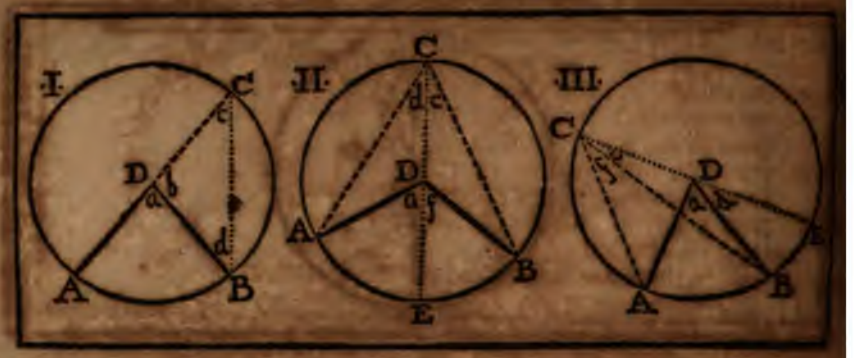
Die Lini CD aber / stehet durch die Vorgab ⊥ auff der Lini AB;

Derwegen wird auch der ∠ b → a ein rechter seyn müssen. b. 10. def. 1.

Und dahero solte der ∠ b □ seyn / dem ∠ b → a / ein Theil seinem gantzen / so nicht möglich ist.

Dahero ist es für eine Warheit anzunehmen / daß in der ⊥ CD der Mittel-Punct seyn müsse / und nicht anderwertig.

Welches zu beweisen ware.



Die XX. Vorgab. Betrachtung.

In einem Zirckel auff einerley Umbkreiß-Stück oder Bögen (gleich wie AB) ist der Mittel-Puncts-Winckel (a) noch einmahln so groß als der Winckel (c)/ welcher auff bemeldtem Umbkreiß-Stück stehet.

Dreyerley Fähle begeben sich in dieser Vorgab.

Erstlich/ wenn die Linien AD/ und DC in einer geraden Lini AC fort stehen.

Beweiß. I.

Dieweilen im △ ADB die Seiten CD verlängert ist in A.
so wird der ∠ a ⊓ seyn/ denen zween ∠ c/ und d. d. 32. 1.
Die zween ∠ c/ und d aber seynd einander ⊓ wegen gleicher Seiten/ { d. 15. dis.
Darumb wird deß Mittel-Puncts ∠ a noch einmahlen { und 5. 1.
so groß seyn/ als der ∠ c.

II.

Wenn die gerade Linien/ so den ∠ begreiffen/ weder in einer geraden Lini fort stehen/ noch sich einander durchschneiden/ als wie AD. AC. BD. BC.

So ziehe durch die ∠ C/ und D die gerade Lini CDE/
Demnach wird der ∠ a noch einmahlen so groß seyn/ als der ∠ d. { d. 8. Vor.
auch der ∠ f. wird noch einmahln so groß seyn/ als der ∠ c.
Letztlich wird auch der ∠ a → f noch einmaln so groß seyn/
als der ∠ d → c. (dann klar ists/ wann zwey Grösse/ andern zweyen Grösse/ zweymal grösser seynd/ eine jeder Seinen; daß auch die Summa deren eine Grösse zweymahlen grösser seye/ als die Summa deren andern.

111.

Dann ſich die Linien AD/ BC einander durchſchneiden/
So ziehe auß C durch D eine gerade Lini CDE biß in den Umbkreiß.
Nunmehro iſt nach dem erſten Beweiß dieſer/ der ∠ a → d doppelt/
oder noch einmahl ſo groß/ als der ∠ f → c.
(dann ſie auff einerley Schnitze AE ſtehen)
Es iſt auch der ∠ d zweymahlen ſo groß/ als der ∠ c.
(dann ſie auch auff einerley Schnitze BE ſtehen)
Dann man nun dieſe ∠ d/ und c auß ihren gantzen ∠ a → d/
und f → c abziehet/
So iſt klar/ daß auch der überbliebene ∠ a noch einmahln
ſo groß/ oder doppelt ſeyn werde/ deß überbliebenen ∠ f. p. 15. ax.

Welches zu bewerſen ware.

Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

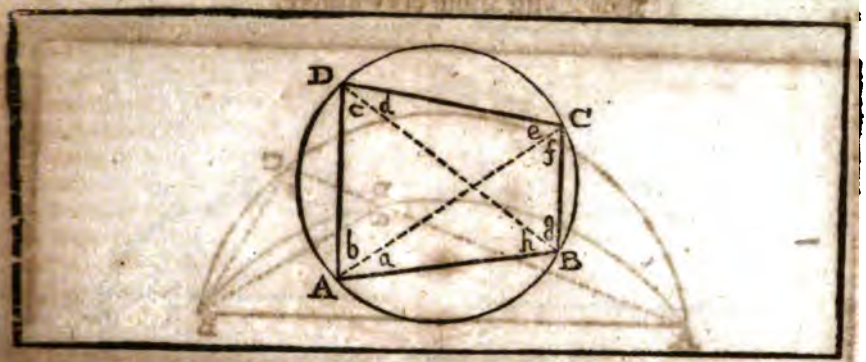
In einem Zirckel (ABC) seynd die Winckel (b und c)/ welche in einerley Schnitze (ACDB) stehen / einander gleich.

Zubereitung.

Ziehe auß dem Mittel-Punct F/ die Puncten A/ B mit geraden Linien zusammen.

Beweiß.

Der ∠ a ist so wohl doppelt deß ∠ b/ als deß ∠ c/ D. 20. 1.
Darumb wird der ∠ b ⊓ seyn dem ∠ c. D. 7. 12.
Welches zu beweisen ware.



Die XXII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine vierſeitige geradtliniſche Figur (ABCD) in einem Zirckel eingeſchrieben wird: ſo ſeynd die zween Winckeln (c → d und h → g/ oder c → f/ und b → a)/ welche über Eck einander überſtehen/ zweyen rechten Winckeln gleich.

Zubereitung.

Ziehe AC/ DB zuſammen.

Beweiß.

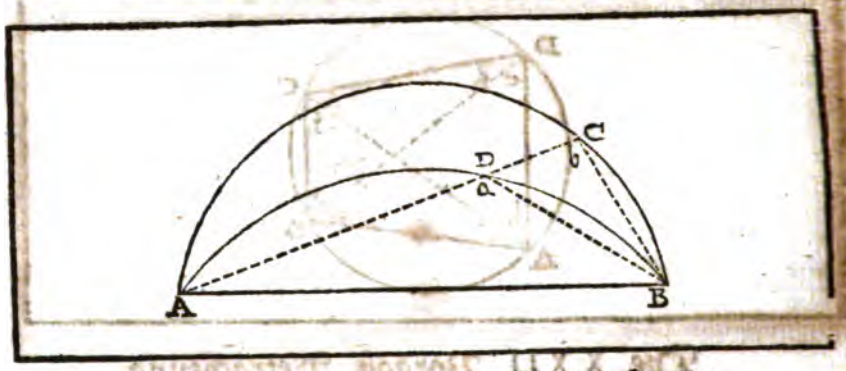
Weilen die ∠ ADB/ ACB in einerley Schnitze ADCB und auch die ∠ BDC/ und CAB in einerley Schnitze BADC ſtehen/

So iſt der ∠ c ⊓ dem ∠ f: und der ∠ d iſt ⊓/ dem ∠ a. d. 21. 1.

alſo wird der gantze ∠ c → d ⊓ ſeyn/ denen zween ∠ f und a/ die zwey ∠ f/ und a aber/ ſambt dem dritten ∠ h → g ſeynd ⊓/ zweyen rechten Winckeln. d. 32. 1.

Folget dann/ daß auch der ∠ c → d ſambt dem ∠ h → g ⊓ ſeye/ zween rechten Wincklen. u. ſ. f.

Welches zu beweiſen ware.

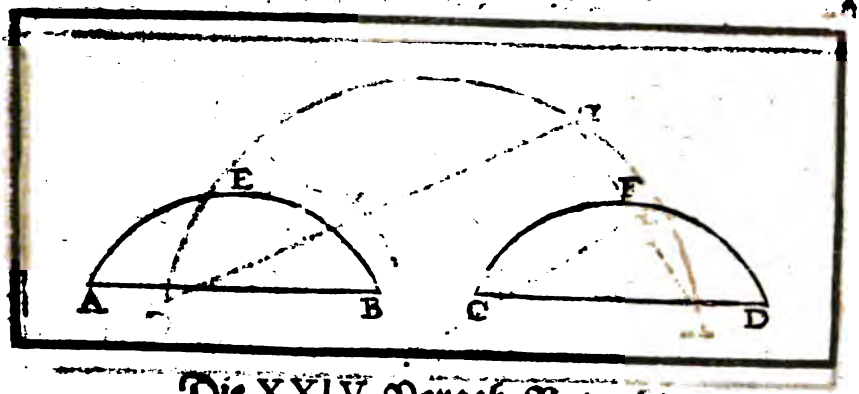


Die XXIII. Vorgab. Betrachtung.

Zwey gleichformige und zugleich ungleiche Schnitze (ADB/ ACB) kan man nicht auff einer geraden Lini (AB)/ und auff einerley Seiten stellen.

Beweiß.

Seye ADB der kleinere / ACB aber der grössere gleichförmige Schnitz.
Wenn es nun möglich ist / so kähle man beyde auff die
gerade Lini AB / und ziehe auß A nach Gefallen
die gerade Lini AC / welche den Schnitz ADB in D.
durchschneide/ und den Schnitz ACB in C berühre.
Hange D/ B/ und C/ B zusammen.
Weilen nun die zwey Schnitze einander gleichförmig seynd/ d. d Vorg.
So wird der ∠ a ∏ seyn müssen dem ∠ b. d. 10. def. 3.
Welches aber ungereimt ist / daß der aussere ∠ a ∏
seye/ dem innern ∠ b wider die d. 32. 1.
Dahero können nicht zwey gleichförmige / und zugleich
ungleiche Schnitze auff eine gerade Lini AB/
und auff einerley Seiten gestehlt werden.
Welches zu beweisen ware.

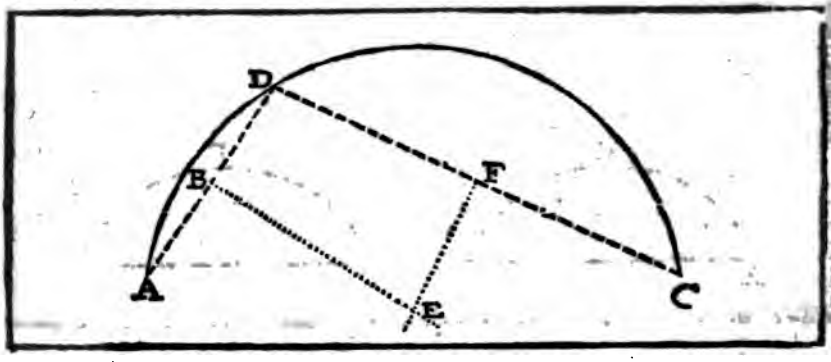


Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

Auff gleichen geraden Linien (AB/CD) ſeynd die gleichförmige Schnitze (AEB, CFD.) einander gleich.

Beweiß.

Dieweilen AB ⊓ geſetzt wird / der Lini CD: 1. d. Vorg.
Wenn man ſie auff einander legt / ſo werden ſie ſich durchauß auff einander ſchicken / und keine die andere übertreffen.
Darumb wird auch nothwendig der Schnitz AEB. 8. ax.
auff den Schnitz CFD einfallen müſſen / und durchauß einander gleich ſeyn.
Sonſten / wann ſie nicht eintreffeten / müſte entweders der eine / oder der andere Schnitz hinauß / oder hinein in den erſten oder andern fallen / und dardurch ungleich einander werden;
Zwey gleichformige / und zugleich ungleiche Schnitze aber / können nicht auff einerley gerade Linien geſtellt werden. 35. 3.
Dahero ſie nothwendig einander gleich ſeyn müſſen.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXV. Vorgab. Handgriff.

Einem vorgegebenen Schnitz (ADC) seinen gehörigen gantzen Zirckel-Kreiß zu erfüllen.

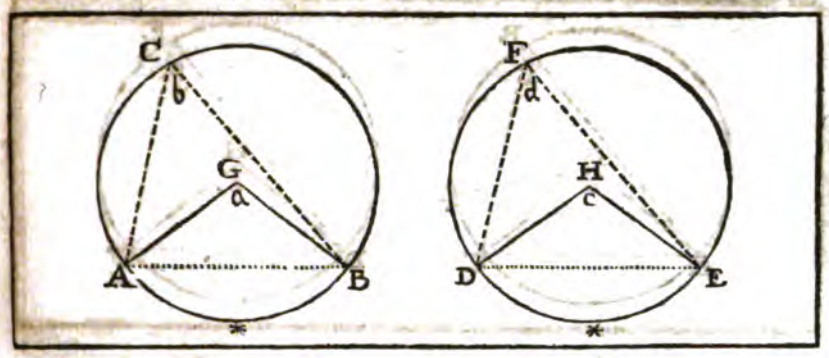
Handgriff.

Mercke in dem gegebenen Schnitz drey Puncten A/ D/ C.
Ziehe solche nach Gefallen zusammen mit geraden Linien AD/ DC.
Zertheile die Linien AD/ DC in mitten B/ und F. } d. 10. r.
mit denen 1. BE/ FE/ welche sich durchschneiden } d. 11. 1.
werden in dem Punct E.
Der Punct E hernach wird der Mittel-Punct seyn/
Worauß mit der Weite EC/ oder EA der übrige
Zirckel-Kreiß kan erfüllet werden.

Beweiß.

Der Mittel-Punct ist in denen zwey Linien BE/ FE. d. 1. Cor. 1.
Darum wird solcher nothwendig in dem Durch-
schnitz-Punct E seyn.
Dahero kan auß solchem Mittel-Punct E der Schnitz ADC
zu einem gantzen Zirckel erfüllet werden.

Welches zu machen ware.



Die XXVI. Vorgab. Betrachtung.

In gleichen Zirckeln (A*BC/ D*EF) ſtehen die gleichen Winckeln (a und c/ oder b und d) auff gleichen Umbkreiß-Stucke / oder Schnitze (A*B/ D*E). die Winckeln hernach mögen ſo wohl bey denen Mittel-Puncten (G/ H)/ oder in denen Umbkreiſſen ſtehen (gleich wie in C/F.)

Zubereitung.

Ziehe A/B/und D/E mit geraden Linien zuſammen.

Beweiß.

In dem △ AGB ſeynt die zwo Seiten GA/GB ⊓/ denen zwo Seiten HD/HE in dem △ DHE/ und der ∠ a iſt ⊓/ dem ∠ c. — { d. d. Vorg. und 15. def. 1. d. d. Vor.

Darumb wird auch die Baſis AB ⊓ ſeyn/ der Baſis DE. — d. 4. 1.

Unterdeſſen ſeynd die ∠ b/ und d gerad die Helffte deren zweyen gleichen ∠ a/ und c. — d. 20. 3.

Folget/ daß auch der ∠ b ⊓ ſeye/ dem ∠ d. — d. 7. ax.

Dahero wird der Schnitz ACB gleichförmig ſeyn/ dem Schnitz DEF/ und wegen der gleichen Linien AB/ und DE werden die Schnitze ACB/ und DEF. auch einander gleich ſeyn. — d. 10. def. 3. d. 24. 3.

Wann man nun von denen gleichen Zirckeln ACB/ und DEF/ die gleiche Schnitze ACB/ und DFE darvon ziehet; So wird überbleiben das Umbkreiß-Stück A*B⊓/ dem Umbkreiß-Stück D*E.

Welches zu beweiſen ware.

Die XXVII. Vorgab. Betrachtung.

In gleichen Zirckeln (ABC/ DEF) unterspannen die gleiche Umbkreiß-Stücke (AC/ DF) gleiche Winckeln/ es mögen die Winckeln hernach/ oder bey denen Mittel-Puncte (G/H)/ oder in denen Umbkreissen (B, E) stehen.

Beweiß.

Gesetzt / man sagte / daß die Winckeln einander ungleich wären/ nemlich/ daß der Mittel-Puncts-∠ a ⊓ wäre/ als der Mittel-Puntes ∠ b.

Mache dahero (wann es seyn kan) den ∠ a — c ⊓/ dem ∠ b/ und ziehe die Lini GI.

Darauff folget/ daß das Umbkreiß-Stück ACI ⊓ wäre/ dem Umbkreiß-Stück DF. — d. 26. 3.

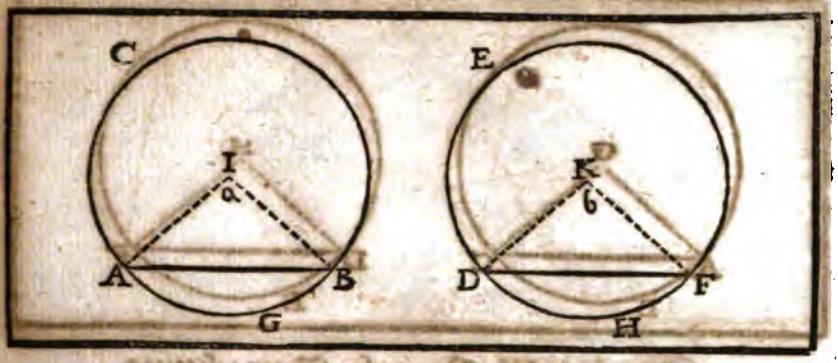
das Umbkreiß-Stück DF aber/ ist ⊓ / dem Umbkreiß-Stücke AC gegeben worden. — d. d. Vorg.

Darum solte auch das Umbkreiß-Stück AC ⊓ seyn/ dem Umbkreiß-Stücke ACI; Ein Theil seinem gantzen/ so nicht seyn kan.

Dahero ist zu sagen/ daß der ∠ a auch ⊓ seye/ dem ∠ b; — d. 7. 11.

Und folgends der ∠ d ⊓ dem ∠ c. — und 20. 3.

Welches zu beweisen ware.



Die XXVIII. Vorgab. Betrachtung.

In gleichen Zirckeln (ACB/DEF) schneiden die gleiche gerade Linien (AB/DF) gleiche Umbkreiß-Stücke ab/ also/ daß das eine grössere Stück (ACB) gleich seye dem andern grössern (DEF)/ und das eine kleinere (AGB) dem andern kleinern (DHF).

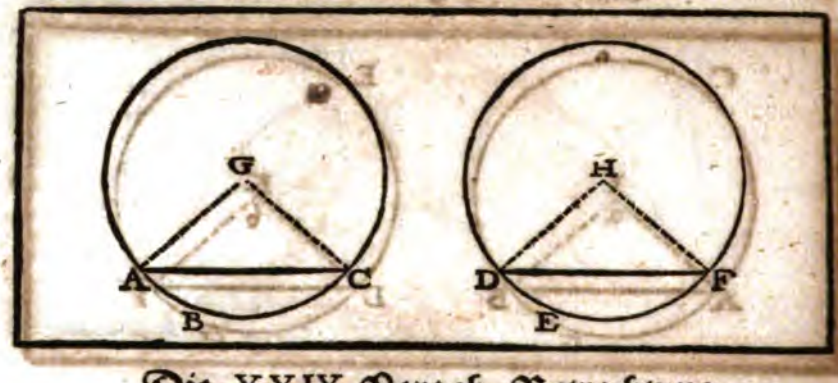
Zubereitung.

Ziehe auß denen Mittel-Puncten I. und K. die Puncte A/I; I/B; und D/K; K/F zusammen.

Beweiß.

In dem △ AIB seynd die drey Seiten □/ Denen drey Seiten deß △ DKF — d. d. Vorg. uñ 15. def. 1.
Derumb wird der ∠ α □ seyn/ dem ∠ B. — d. 8. 1.
Und folgends das kleinere Umbkreiß-Stück AGB wird □ seyn/ dem kleinern Umbkreiß-Stück DHF. — d. 26. 3.
Wenn man nun diese gleiche Umbkreiß-Stücke von denen gleichen Zirckeln abziehet.
So wird überbleiben auch das grössere Umbkreiß-Stück ACB □/ dem grössern Umbkreiß-Stück DEF. — d. 3. ax.

Welches zu machen ware.



Die XXIX. Vorgab. Betrachtung.

In gleichen Zirckeln (ABC/ DEF) werden von gleichem Umbkreiß-Stücke (als wie ABC/DEF) gleiche gerade Linien (AC/ DF) unterspannet.

Zubereitung.

Hange auß denen Mittel-Puncten G/ und H die Puncte A/ G; G/C; und D/H; H/F zusammen.

Beweiß.

In dem △ AGC seynd die zwo Seiten AG/ GC ∏/ denen zwo Seiten DH/ HF in dem △ DHF/ und der ∠ G ∏ dem ∠ H. d. 15. def. 1.

Dahero wird auch die Basis AC ∏ seyn / der Basis DF. d. 27. 3.

Welches zu beweisen ware. d. 4. 1.

Die XXX. Vorgab. Handgriff.

Ein Stück (ABC) von einem gegebenen Umbkreiß in zwey gleiche Theil (in a) zu zertheilen.

Handgriff.

Ziehe die äusserste Ende deß Stücks ABC mit einer geraden Linl AC zusammen.
Zertheile AC in mitten D entzwey. d. 10. 1.
Auf D erhöhe die ⊥ DB biß an dem Umbkreiß/ d. 11. 1.
So wird der Umbkreiß ABC mitten entzwey in dem Punct B zertheilet worden seyn.

Zubereitung.

Hange A/B; und C/B zusammen.

Beweiß.

In dem △ ADB seynd die zwo Seiten AD/ und DB ∩ denen zwo Seiten CD/ und DB in △ CDB/ d. 15. def. 1.
und der ∠ a ∩ dem ∠ b. d. 8 Hand.
Dahero wird auch die Basis AB ∩ seyn der Basis BC; d. 4. 1.
Und folgends wird das Umbkreiß-Stück AB ∩ seyn d. 28. 3.
dem Umbkreiß-Stück CB.

Welches zu machen ware.

Die XXXI. Vorgab. Betrachtung.

1. In einem Zirckel (ADCBE) ist jener Winckel (b → c)/ welcher in halben Umbkreiß (ADCB) stehet/ ein Rechter.
2. Welcher aber in einem gröſſern Schnitz (DAEB)/ als wohl ein halber Zirckel ist/ stehet/ derselbe Winckel (a) ist kleiner/ als ein Rechter.
3. Der aber in einem kleinern Schnitz (DCB)/ als ein halber Zirckel ist/ stehet/ solcher Winckel (f) ist gröſſer/ als ein Rechter.
4. Und über das ist der Winckel (BDA)/ welchen man auff der geraden Lini (DB)/ und mit dem Umbkreiß-Stücke (DAEB) deß gröſſern Schnitz machet/ gröſſer als ein rechter.
5. Der Winckel aber deß kleinern Schnitz (nemlich CDB)/ welchen man auff der geraden Lini (BD) und mit dem Umbkreiß-Stück (BCD) deß kleinern Schnitz machet/ wird kleiner seyn/ als ein rechter Winckel.

Zubereitung.

Auß dem Mittel-Punct G ziehe die gerade Linien GD und verlängere AD in F hinauß.
Sege AGB der Diameter deß Zirckels ADCBE.

Beweiß. I.

In dem △ AGD ist der ∠ b ∏ dem ∠ a. } d. 15. def. 1.
Item in dem △ DGB ist der ∠ c ∏ dem ∠ g. } d. 5. 1.
Darumb wird der gantze ∠ b → c ∏ seyn/ denen ∠ a und g. d. 5. 1.
Unterdessen ist auch der äussere ∠ c → d ∏/
beyder innern ∠ a/ und e sämptentlich. d. 32. 1.
Folget/ daß auch der ∠ b → c ∏ seye dem ∠ e → d. d. 1. ax.
Und deßwegen seynd diese beyde ∠ b → c/ und d → e Rechte. d. 10. def. 1.

II.

Dieweilen der ∠ b → c ein rechter ∠ iſt/ ſo folget/ Daß der ∠ a (ſo in dem gröſſern Schnitz/ als der halbe Zirckel iſt/ ſtehet) kleiner ſeye/ als ein rechter. d. Cor. 2. 17. 1.

III.

Nun in der vierſeitigen Figur ADCB iſt der ∠ a ⊐/ als ein rechter. d. d. Vor.

Die zween überſtehende ∠ aber a/ und f ſolten ⊓ ſeyn/ zween rechten Winckeln. d 22. 3.

Darumb wird nothwendig der ∠ f ⊓/ als ein rechter ∠ ſeyn. d. 5. 21.

IV.

Weiters iſt klar/ daß derjenige ∠/ (welcher auff der geraden DB und mit dem Umbkreiß deß gröſſern Schnitz DAEB gemacht wird) gröſſer ſeye/ als der rechte ∠ b → c/ ſo von denen geraden BD/ und AD iſt gemacht worden: die Urſach iſt begreifflich/ weilen zu dieſen noch das hohle Umbkreiß-Stuck DA darzu kommen iſt.

V.

Alſo iſt aber eine ∠ (welcher auff der geraden BD/ und mit dem Umbkreiß deß kleinern Schnitz DCB beſchloſſen wird) kleiner/ als der rechte ∠ c → d/ welcher von denen zwo geraden BD/ DF iſt gemacht worden: die Urſach iſt ſichtbarlich/ indeme der gebogene Umbkreiß den rechten ∠ c → d nicht gar außfüllet.

Folge deß erſten Theils.

In einem leden △ iſt ein ſolcher Winckel/ welcher ⊓ iſt/ denen zweyen übrigen Winckeln ein rechter Winckel.

Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (AB) einen Zirckel (CDEFC) anrühret / und von dem Anrührungs-Punct (c) eine andere gerade Lini (CE) / welche den Zirckel durchschneidet (als wie in E) gezogen wird: so seynd die Winckeln / welche sothane Lini mit der anrührenden machet / gleich denen Winckeln / so auff der andern Seiten in dem Zirckel-Schnitz stehen / (das ist / der Winckel c → d ist gleich dem Winckel e / und der Winckel a → b ist gleich dem Winckel f.)

Zwey Fähle können sich hierinnen ergeben.

I.

Wenn die Lini CE durch den Mittel-Punct G gehet.

Beweiß.

So ist klar / daß die ∠ c / und f / so in dem halben Umbkreiß stehen / beyde rechte seynd — 3. p. 3.
die ∠ a → b / und c → d seynd auch beyde rechte. — 3. def. 3.
Darumb wird der ∠ e ⊓ seyn dem ∠ c → d.
oder der ∠ f wird ⊓ seyn dem ∠ a → b.

II.

Wenn aber die Lini CE nicht durch den Mittel-Punct G gehet / sondern auff eine andere Seiten hinauß / als wie in E.

Alsdann erhöhe auß C die ⊥ CG/ und hange GE zusammen.
Mache hernachmal in denen zweyen Schnitzen CD GE/ und CFE nach Ersallen die ∠ e/ und f.
Weilen in dem △ CGE der ∠ h → m ein rechter ist/ d. 31. 3.
so seynd auch die übrige zween ∠ G und c ⊓/ einem rechten. d. 32. Cor. 3.
Unterdessen ist der ∠ c → b → a auch ⊓ einem rechten. d d. Hand.
Daher o werden die zween ∠ G → c ⊓ seyn/ dem ∠ c → b → a.
Wenn man nun beyderseits den gemeinen ∠ c darvon abziehet/
So wird überbleiben der ∠ G ⊓/ dem ∠ b → a.
Der ∠ G aber ist ⊓ dem ∠ e (dann sie in einerley Schnitze CDGE stehen. d. 21. 3.
Darumb wird der ∠ e ⊓ seyn/ dem ∠ b → a.
Fernerst/ weilen GEFC/ als eine vierseitige Figur in dem Zirckel eingeschrieben ist/
So werden die zween gegenüber stehende ∠ G/ und f ⊓/ seyn zween rechten ∠. d. 22. 3.
Die zween ∠ c → b → a/ und d → g aber/ seynd auch ⊓ zween rechten ∠. d. 13. 1.
Daher seynd die ∠ G/ und f ⊓/ denen zween ∠ c → b → a/ und d → g.
Der ∠ G aber ist schon bewiesen worden ⊓/ dem ∠ b → a. d. d. Vorg.
Wenn man beyderseits die gleiche ∠ G/ und b → a abziehet/
So wird überbleiben der ∠ f ⊓ dem ∠ c → d → g.

Welches zu beweisen ware.

Die XXXIII. Vorgab. Handgriff.

Auff einer vorgegebenen geraden Lini (AB) ein Zirckel-Schnitz zu beschreiben / in welchem ein Winckel / der einem andern vorgegebenen geradlinischen (a) gleich seye / stehen kan.

Drey Fähle hat diese Vorgab.

Fig. I. Handgriff.

Wenn der vorgegebene ∠ a ein rechter Winckel ist.
So zertheile nur die gleich genommene gerade Lini AB in Mitten C. d. 10. 1.
Schreibe hernach mit der Weite AC / oder BC einen halben Zirckel-Kreiß.
Mache darein an den halben Umbkreiß BDA nach Gefallen den ∠ b / so ist es gethan.

Beweiß.

Dann weilen der ∠ b in halbem Zirckel-Kreiß stehet. d. b. Hand
So ist der ∠ b ein rechter / und dahero ⊓ dem ∠ a. d. 30. 4.

Fig. II.

Wenn der vorgegebene ∠ c ein scharffer Winckel / und die Länge der vorgegebenen Lini AB ist.

Handgriff.

Ziehe nach Gefähr die gerade CD. d. 13. 1.
Darauff mache den ∠ FED / oder den ∠ g ⊓ / dem ∠ c / und EF ⊓ / der AB. d. 11. 1.
Auß dem Punct E erhöhe auff der Lini CD die ⊥ EG.
Mache den ∠ d ⊓ / dem ∠ c. d. 23. 1.
So wird die gezogene FH den Diameter EG im Punct H durchschneiden.

Schreibe auß H mit der Weite HE / oder HF einen Zirckel (dann wegen dergleichen ∠ d / und e werden die zwo Seiten EH / und FH einander ‖ seyn / und dahero gleich von dem Mittel-Punct H abstehen / und der gezogene Kreiß / so wohl durch das Ende E / als durch das Ende F gehen).

Nun sage ich / daß in dem Schnitz E * GF ein jeder nach Gefallen genommener Winckel / gleich wie der ∠ b / ⊓ sey / dem vorgegebenen ∠ c.

Beweiß.

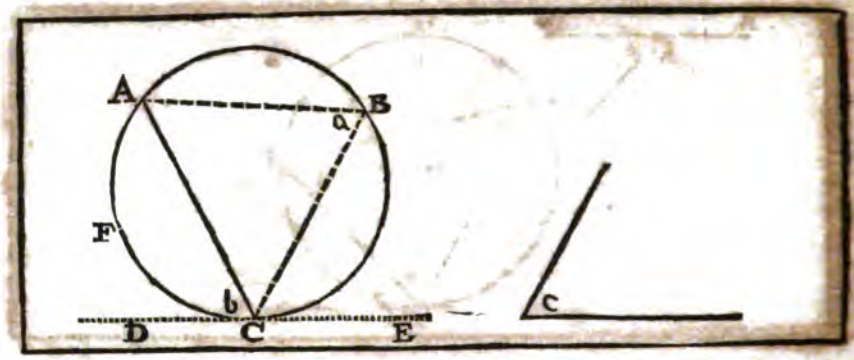
Der ∠ b ist ⊓ dem ∠ g. p. 52. 5.
der ∠ g ist ⊓ gemacht worden dem ∠ c.
Darumb wird auch der ∠ b ⊓ seyn / dem ∠ c.

III.

Solte letzlich der vorgegebene Winckel ein stumpffer ∠ seyn / gleich wie der ∠ h.

So ist eben darzu der vorgehende Handgriff / und Beweiß anzuwenden / damit der Winckel FED ⊓ / dem ∠ h möge verfertiget werden.

Welches zu machen ware.



Die XXXIV. Vorgab. Handgriff.

Von einem vorgegebenen Zirckel (ABCF) einen Schnitz (ABC) abzuschneiden/ in welchem Schnitz ein Winckel (gleich wie a) stehen kan/ der einem vorgegebenen geradtliniſchen Winckel (c) gleich ſey.

Handgriff.

Ziehe die anrührende DE/ d. 17. 3.
Mache auff dem Anrührungs-Puncten C den ∠ b ⊓ dem vorgegebenen ∠ c. d. 23. 1.
Die gezogene gerade AC wird alsdann den Zirckel-Schnitz ABC machen/ in welchem ein Winckel nach Gefallen (gleich wie der ∠ a) ſtehen kan/ ſo gleich einem andern vorgegebenen geradtliniſchen ∠ c ſeyn werde.

Beweiß.

Der ∠ a iſt ⊓/ dem ∠ b. d. 32. 3.
Der ∠ b aber iſt ⊓ gemacht worden/ dem ∠ c. d. d. Hand.
Darumb wird der ∠ a in dem Stück ABC auch ⊓ ſeyn/ dem vorgegebenen ∠ c.
Welches zu machen ware.

Die XXXV. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ſich in einem Zirckel (ABCD) zwo gerade Linien (AD, BC) einander durchſchneiden: ſo wird die Winckel-rechte Figur/ welche von denen zweyen Theile (AE/ ED) der einen Lini (AD) gemacht iſt/ gleich ſeyn/ der Winckel-Rechten Figur/ welche von denen zween Theile (CE/ EB) der andern Lini (CB) begriffen wird.

Vier unterſchiedene Fähle findet man in dieſer Vorgab.

Beweiß. I. Fig. I.

Wenn ſich die zwey Linien AD/ BC juſt in Mittel-Punct E einander durchſchneiden.

So iſt klar/ daß die vier gerade Linien AE/ ED/ und CE/ EB einander gleich ſeynd.

Dahero wird das □ auff AE ⊓ ſeyn/ dem □ auff EB. d. 15. def. 1. d. Cor. 3. 46. 1.

Fig. II.

Wann nur die eine/ als wie AD/ durch den Mittel-Punct E gehet/ und die andere BC/ auſſer den Mittel-Punct gleich entzwey theilet/ nemlich im Punct F.

Zihe alsdann EB/ und EC zuſammen:

So iſt der ∠ a erſtlich ein rechter Winckel. d. 3. 3.

Hernach/ weilen die Lini AD in zwey gleiche Theile in E/ und in zwey ungleiche Theile in F zertheilet iſt:

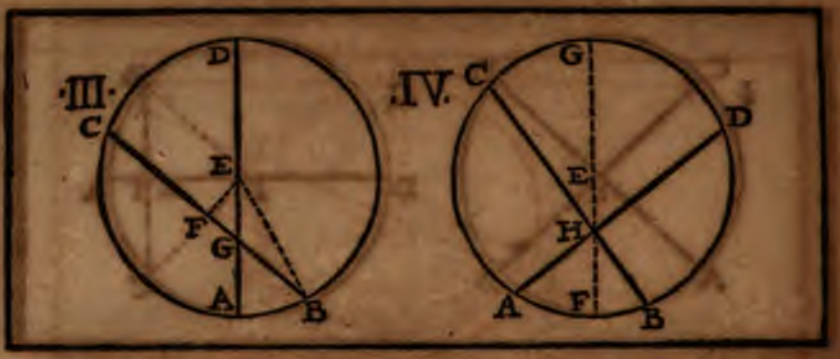
ſo wird das ▭ DFA ſambt dem □ auff der Mitten EF ⊓ ſeyn/ dem □ auff der halben von DA das iſt auff EA/ oder EB. } d. 5. 2. } d. 5. def. 1.

Das □ aber auff EB iſt ⊓ denen □ auff EF/ und FB. d. 47. 1.

Wenn man beyderſeits das gemeine □ auff EF abziehet/

So wird überbleiben das ▭ DFA ⊓/ dem □ auff FB/

(dann EB ⊓ iſt gegeben worden der EC).



III.

Wenn aber eine/ als wie AD durch den Mittel-Punct E gehet/
und zertheilet die andere in ungleiche Theile/ als wie im
Punct G.

So lasse auß dem Mittel-Punct E die ⊥ EF auff die Lini CB fahlen. d. 12. 1.
welche hierdurch gerad entzwey werde getheilet seyn. d. 3. 3.

Hange EB zusammen/

Nun ist das ▭ CGB sambt dem □ auff FG / ⊓
dem □ auff FB.
setze hinzu beyderseits das gemeine □ auff FE/ d. 5. 2.

So wird das ▭ CGB sambt denen □ auff FG
und FE ⊓ seyn/ denen zwey □ auff FB / und FE.
Denen zwey □ auff FB / und FE ist aber ⊓/ das □ auff EB. d. 47. 1.
und denen zwey □ auff FG / und FE ist ⊓ / das □ auff EG. d. dieselbe.

Darumb wird das ▭ CGB sambt dem □ auff EG ⊓
seyn/ dem □ auff EB / oder auff dergleichen EA. d. 15. def. 1.

Unterdessen ist dem □ auff EA ⊓/ das ▭ DGA
sambt dem □ auff EG. d. 5. 4.

Dahero wird das ▭ CGB sambt dem □ auff EG ⊓ seyn/
dem ▭ auff DGA sambt dem □ auff EG.
Nehme hinweg beyderseits das gemeine □ auff EG
So wird überbleiben das ▭ CGB ⊓/ dem ▭ DGA.

IV.

Wenn aber gar keine Lini durch den Mittel-Punct E gehet/
sondern sich beyde einander ungleich in H durchschneiden;
Alsdann ziehe durch den Durchschnitz-Punct H den Diameter FHG/
so wird das ▭ DHA ⊓ seyn/ dem ▭ GHF. d. 3. 3. Fahl.
Das ▭ GHF ist aber ⊓/ dem ▭ CHB: eben d. 3. 3. Fahl.
Darumb wird das ▭ DHA auch ⊓ seyn / dem ▭ CHB: d. 21. 1.
Welches zu beweisen war.

Die XXXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ausserhalb eines Zirckels (BCDEF) ein gewisser Punct nach Gefallen (gleich wie in A) genommen wird / und von selben zwo gerade Linien zu dem Zirckel gezogen werden / deren eine (AC) den Zirckel durchschneidet / die andere aber (AB) den Zirckel nur anrühret: so wird die Winckelrechte Figur / welche gemacht ist von der gantzen durchschneidenden (CFA) / und dem äussern Zirckel (FA) von dem Punct auß / biß an den Umbkreiß / gleich seyn / dem Quadrat / welches auff der anrührenden (BA) gemacht wird.

Zwey Fähle können allhier vorkommen.

I.

Wenn die durchschneidende CFA durch den Mittel-Punct G gehet;
Alsdann ziehe GB zusammen.

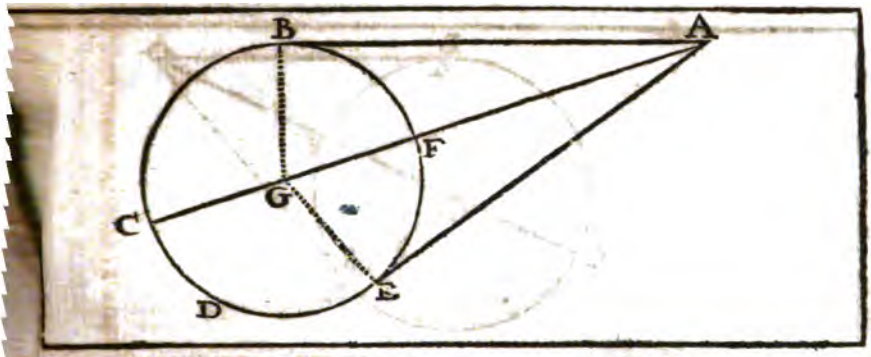
Beweiß.

Weilen die gerade Lini CF in zwey gleiche Theile in G zerschnitten / und ihr eine andere gerade Lini FA ist daran gestossen worden.

So wird das ▭ CAF sambt dem □ auff FG / oder dergleichen GB ⊓ seyn / dem □ auff GA. } d. 15. def. 1. } d. 6. 2.
das □ auff GA aber / ist ⊓ / denen zwey □ auff GB / und BA. d. 47. 1.
Wenn man beyderseits das gemeine □ auff GB abziehet /
So überbleibet das ▭ CAF ⊓ / dem □ auff BA.

II.

Wenn die gerade DA nicht durch den Mittel-Punct G gehet/
So ziehe durch den Mittel-Punct G die gerade CA/
und hange G/E; und G/B zusammen.
Hernach auß G lasse herunter die ⊥ GH auff die Lini DA fallen. d. 12. 1.
durch welche die Lini DE gleich entzwey im Punct H zertheilet wird d. 3. 3
Weilen nun das ▭ DAE sambt dem □ auff HE ⊓ d. 6. 2.
ist/ dem □ auff HA.
Wenn man beyderseits das gemeine □ auff HG hinzu setzet;
So wird das ▭ DAE sambt denen □ auff HE/ und HG
⊓ seyn/ denen zwey □ auff HA/ und HG
Denen □ auff HE/ und HG ist unterdessen ⊓/ das □ auff GE/ d. 47. 1.
und denen □ auff HA/ und HG ist ⊓/ das □ auff GA/ d. d. selb.
Dahero wird das ▭ DAE sambt dem □ auff EG ⊓
seyn/ dem □ auff GA.
Unterdessen ist das ▭ CAF sambt dem □ auff GF/
oder (dergleichen GE) auch ⊓/ dem □ auff GA. d. 6. 2.
Deßwegen wird das ▭ DAE/ sambt dem □ auff GE
⊓ seyn/ dem ▭ auff CAF/ sambt dem □ auff GE. d. 1. ax. 1.
Ziehe darvon beyderseits das gemeine □ auff GE/
So wird überbleiben das ▭ DAE ⊓/ dem ▭ CAF.
Das ▭ CAF ist aber ⊓/ dem □ auff BA/ d. d. Vor.
Folget/ daß auch das ▭ DAE ⊓ frye/ dem □ auff BA.
Welches zu beweisen wäre.



Folge. I.

Wenn in einem Punct ausserhalb deß Zirckels etliche durchschneidende gezogen werden: so werden alle diese Winckelrechte Figuren/ welche auff jedweder gantzen durchschneidenden und seinen ausseren Theil von dem Umbkreiß/ biß an dem Punct gemacht werden/ einander gleich seyn.

II.

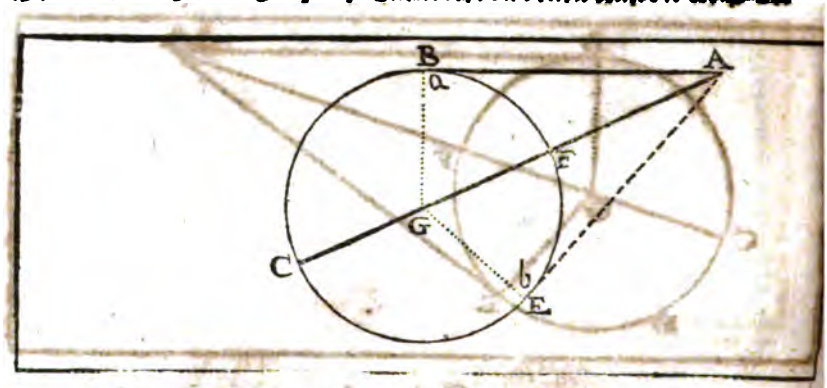
Wenn zwey anrührende Linien BA/ EA: in einem Punct A gezogen werden: so werden solche Linien einander ∩ seyn/ das ist BA/ wird gleich seyn der EA.

III.

Auß einem Puncten ausserhalb deß Zirckels/ können nicht mehr/ dann zwo gerade Linien AB/ AE gezogen werden/ welche den Zirckel berühren.

IV.

Wenn zwey gleiche Linien auß einem Punct ausserhalb deß Zirckels in dem gebogenen Umbkreiß gezogen werden/ deren eine den Zirckel berühret/ so wird auch die andere denselben berühren.



Die XXXVII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ausserhalb eines Zirckels ein Punct (als wie A) genommen wird, und von solchem zwo gerade Linien gezogen werden/ deren die eine (BA) in aussern Umbkreiß fahlet/ die andere (AC) aber den Zirckel durchschneidet: und ferners das Quadrat auff dieser einfallenden (BA) gleich ist/ der Winckelrechten Figur/ welche auff der gantzen durchschneidenden (CA) und seinem außwendigen Theil (FA) gemacht wird: so wird die einfallende Lini (AB) den Zirckel berühren.

Zubereitung.

Auß A ziehe die anrührende Lini AE. d. 17. 3.
Hange G/ E; und G/ B zusammen.

Beweiß.

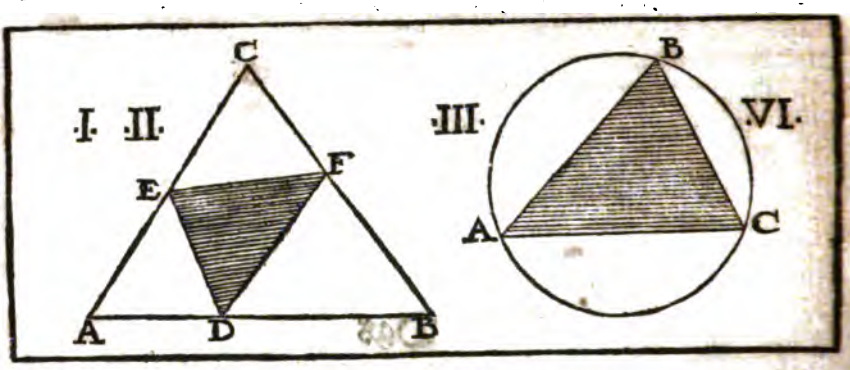
Das □ auff AE ist ⊓/ dem ▭ CAF. [illegible]
dem ▭ CAF aber ist ⊓/ das □ auff BA. [illegible]
Dahero wird das □ auff AE ⊓ seyn/ dem □ auff BA/ d. 1. ax. 1.
und folgends die Seiten AE ⊓ seyn/ der Seiten BA. d. 4. an. 46. 1.
Die Seiten GB ist auch ⊓/ der Seiten GE/ d. 15. def. 1.
und die Basis GA ist beyden △ gemein.
Darumb wird der △ GBA ⊓ seyn/ dem △ GEA. d. 8. 1.
Ferner ist der ∠ b ein rechter Winckel
Folget/ daß auch der ∠ a ein rechter Winckel seye/ d. 18. 3. und Zub.
Deßwegen wird die Lini AB den Zirckel anrühren. d. Cor. 16. 3.
Welches zu beweisen ware.

Das

Vierte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

I.

Man ſagt/ daß eine geradtliniſche Figur in einer andern geradtliniſchen Figur ſeye recht eingeſchrieben/ wenn jede Winckel der innern/ jede Seiten der äuſſern Figur berühret.

Alſo iſt in dem △ ACB der △ EFD recht eingeſchrieben; Dann die drey ∠ D/ E/ F/ die drey Seiten AB/ AC/ CB deß △ ACB berühren. Fig. I.

II.

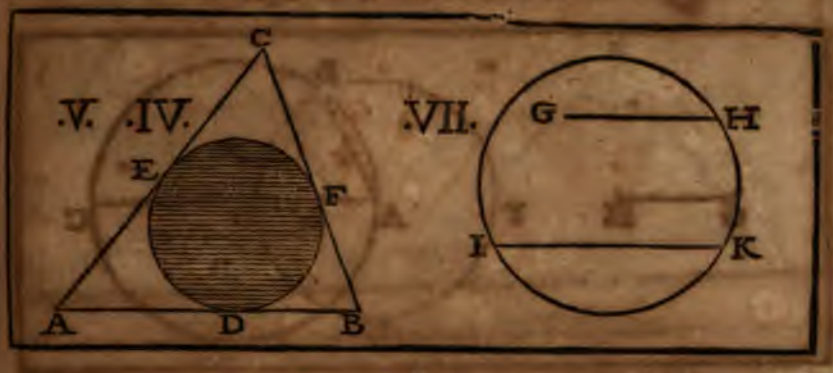
Gleicherweiſe ſagt man/ daß eine geradtliniſche Figur umbeine andere geradtliniſche Figur ſeye recht beſchrieben/ wenn jede Seiten der äuſſern jede Winckel der innern Figur berühret: als wie der Triangel ABC iſt recht umbſchrieben umb den Triangel DEF. Fig. II.

III.

Eine geradtliniſche Figur aber wird recht in einem Zirckel eingeſchrieben/ wenn alle Winckeln ſolcher Figur den inwendigen Umbkreiß deß Zirckels anrühren. Fig. III.

IV.

Herentgegen iſt eine geradtliniſche Figur recht umb einen Zirckel beſchrieben/ wenn alle Seiten ſolcher Figur deß Zirckels äuſſerlichen Umbkreiß anrühren. Fig. IV.



V.

Man saget auch/ daß ein Zirckel in ein geradtlinische Figur recht eingeschrieben seye/ wenn er mit seinem Umbkreiß alle Seiten solcher Figur anrühret / als wie DEF. Fig. V.

VI.

Ein Zirckel aber ist umb eine geradtlinische Figur recht beschrieben / wenn er mit dem innern Umbkreiß alle Winckeln solcher Figur anrühret. Fig. VI.

VII.

Eine gerade Lini im Zirckel gestölter / ist genant/ wenn derselben beyde Ende den innern Umbkreiß deß Zirckels anrühren;
Also ist die Lini IK/ in dem Zirckel gestölt/ nicht aber die Lini GH.

Die 1. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABC) eine gerade Lini (AD) zu stehlen/ welche gleich seye/ einer andern vorgegebenen geraden Lini (GH); diese aber muß nicht gröſſer seyn/ als deß vorgegebenen Zirckels Diameter (AC).

Handgriff.

Ziehe in dem Zirckel den Diameter ADC;
Und wenn die gegebene Lini GH ⊓ wäre/ dem Diameter/ so würde diese Vorgab schon verfertiget seyn/
Seye aber GH kleiner/ als der Diameter ADC.
Mache dahero das Stück AD ⊓/ der Lini GH: B. 3. 2.
Auß A mit der Weite AD schreibe den Zirckel DEF/ welcher den ersten in dem Punct E durchschneide.
Ziehe AB zusammen;
So wird die Lini AB ⊓/ der Lini GH in dem Zirckel ABC gestelt seyn.

Beweiß.

Die Lini AB ist ⊓/ der Lini AD. B. 15. def. 1.
AD ist aber ⊓ gemacht worden/ der Lini GH. B. der Hand.
Darum wird die Lini AB auch ⊓ seyn/ der Lini GH.
Unterdessen berühren beyde Ende A/ und B den innern Umbkreiß deß Zirckels ABC flechtbarlich.
Dahero ist die AB/ oder GH in dem Zirckel ADC gestelt worden. B. 17. def. 4.
Welches zu machen ware.

Die II. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABC) einen Triangel (ABC) einzuschreiben/ dessen drey Winckeln insonderheit gleich seynd/ dreyen andern Winckeln/ eines andern vorgegebenen Triangels (DEF).

Handgriff.

Ziehe nach Gefallen die anrührende GH/ welche den Zirckel ACB im Punct B berühre. p. 16. 3.
Mache den ∠ a ∏/ dem ∠ f/ und ziehe BA in dem Umbkreiß p. 23. 1.
Mache auch den ∠ c ∏/ dem ∠ g./ und ziehe BC in dem Umbkreiß.
Hange letztlich A/ C zusammen/ so ist es verfertiget.

Beweiß.

Der ∠ e ist ∏/ dem ∠ a. p. 32. 3.
Der ∠ a aber ist ∏ gemacht worden/ dem ∠ f. p. d. Hand.
Dahero wird der ∠ e auch ∏ seyn/ dem ∠ f.
Auff solche Weise ist auch der ∠ d ∏ dem ∠ g.
Und folgends wird der dritte ∠ b ∏ seyn/ dem ∠ h. p. 1. Cor. 32. 1.
Also seynd in dem △ ABC die drey Winckel insonderheit ∏/ denen drey Winckeln insonderheit deß △ DEF:
Der △ ABC ist auch in dem Zirckel eingeschrieben. p. 1. def. 4.
(dann alle drey Winckeln den Zirckel inwendig sichtbarlich berühren).

Welches zu machen ware.

Die 1. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABC) eine gerade Lini (AB) zu stellen/ welche gleich seye/ einer andern vorgegebenen geraden Lini (GH); diese aber muß nicht gröſſer seyn/ als deß vorgegebenen Zirckels Diameter (AC).

Handgriff.

Ziehe in dem Zirckel den Diameter ADC;
Und wenn die gegebene Lini GH ∏ wäre/ dem Diameter/ so würde diese Vorgab schon verfertiget seyn/
Seye aber GH kleiner/ als der Diameter ADC.
Mache dahero das Stück AD ∏/ der Lini GH: 1. 3.
Auß A mit der Weite AD schreibe den Zirckel DEF/ welcher den ersten in dem Punct B durchschneide.
Ziehe AB zusammen;
So wird die Lini AB ∏/ der Lini GH in dem Zirckel ABC gestellt seyn.

Beweiß.

Die Lini AB ist ∏/ der Lini AD. 1. 15. def. 1.
AD ist aber ∏ gemacht worden/ der Lini GH. 1. 1. Hand.
Darum wird die Lini AB auch ∏ seyn/ der Lini GH.
Unterdessen berühren beyde Ende A/ und B den innern Umbkreiß deß Zirckels ABC sichtbarlich.
Dahero ist die AB/ oder GH in dem Zirckel ADC gestellt worden. 1. 17. def. 4.
Welches zu machen ware.

Die II. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABC) einen Triangel (ABC) einzuschreiben/ dessen drey Winckeln insonderheit gleich seynd/ dreyen andern Winckeln/ eines andern vorgegebenen Triangels (DEF).

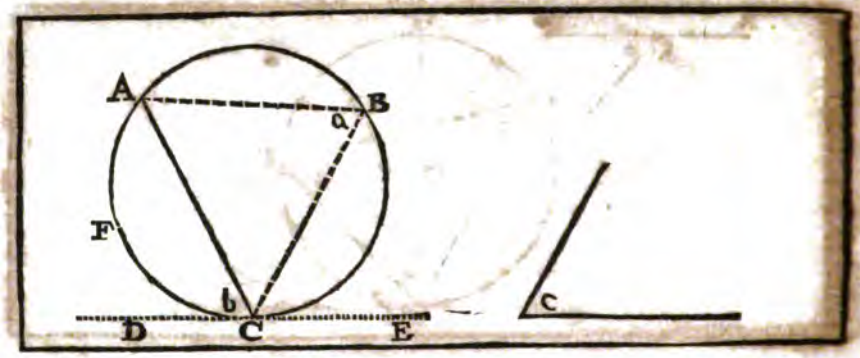
Handgriff.

Ziehe nach Gefallen die anrührende GH/ welche den Zirckel ACB im Punct B berühre. d. 16. 3.
Mache den ∠ a ∏/ dem ∠ f/ und ziehe BA in dem Umbkreiß d. 23. 1.
Mache auch den ∠ c ∏/ dem ∠ g./ und ziehe BC in dem Umbkreiß.
Hange letztlich A/ C zusammen/ so ist es verfertiget.

Beweiß.

Der ∠ c ist ∏/ dem ∠ a. d. 32. 3.
Der ∠ a aber ist ∏ gemacht worden/ dem ∠ f. d. d. Hand.
Dahero wird der ∠ c auch ∏ seyn/ dem ∠ f.
Auff solche Weise ist auch der ∠ d ∏ dem ∠ g.
Und folgends wird der dritte ∠ b ∏ seyn/ dem ∠ h. p. 1. Cor. 32. 1.
Also seynd in dem △ ABC die drey Winckel insonderheit ∏/ denen drey Winckeln insonderheit deß △ DEF.
Der △ ABC ist auch in dem Zirckel eingeschrieben. d. 3. def. 4.
(dann alle drey Winckeln den Zirckel inwendig sichtbarlich berühren).

Welches zu machen ware.



Die XXXIV. Vorgab. Handgriff.

Von einem vorgegebenen Zirckel (ABCF) einen Schnitz (ABC) abzuschneiden/ in welchem Schnitz ein Winckel (gleich wie a) stehen kan/ der einem vorgegebenen geradtliniſchen Winckel (c) gleich ſey.

Handgriff.

Ziehe die anrührende DE/ d. 17. 3.
Mache auff dem Anrührungs-Puncten C den ∠ b ⊓ dem vorgegebenen ∠ c. d. 23. 1.
Die gezogene gerade AC wird alsdann den Zirckel-Schnitz ABC machen/ in welchem ein Winckel nach Gefallen (gleich wie der ∠ a) ſtehen kan/ ſo gleich einem andern vorgegebenen geradtliniſchen ∠ c ſeyn werde.

Beweiß.

Der ∠ a iſt ⊓/ dem ∠ b. d. 32. 3.
Der ∠ b aber iſt ⊓ gemacht worden/ dem ∠ c. d. d. Hand.
Darumb wird der ∠ a in dem Stück ABC auch ⊓ ſeyn/ dem vorgegebenen ∠ c.
Welches zu machen ware.

Die XXXV. Vorgab. Betrachtung.

Wenn sich in einem Zinckel (ABCD) zwo gerade Linien (AD. BC) einander durchschneiden: so wird die Winckel-rechte Figur/ welche von denen zween Theile (AE/ ED) der einen Lini (AD) gemacht ist/ gleich seyn/ der Winckel-Rechten Figur/ welche von denen zween Theile (CE/ EB) der andern Lini (CB) begriffen wird.

Vier unterschiedene Zähle findet man in dieser Vorgab.

Beweiß I. Fig. I.

Wenn sich die zwey Linien AD/ BC just in Mittel-Punct E einander durchschneiden.

So ist klar/ daß die vier gerade Linien AE/ ED/ und CE/ EB einander gleich seynd. d. 15. def. 1.

Dahero wird das □ auff AE ⊓ seyn/ dem □ auff EB. d. Col. 3. 46. 1.

Fig. II.

Wenn nur die eine/ als wie AD/ durch den Mittel-Punct E gehet/ und die andere BC/ ausser den Mittel-Punct gleich entzwey theilet/ nemlich im Punct F.

Ziehe alsdann EB/ und EC zusammen:

So ist der ∠ a erstlich ein rechter Winckel. d. 3. 3.

Hernach/ weilen die Lini AD in zwey gleiche Theile in E/ und in zwey ungleiche Theile in F zertheilet ist:

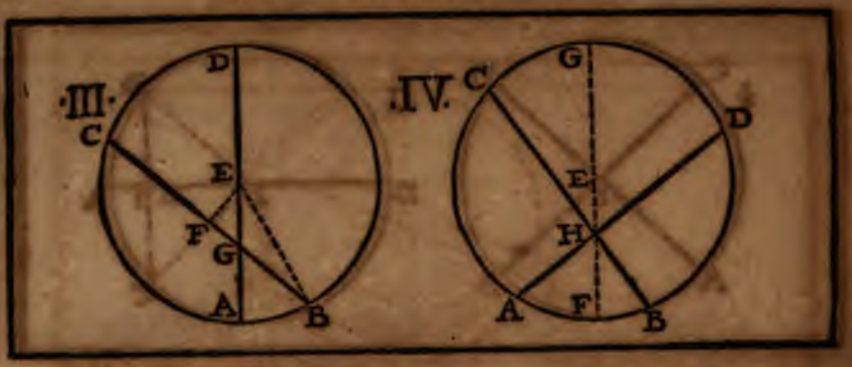
so wird das ▭ DFA sambt dem □ auff der Mitten EF ⊓ seyn/ dem □ auff der halben von DA das ist auff EA/ oder EB. } d. 5. 2. } d. 5. def. 1.

Das □ aber auff EB ist ⊓ denen □ auff EF/ und FB. d. 47. 1.

Wenn man beyderseits das gemeine □ auff EF abziehet/

So wird überbleiben das ▭ DFA ⊓/ dem □ auff FB/

(dann EB ⊓ ist gegeben worden der EC).



III.

Wenn aber eine/ als wie AD durch den Mittel-Punct E gehet/
und zertheilet die andere in ungleiche Theile/ als wie im
Punct G.

So lasse auß dem Mittel-Punct E die ⊥ EF auff die Lini CB fahlen. d. 12. 1.
welche hierdurch gerad entzwey werde getheilet seyn. d. 3. 1.

Hange EB zusammen/

Nun ist das ▭ CGB sambt dem □ auff FG / ⊓
dem □ auff FB. d. 5. 2.

setze hinzu beyderseits das gemeine □ auff FE/

So wird das ▭ CGB sambt denen □ auff FG
und FE ⊓ seyn/ denen zwey □ auff FB / und FE.
Denen zwey □ auff FB / und FE ist aber ⊓/ das □ auff EB. d. 47. 1.
und denen zwey □ auff EG / und FE ist ⊓ / das □ auff EG. d. dieselbe.

Darumb wird das ▭ CGB sambt dem □ auff EG ⊓
seyn/ dem □ auff EB / oder auff dergleichen EA. d. 15. def. 1.

Unterdessen ist dem □ auff EA ⊓/ das ▭ DGA
sambt dem □ auff EG. d. 5. 4.

Dahero wird das ▭ CGB sambt dem □ auff EG ⊓ seyn/
dem ▭ auff DGA sambt dem □ auff EG.
Nehme hinweg beyderseits das gemeine □ auff EG
So wird überbleiben das ▭ CGB ⊓/ dem ▭ DGA.

IV.

Wenn aber gar keine Lini durch den Mittel-Punct E gehet/
sondern sich beyde einander ungleich in H durchschneiden;

Alsdann ziehe durch den Durchschnitz-Punct H den Diameter FHG/
so wird das ▭ DHA ⊓ seyn/ dem ▭ GHF. d. d. 3. Fahl.

Das ▭ GHF ist aber ⊓ / dem ▭ CHB: eben d. d. 3. Fahl.

Darumb wird das ▭ DHA auch ⊓ seyn / dem ▭ CHB. d. 34. d. 1.

Welches zu beweisen ware.

Die XXXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ausserhalb eines Zirckels (BCDEF) ein gewisser Punct nach Gefallen (gleich wie in A) genommen wird / und von selben zwo gerade Linien zu dem Zirckel gezogen werden / deren eine (AC) den Zirckel durchschneidet / die andere aber (AB) den Zirckel nur anrühret: so wird die Winckelrechte Figur / welche gemacht ist von der gantzen durchschneidenden (CFA) / und dem äussern Zirckel (FA) von dem Punct auß / biß an den Umbkreiß / gleich seyn / dem Quadrat / welches auff der anrührenden (BA) gemacht wird.

Zwey Fäle können allhier vorkommen.

I.

Wenn die durchschneidende CFA durch den Mittel-Punct G gehet;
Alsdann ziehe GB zusammen.

Beweiß.

Weilen die gerade Lini CF in zwey gleiche Theile in G zerschnitten / und ihr eine andere gerade Lini FA ist daran gestossen worden.

So wird das ▭ CAF sambt dem □ auff FG / oder dergleichen GB ⊓ seyn / dem □ auff GA. } d. 15. def. 1. } d. 6. 2.

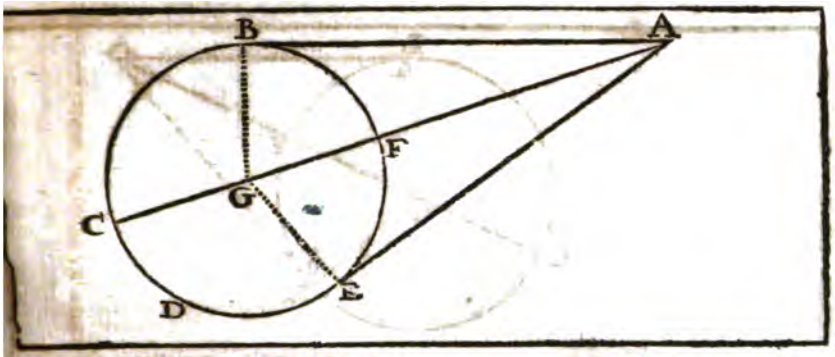
das □ auff GA aber / ist ⊓ / denen zwey □ auff GB / und BA. d. 47. 1.

Wenn man beyderseits das gemeine □ auff GB abziehet /

So überbleibet das ▭ CAF ⊓ / dem □ auff BA.

II.

Wenn die gerade DA nicht durch den Mittel-Punct G gehet/
So ziehe durch den Mittel-Punct G die gerade CA/
und hange G/E; und G/B zusammen.
Hernach auß G lasse herunter die ⊥ GH auff die Lini DA fallen. d. 12. 1.
durch welche die Lini DE gleich entzwey im Punct H zertheilet wird d. 3. 3
Weilen nun das ▭ DAE sambt dem □ auff HE ⊓ d. 6. 2.
ist/ dem □ auff HA.
Wenn man beyderseits das gemeine □ auff HG hinzu setzet;
So wird das ▭ DAE sambt denen □ auff HE/ und HG
⊓ seyn/ denen zwey □ auff HA/ und HG
Denen □ auff HE/ und HG ist unterdessen ⊓/ das □ auff GE/ d. 47. 1.
und denen □ auff HA/ und HG ist ⊓/ das □ auff GA/ d. d. 5. 1.
Dahero wird das ▭ DAE sambt dem □ auff EG ⊓
seyn/ dem □ auff GA.
Unterdessen ist das ▭ CAF sambt dem □ auff GE/
oder (dergleichen GE) auch ⊓/ dem □ auff GA. d. 6 2.
Deßwegen wird das ▭ DAE/ sambt dem □ auff GE
□ seyn/ dem ▭ auff CAF/ sambt dem □ auff GE. d. 1. 2. 2.
Ziehe darvon beyderseits das gemeine □ auff GE/
So wird überbleiben das ▭ DAE ⊓/ dem ▭ GAF.
Das ▭ CAF ist aber ⊓/ dem □ auff BA/ d. d. Vor.
Folget/ das auch das ▭ DAE ⊓ seye/ dem □ auff BA.
Welches zu beweisen ware.



Folge. I.

Wenn in einem Punct ausserhalb deß Zirckels etliche durchschneidende gezogen werden: so werden alle diese Winckelrechte Figuren/ welche auff jedweder gantzen durchschneidenden und seinen ausseren Theil von dem Umbkreiß/ biß an dem Punct gemacht werden/ einander gleich seyn.

II.

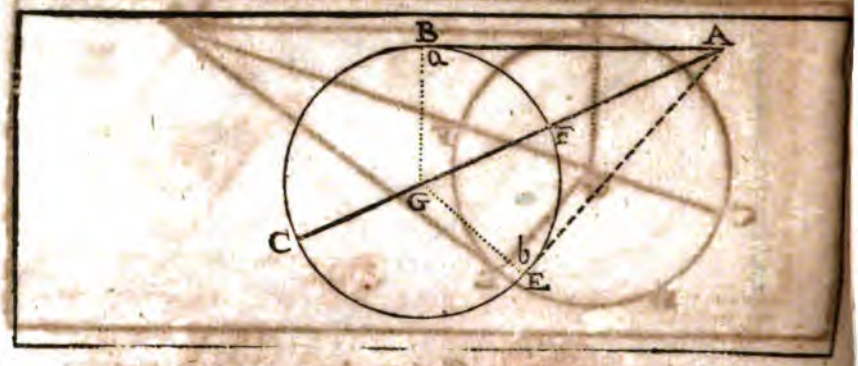
Wenn zwey anrührende Linien BA/ EA: in einem Punct A gezogen werden: so werden solche Linien einander ∩ seyn/ das ist BA/ wird gleich seyn der EA.

III.

Auß einem Puncten ausserhalb deß Zirckels/ können nicht mehr/ dann zwo gerade Linien AB/ AE gezogen werden/ welche den Zirckel berühren.

IV.

Wenn zwey gleiche Linien auß einem Punct ausserhalb deß Zirckels in dem gebogenen Umbkreiß gezogen werden/ deren eine den Zirckel berühret/ so wird auch die andere denselben berühren.



Die XXXVII. Vorgab. Betrachtung.

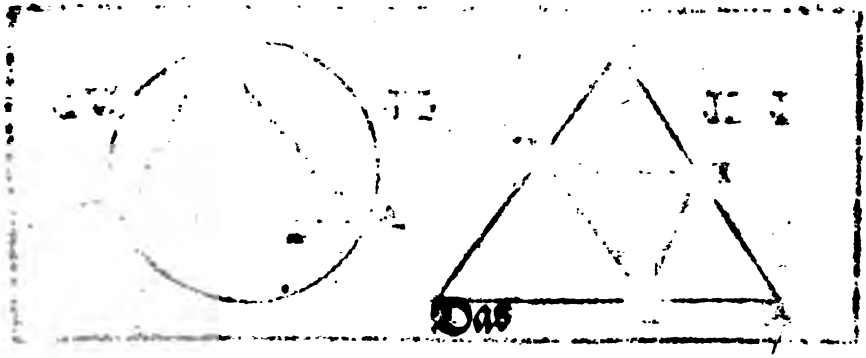
Wenn ausserhalb eines Zirckels ein Punct (als wie A) genommen wird/ und von solchem zwo gerade Linien gezogen werden/ deren die eine (BA) in aussern Umbkreiß fahret/ die andere (AC) aber den Zirckel durchschneidet: und ferners das Quadrat auff dieser einfallenden (BA) gleich ist/ der Winckelrechten Figur/ welche auff der gantzen durchschneidenden (CA) und seinem außwendigen Theil (FA) gemacht wird: so wird die einfallende Lini (AB) den Zirckel *berühren*.

Zubereitung.

Auß A ziehe die anrührende Lini AE. d. 17. 3.
Hange G/ E; und G/ B zusammen.

Beweiß.

Das □ auff AE ist ⊓/ dem ▭ CAF. d. 36. 3.
dem ▭ CAF aber ist ⊓/ das □ auff BA. d. d. Vorg.
Dahero wird das □ auff AE ⊓ seyn/ dem □ auff BA/ d. 1. ax. 1.
und folgends die Seiten AE ⊓ seyn/ der Seiten BA. d. 4. an. 46. 1.
Die Seiten GB ist auch ⊓/ der Seiten GE/ d. 15. def. 1.
und die Basis GA ist beyden △ gemein.
Darumb wird der △ GBA ⊓ seyn/ dem △ GEA. d. 8. 1.
Ferner ist der ∠ b ein rechter Winckel } d. 18. 3.
Folget/ daß auch der ∠ a ein rechter Winckel seye/ } und Zuh.
Deßwegen wird die Lini AB den Zirckel anrühren. d. Cor. 16. 3.
Welches zu beweisen ware.

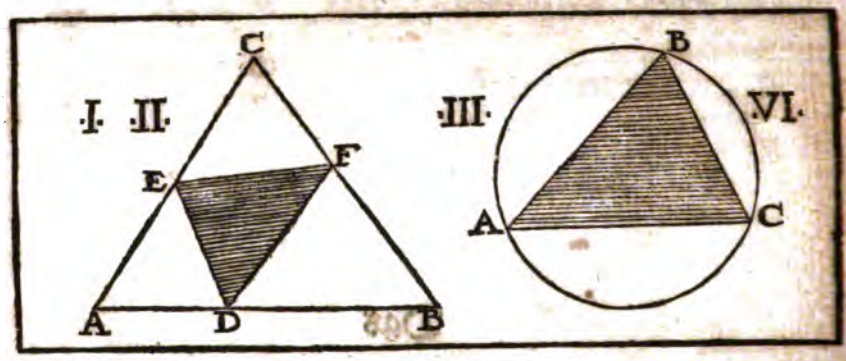


Das

Vierte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

I.

Man ſagt / daß eine geradtliniſche Figur in einer andern geradtliniſchen Figur ſeye recht eingeſchrieben / wenn jede Winckel der innern / jede Seiten der äuſſern Figur berühret.

Alſo iſt in dem △ ACB der △ EFD recht eingeſchrieben;
Dann die drey ∠ D / E / F / die drey Seiten AB / AC / CB
Deß △ ACB berühren. Fig. I.

II.

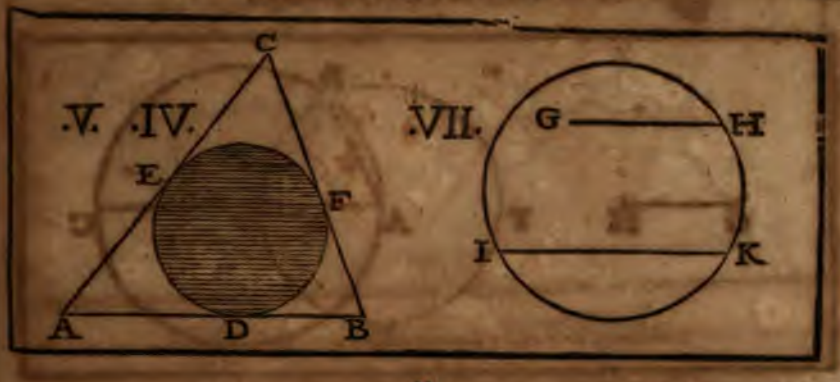
Gleicherweiſe ſagt man / daß eine geradtliniſche Figur umb eine andere geradtliniſche Figur ſeye recht beſchrieben / wenn jede Seiten der äuſſern jede Winckel der innern Figur berühret: als wie der Triangel ABC iſt recht umbſchrieben umb den Triangel DEF. Fig. II.

III.

Eine geradtliniſche Figur aber wird recht in einem Zirckel eingeſchrieben / wenn alle Winckeln ſolcher Figur den inwendigen Umbkreiß deß Zirckels anrühren. Fig. III.

IV.

Herentgegen iſt eine geradtliniſche Figur recht umb einen Zirckel beſchrieben / wenn alle Seiten ſolcher Figur deß Zirckels äuſſerlichen Umbkreiß anrühren. Fig. IV.



V.

Man saget auch/ daß ein Zirckel in ein geradtlinische Figur recht eingeschrieben seye/ wenn er mit seinem Umbkreiß alle Seiten solcher Figur anrühret / als wie DEF. Fig. V.

VI.

Ein Zirckel aber ist umb eine geradtlinische Figur recht beschrieben / wenn er mit dem innern Umbkreiß alle Winckeln solcher Figur anrühret. Fig. VI.

VII.

Eine gerade Lini im Zirckel gestölter / ist genant/ wenn derselben beyde Ende den innern Umbkreiß deß Zirckels anrühren;
Also ist die Lini IK/ in dem Zirckel gestölt/ nicht aber die Lini GH.

Die 1. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABC) eine gerade Lini (AB) zu stehlen/ welche gleich seye / einer andern vorgegebenen geraden Lini (GH); diese aber muß nicht gröſſer seyn/ als deß vorgegebenen Zirckels Diameter (AC).

Handgriff.

Ziehe in dem Zirckel den Diameter ADC;
Und wenn die gegebene Lini GH ⊓ wäre / dem Diameter/ so würde diese Vorgab schon verfertiget seyn/
Seye aber GH kleiner / als der Diameter ADC.
Mache dahero das Stück AD ⊓/ der Lini GH; d. 3. 1.
Auß A mit der Weite AD schreibe den Zirckel DEF/ welcher den ersten in dem Punct B durchschneide.
Ziehe AB zusammen;
So wird die Lini AB ⊓/ der Lini GH in dem Zirckel ABC gestellt seyn.

Beweiß.

Die Lini AB ist ⊓/ der Lini AD. d. 15. def. 1.
AD ist aber ⊓ gemacht worden/ der Lini GH. d. 1. Hauß
Darum wird die Lini AB auch ⊓ seyn / der Lini GH.
Unterdessen berühren beyde Ende A/ und B den innern Umbkreiß deß Zirckels ABC sichtbarlich.
Dahero ist die AB/ oder GH in dem Zirckel ADC gestellt worden. d. 17. def. 3.
Welches zu machen ware.

Die II. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABC) einen Triangel (ABC) einzuschreiben/ dessen drey Winckeln insonderheit gleich seynd/ dreyen andern Winckeln/ eines andern vorgegebenen Triangels (DEF).

Handgriff.

Ziehe nach Gefallen die anrührende GH/ welche den Zirckel ACB im Punct B berühre. p. 16. 3.
Mache den ∠ a ⊓/ dem ∠ f/ und ziehe BA in dem Umbkreiß p. 23. 1.
Mache auch den ∠ c ⊓/ dem ∠ g/ und ziehe BC in dem Umbkreiß.
Hange letztlich A/ C zusammen/ so ist es verfertiget.

Beweiß.

Der ∠ e ist ⊓/ dem ∠ a. p. 32. 3.
Der ∠ a aber ist ⊓ gemacht worden/ dem ∠ f. p. d. Hand.
Dahero wird der ∠ e auch ⊓ seyn/ dem ∠ f.
Auff solche Weise ist auch der ∠ d ⊓ dem ∠ g.
Und folgends wird der dritte ∠ b ⊓ seyn/ dem ∠ h. p. 1. Cor. 32. 1.
also seynd in dem △ ABC die drey Winckel insonderheit ⊓/ denen drey Winckeln insonderheit deß △ DEF:
Der △ ABC ist auch in dem Zirckel eingeschrieben. p. 3. def. 4.
(dann alle drey Winckeln den Zirckel inwendig sichtbarlich berühren).

Welches zu machen ware.

Die 111. Vorgab. Hanogriff.

Umb einen vorgegebenen Zirckel (ABC) einen Triangel (DEF) zu schreiben/ dessen drey Winckel insonderheit gleich seynd/ andern dreyen Winckeln insonderheit/ eines andern vorgegebenen Triangels (GHI).

Handgriff.

Verlängere die Seiten GI zu beyden Seiten in L/ und K nach Gebühr/

Hernach ziehe aus dem Mittel-Punct M deß Zirckels ABC. die gerade Lini MB nach Gefähr.

Mache den ∠ a ⊓/ dem ∠ e/ und den ∠ b ⊓ dem ∠ h. d. 23. 1.

Ziehe ferners am Ende deren drey Linien MB/ MA/ MC die anrührende Linien DE/ DF/ FE/ welche sich letztlich werden zusammen stossen/ und den △ DEF gestalten.

Dessen drey Winckeln insonderheit ⊓ seynd/ denen drey Winckeln insonderheit deß △ GHI.

Zubereitung. Ziehe B und A zusammen.

Beweiß. Jetzund stehet zu beweisen/ daß die drey Linien sich endlich zusammen stossen/ und einen △ gestalten müssen.

Dann die überzwergs gezogene Lini AB die zwey ∠ f und d ⊓ macht/ als zwey rechte ∠.

(massen der ∠ f → ✻/ und d → ✻ 2 rechte seynd gemacht worden) d. d. Hand.

Dahero werden die zwey anrührende Seiten ED und DF gegen D nothwendig zusammen kommen. d. 11. ax.

Eben dieses ist von denen zwey andern Seiten zu sagen.

Also werden sie endlich den △ DEF gestalten müssen/ d. d. Hand.

Welcher umb den Zirckel ABC recht umbschrieben ist. und 4. def. 4.

Weiters/ indeme in der vierseitigen Figur BMAD die zween ∠ f → ✻/ und d → ✻ zween rechte Winckeln seynd. d. 28. 1.

So werden auch die übrige zween ∠ a und c ⊓ seyn zween rechten ∠. d. 1. anm. 32. 1.

Unterdessen seynd auch die zween ∠ g und o ⊓ zween rechten Winckeln. d. 1. 1.

Dahero werden die 2 ∠ a und c sämentlich ⊓ seyn/ denen 2 ∠ g und o sämentlich.

Wenn man aber beyderseits die gleiche ∠ a und c darvon ziehet/

So wird überbleiben der ∠ c ⊓/ dem ∠ g.

Auff diese Beweiß-Art wird auch der ∠ m ⊓ seyn/ dem ∠ i.

Und letztlich der ∠ o ⊓/ dem ∠ k. Welches zu machen ware. d. 1. Cor. 32. 1.

Die IV. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Triangel (ABC) einen Zirckel (DEF) zu schreiben.

Handgriff.

Zertheile geradt entzwey die zween ∠ c → a/ und F → c. d. 9. 1.
mit denen geraden Linien AG/ und BG/ welche sich nothwendig in einen Punct/ gleich wie in G/ werden zusammen stossen/
Auß dem Punct G ziehe die drey Linien GE/ GD/ GF/ d. 11. ax. 1.
welche auff denen dreyen Seiten AC/ AB/ BC ⊥ stehen/ d. 12. 1.
Alsdann schreibe auß dem Punct G mit der Weite GD/
den Zirckel DEF/ welcher auch durch die zween Puncten D/
und F gehen/ und die drey Seiten deß △ ABC anrühren
werde. Und dahero ist der Zirckel DEF eingeschrieben. d. 5. def. 4.

Beweiß.

In dem △ GDA seynd die zwey ∠ b/ und a ⊓/ denen d. 8 Hand.
zwey ∠ d/ und c in dem △ GEA: und die Seiten AG
ist beyden △ gemein
Darumb wird auch die Seiten GD ⊓ seyn/ der Seiten GE: d. 26. 1.
Eben auff solche Art wird bewiesen/ daß FG ⊓ seye / GE/
und deßwegen seynd alle drey Linien EG/ DG/ und FG einander gleich. d. 1. ax. 1.
Unterdessen hat man mit der Weite GD einen
Zirckel geschrieben/ welcher die Seiten AB berühret hat.
Folget/ daß auch nothwendig durch die andere zwey
äusserste Puncten E/ und F der Zirckel gehen/
und dahero die andere zwey Seiten anrühren muß.

Welches zu machen ware.

Die V. Vorgab. Handgriff.

Umb einen jeden vorgegebenen Triangel (ABC) einen Zirckel zu schreiben.

Handgriff.

Zertheile nach Gefallen zwey Seiten / als wie AB / BC in mitten entzwey in denen Puncten D / E: — p. 10. 1.

Auß denen Puncten D / und E ziehe die zwo gerade Linien / DF / und EF / welche auff denen Seiten AB / BC ⊥ stehen; Diese zwo ⊥ hernach / werden nothwendig in einen Punct gleich wie F zusammen kommen müssen / welches im Anfang der dritten Vorgab dieses Buchs schon genugsam ist bewiesen worden. — p. 11. ax. 1.

Letztlich auß dem Punct F mit der Weite FA schreibe einen Zirckel ABC / welcher mit seinem Umbkreiß auch die andere zween Winckeln anrühren werde. Und dahero ist umb den △ ein Zirckel beschrieben worden. — d. 6. def. 4.

Ziehe vorhero F / B zusammen.

Beweiß.

In dem △ BFD ist die Seiten BD ∏ / der Seiten DA im △ AFD. — d. d. Hand.
Und die Seiten DF ist beyden △ gemein.
Und der ∠ b ∏ / dem ∠ a. — d. d. Hand.

Folget / daß auch die Seiten BF ∏ seye / der Seiten AF: — d. 4. 1.
Nach der gleichen Beweiß-Art / wird auch FC ∏ seyn der FB:

Dahero seynd alle drey Linien FA / FB / FC einander gleich / — d. 1. ax. 1.
Und deßwegen gehet der Zirckel / welcher auß dem Punct F mit der Weite AF beschrieben wird / auch durch die andere zween Puncten BC / und also berühret er alle drey ∠ deß △ ABC:

Welches zu machen ware.

Die VI. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABCD) ein Quadrat einzuschreiben.

Handgriff.

Ziehe die zwey Diameter AC/ BD/ welche sich in Mittel-Punct E/ L. durchschneiden. d. 11. 3
Hange alsdann AB/ CD zusammen/
So ist das □ ABCD in dem vorgegebenen Zirckel verfertiget.

Beweiß.

Dieweilen die vier ∠ umb E rechte seynd/ d. 8. Hand.
und die Linien EA/ EB/ EC/ ED einander gleich: d. 15. def. 1.
Folget/ daß auch die Linien AB/ BC/ CD/ AD einander werden gleich seyn/ d. 4. 1.
Dahero ist die Figur gleichseitig.
Nun stehen die vier ∠ a/ d/ b/ c
in einem halben Umbkreiß.
Deßwegen werden sie vier rechte ∠ d. 31. 3.
und die Figur ABCD ein wahrhafftes □ seyn/ d. 29. def. 1.
so in dem Zirckel ist eingeschrieben worden.
Welches zu machen ware.

Die VII. Vorgab. Handgriff.

Umb einen vorgegebenen Zirckel (ABCD) ein Quadrat zu schreiben.

Handgriff.

Ziehe die zwey Diameter AC/ BD/ welche sich in dem Mittel-Punct I/ z. durchschneiden; d. 11. 1.

Ziehe hernach / durch die vier äusserste Puncte A/ B/ C/ D die vier anrührende Linien EF/ FG/ GH/ HE/ welche sich nothwendig (wie es in der dritten Vorgab dieses Buchs schon bewiesen worden) in denen vier Puncten E/ F/ G/ H werden zusammen stossen / und das □ machen. d. 17. 3. d. 11. 12. 3.

Beweiß.

Wegen deren zwey rechten ∠ b/ und c/ wird EH = seyn der AC. d. 28. 1.

Auch wegen deren rechten ∠ c/ und g wird FG = seyn der AC, d. 28. 1.

Und also EH =/ der FG. d. 30. 1.

Auff solche Weise / weilen auch so wohl EF/ als HG = ist der DB/ so wird eben EF = seyn / der HG.

Dahero ist EFGH ein □/ und zwar ein gleichseitiges. d. 35. def. 1.

Dann alle vier Seiten EF/ FG/ GH/ und HE seynd □/ dem Diameter. } d. d. Vorg. und 34. /

Letzlich / weilen in der vierseitigen Figur AIDE die drey ∠ d/ c/ und b drey rechte seynd gemacht worden.

So wird der vierdte ∠ a auch ein rechter seyn. d. 1. ax. 32. 1.

und folgends die übrige drey ∠ f/ h/ i in □ EFGH drey rechte seyn. d. 2. ax. 46. 1.

Dahero man schliesset/ daß EH GH ein □ seye/ und daß die vier Seiten (so umb den Zirckel ABCD beschrieben worden) denselben berühren.

Welches zu machen ware.

Die VIII. Vorgab. Handgriff.

In ein vorgegebenes Quadrat (ABCD) einen Zirckel zu schreiben.

Handgriff.

Zertheile die vier Seiten AB/ BC/ CD/ DA in zwey gleiche Theile in denen Puncten E/ F/ G/ H. d. 10. 1.

Hauge EG/ und FH zusammen / welche sich durchschneiden werden in dem Punct I.

Auß I/ als dem Mittel-Punct/ schreibe mit der Weite IE einen Zirckel/ welcher auch die andere drey Puncten F/G/H anrühren werde: und dahero der Zirckel in das □ eingeschrieben ist. d. 5. def. 4.

Beweiß.

Die Leni BC ist ⊓ und ═/ der Lini EG. d. 31. 1.

Dahero auch die Helffte BF ⊓/ und ═ ist/ der Helffte EI.

Es ist auch die Lini AB ⊓/ und ═/ der Lini HF. d. 33. 1.

Dahero auch die Helffte BE ⊓/ und ═ ist/ der Helffte FI.

Derwegen ist BFIE ein ▭. d. 35. def. 1.

Unterdessen ist EB ⊓/ der BF/ d. d. Hand.

So folget/ daß auch die überstehende Seiten FI ⊓ seye der EI. d. 34. 1.

Auff solche Weise wird auch GI ⊓ seyn/ der FI: und letzlich HI ⊓/ der IG.

Und dahero alle vier Linien EI/ IF/ IG/ IH einander gleich: d. 1. ax. 1.

Woraus man schliesset/ daß der Puncten I der Mittel-Punct seye/ d. 9. 3.
und wenn man auß demselben Punct mit der Weite IE einen Zirckel schreibet/ solcher auch die andere drey Seiten des □ ABCD in denen Puncten F/G und H berühren werde. p. 1. Cor. 16. 3.

Welches zu machen ware.

Die IX. Vorgab. Handgriff.

Umb ein vorgegebenes Quadrat (ABCD) einen Zirckel zu schreiben.

Handgriff

Ziehe die zwey Diameter AC/ BD/ welche sich in dem Punct E durchschneiden werden.

Auff E/ als den Mittel-Punct schreibe mit der Weite EA einen Zirckel/ dieser wird auch die drey übrige Puncten B/ C/ D anrühren. Und dahero wird der Zirckel umb den □ geschrieben worden seyn.

Beweiß.

Dieweilen der ∠ a/ und b zwey halb rechte Winckel seynd/ so wird die Lini EB ∏ seyn/ der Lini EC. p. 34. 1. d. 6. 1.

Und auff solche Weise wird auch ED ∏ seyn der EC/ und EA ∏ der EB/ das ist/ alle vier Linien EB/ EC/ ED/ EA werden einander gleich seyn. d. 1. def. 15.

Derohalben wird der Zirckel/ so mit der Weite EA auß dem Punct E geschrieben worden ist/ auch die übrige drey Puncten B/ C/ D anrühren.

Welches zu machen ware.

Anmerckung.

Wann umb den gegebenen Zirckel ein □ geschrieben/ und in denselben Zirckel ein □ eingeschrieben wird: so wird das umbschriebene □ doppelt des eingeschriebenen □ seyn. Die ursach ist/ weilen die Seite deß umbschriebenn □ ∏ ist dem Diameter deß Zirckels/ oder deß eingeschriebenen □ (wie es in der 7. dieses bewiesen ist)/ das □ aber auff den Diameter ist doppelt deß jenen □/ dessen er Diameter ist. d. 47. 1.

Die X. Vorgab. Handgriff.

Einen zwey gleichseitigen Triangel (ABC) zu machen/ dessen jeder Winckel insonderheit (a/ oder c + d) beyder Basis (AC)/ zweymahlen so groß seye/ als der übrige dritte Winckel (e) bey dem Schpitz (B).

Handgriff.

Schreibe nach Gefähr die gerade Lini AB.
Zertheile sie in dem Punct D also; daß das ▭ auff BA/ und DA ⊓ seye/ dem □ auff BD. d. 11. 2.
Hernach auß B/ als auß dem Mittel-Punct/ schreibe mit der Weite BA einen Zirckel ACE.
Stelle darein die Lini AC ⊓/ dem Stück DB. d. 1. 4.
Hange B/C zusammen: so ist ein solcher △ ABC verfertiget.
Dann der Winckel a/ oder c + d bey der Basis AC ist ein jeder insonderheit zweymahl so groß/ als der dritte ∠ e bey der Spitze B.

Zubereitung.

Ziehe zusammen D/C/ und schreibe umb den △ BDC den Zirckel CDBF. d. 5. 4.

Beweiß.

Weilen das ▭ BAD ⊓ ist/ dem □ auff DB/ oder AC/ (dan AC ist ⊓ gemacht worden der DB). d. d. Hand.
Und die Lini AB den Zirckel CDBF durchschneidet.
So wird nothwendig die Lini AC solchen Zirckel in Punct C anrühren müssen. d. 37. 3.
Und deßwegen ist der ∠ c ⊓/ dem ∠ c. d. 32. 3.
Setze unterdessen beyderseits hinzu den gemeinen ∠ d/ so wird der ∠ c + d ⊓ seyn/ dem ∠ e = d.

Nun iſt aber / der äuſſere ∠ b ∏ / beyden innern ∠ c und d. p. 32. 1.

Alſo wird auch der ∠ b ∏ ſeyn / dem ∠ c + d.

Unterdeſſen iſt die Lini AB ∏ / der Lini BC p. 15. def. 5.

und folgends der ∠ a ∏ / dem ∠ c + d / (oder dem gleichen ∠ b). p. 5. 1. p. 5. Vor.

Dahero wird auch die Lini DC ∏ ſeyn / der Lini AC. p. 6. 1.

Die Lini AC aber iſt ∏ gemacht worden / der Lini DB. p. 5. Hand.

Darumb wird auch die Linj DB ∏ ſeyn / der Lini DC.

und folgends der ∠ c ∏ dem ∠ d. p. 5. 1.

Auß dem Vorgehenden aber iſt ſchon bewieſen worden / daß der ∠ b ∏ ſeye / denen beyden ∠ c und d.

Dahero ſchlieſſet man / daß der ∠ b zweymahlen ſo groß ſeye / als der ∠ c / bey der Spitze B.

Der ∠ b aber / iſt auch ∏ bewieſen worden / dem ∠ a (oder dergleichen ∠ c + d) p. 5. Vor.

Folget dann letztlich / daß auch der ∠ a / oder c + d / nemlich ein jeder inſonderheit / zweymahln ſo groß ſeye / als der ∠ α bey der Spitze B.

Welches zu machen ware.

Folge.

Wenn ein △ auff ſolche Art geſtaltet iſt / daß die zwey Winckeln bey der Baſis / ein jeder inſonderheit zweymahln ſo groß iſt / als der Winckel bey der Spitze: ſo wird ein ſolcher Winckel bey der Spitze ⅖ von 2 rechten (oder ⅘) ſeyn / das iſt / wann ein jeder Winckel bey der Baſis 72 Grad haltet / ſo wird der Winckel bey dem Spitze 36 Grad haben.

Die XI. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABCDE) eine fünff-gleichseitige / und fünff-gleicheckichte Figur zu schreiben.

Handgriff.

Mache nach Gefallen einen zwey-gleichseitigen △ FGH: dessen zwey ∠ bey der Basis / jeder insonderheit entweder so groß seye / als der ∠ bey dem Spitze. d. 10. 4.

Einschreibe einen solchen △ in den Zirckel ABCDE: d. 2. 4.
gleich wie allhier der △ ACE ist.

Zertheile die ∠ a → b / und d → e / gerad entzwey / mit denen gezogenen geraden Linien AD / EB an dem Umbkreiß hinein. d. 9. 1.

Hange letzlich die Puncten A / B / C / D / E zusammen / so ist es gemacht.

Beweiß.

Weilen die 5 ∠ a / b / c / d / e einander seynd ☐ gemacht worden. d. d. Hand.

So werden sie auff gleichen Umbkreiß-Stücken ED / CD / EA / AB BC stehen. d. 26. 3.

Dahero werden die Linien ED / CD / EA / BC auch einander ☐ / und die Figur fünff-gleichseitig seyn. d. 29. 3.

Ferners indeme das Umbkreiß-Stuck BC ☐ ist / dem Umbkreißstück DE. (wenn man beyderseits hinzu setzet das gemeine Stück BAE) d. d. Vor.

So wird das Umbkreiß-Stück CBAE ☐ seyn / dem Stück DEAB. und folgends der ∠ bey D wird ☐ seyn / dem ∠ bey C. d. 27. 3.

Auff solche Weiß werden auch die drey übrige ∠ einander ☐ bewiesen: dahero ist die Figur auch gleich fünff-eckicht. Welches zu machen war.

Die XII. Vorgab. Handgriff.

Umb einen vorgegebenen Zirckel (FGHIK) eine gleich-fünffseitige/ und gleich-fünffeckigte Figur zu schreiben.

Handgriff.

Schreibe in dem Zirckel die gleich-fünffseitige/ und gleich-fünffeckichte Figur FGHIK ein. p. 11. 4.

Ziehe auß dem gefundenen Mittel-Punct L in die fünff Ecke die geraden Linien LF/ LG/ LH/ LI/ LK; welche den Umbkreiß deß Zirckels berühren.

Auff sothaner Linien Ende F/G/H/I/K/ oder Berührung deß Zirckels/ ziehe die anrührende Linien AB/ BC/ CD/ DE/ EA/ welche sich in denen fünff Ecken A/ B/ C/ D/ E werden zusammen stossen / und die verlangte Figur machen/ (wie es in dem vorgehenden schon bewiesen worden ist). p. 17. 3.

Entzwischen ziehe die Puncten LD/ LE/ LA/ LB/ LC zusammen.

Beweiß.

Dieweilen auß dem Punct A die zwey Linien AF/ AK/ (so den Zirckel in denen Puncten F/ und K berühren) gezogen seynd. p. d. Hand.

So wird die Lini AF ∏ seyn/ der Lini AK. p. Cor. 2. 36. 3.

Nunmehro seynd in dem △ FAL die Seiten AF/ und FL ∏/ denen zwo Seiten AK/ und KL in dem △ KAL. } p. d. Vor. und 15. def. 1.

Die Seiten LA ist auch beyden △ gemein.

Dahero wird der △ FAL △ seyn/ dem △ KAL. p. 8. 1.

Und folgends der ∠ 1∏/ dem ∠ m.

Eben auff diese Art/ wird der ∠ h ∏ seyn/ dem ∠ i.
Daraus schliesset man aber/ daß der ∠ l/ oder m gerad
die Helffte von dem gantzen ∠ l → m seyn müsse.
auch der ∠ h/ oder i gerad die Helffte von dem ∠ h → i.
Unterdessen ist wegen gleicher Seiten und Bögen FK/ und FG deß
eingeschriebenen Fünff-Ecks/ der ∠ l → m ∏ / dem ∠ h → i. d. 27. 3.
So folget/ daß auch die Helffte/ nemlich der ∠ i / oder h ∏ seye/ d. 6. ax. 1.
dem halben ∠ l / oder m.
Ferner ist in dem △ FBL der ∠ BFL ∏/ dem ∠ AFL im △ FAL/ d. d. Hand.
und der ∠ i ∏ / dem ∠ l: und die Seiten FL beyden △ gemein. d. d Vor.
Deßwegen wird der △ FBL ∏ seyn / dem △ FAL/ d. 26. 1.
und folgends die Lini BF ∏/ der Lini AF.
Auff solche Weise ist auch KF ∏/ der Lini AK.
Das ist / AF wird gerad die Helffte von AB: und AK von
AE seyn.
Es ist aber bewiesen worden / daß AF ∏ seye / AK. d. d. Vor.
Deßwegen die gantze Seiten AB ∏ seyn werde/ der gantzen
Seiten AE. d. 2. ax. 1.
U. s. f. werden alle Seiten dieser Figur einander gleich seyn.
Sie ist auch gleichwincklicht: dann in denen zwey vierseitigen Figuren
LGBF/ und LFAK (deren Wincklen sammentlich in einer jeden d. am. 32. 1.
vier rechten gleich seynd) seynd die zwey ∠ bey G / und F. d. d. Hand.
Und abermahlen die zwey ∠ bey F/ und K zwey rechte?
So ist auch der ∠ h → i ∏/ dem andern ∠ l → m. d. d. Vor.
Wenn man nun beyderseits die gleichen ∠ von denen vier rechten
abziehet/ so wird überbleiben der ∠ a → b ∏/ dem ∠ c → f.
u. s. f.
Dahero ist die umbschriebene Figur auch gleich fünff-eckicht.
Welches zu machen ware.

Die XIII. Vorgab. Handgriff.

In eine gleich-fünffseitige / und gleich-fünffeckichte Figur (ABCDE) einen Zirckel (FGHIK) einzuschreiben.

Handgriff.

Zertheile geradt entzwey die zween nechst an einander gelegene ∠ d → e / und g → h mit denen geraden Linien BL / und CL / welche nothwendig in einem Punct / als nemlich in L werden zusammen kommen müssen / (dann weder der ∠ c / noch der ∠ g rechte ∠ seynd). — d. 9. 1. — d. 11. 22. 1. — d. d. Vorge

Auß L ziehe die Bleyrechte Linien LF / LG / LH / LI / LK auff die Seiten AE / AB / BC / CD / DE. — d. 12. 1.

Schreibe letztlich auß dem Punct L mit der Weite LG / oder LH / u:s:f: einen Zirckel / welcher auch die übrige vier Seiten berühren werde.

Beweiß.

In dem △ CHL ist der ∠ a ⊓ / dem ∠ f in dem △ BHL, und der ∠ g ⊓ / dem ∠ c. — d. d. Hand. — d. d. Hand.

Auch die Seiten LH ist beyden △ gemein.

Dahero ist der △ CHL ⊓ / dem △ BHL. — d. 26. 1.

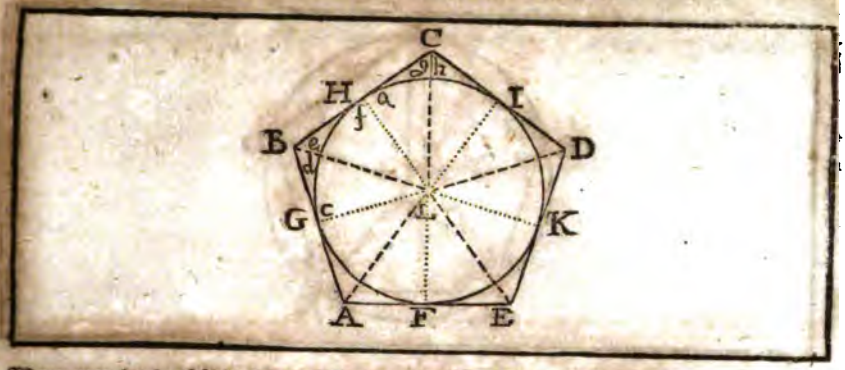
Und folgends die Lini CH ⊓ / der Lini HB.

Also wird auch die Lini BG ⊓ seyn / der Lini GA.

Die gantze Seiten CB / und BA seynd aber einander gleich. — d. d. Vorg.

Dahero werden ihre Helffte / als wie HB / und BG auch einander gleich seyn. — d. 6. 22. 1.

Unterdessen ist wegen der rechten ∠ f / und c das □ auff BL ⊓ / denen zwey □ / so wohl auff LH / und HB: als denen zwey □ auff LG / und BG. — d. 47. 1.



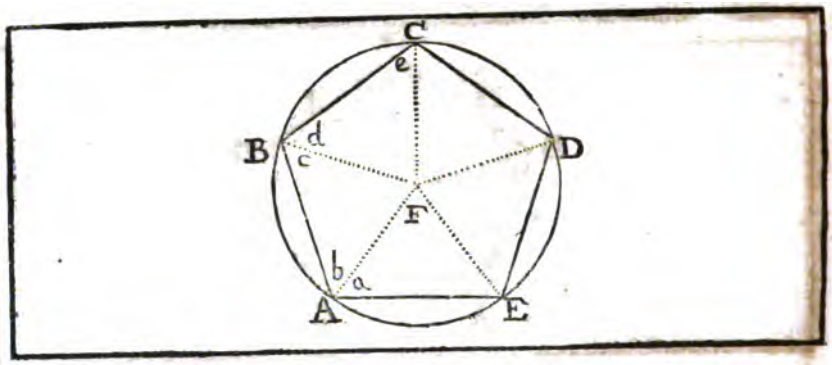
Wenn nun beyderseits die □ auff denen gleichen Linien HB/ und BG abgezogen werden.
So wird überbleiben der □ auff LH □/ dem □ auff LG.
und wird auch die Lini LH □ seyn/ der Lini LG. d. 4. an. 46. 1.
Auff solche Manier werden die übrige Linien LI/ LK/ LF einander □ seyn.
Darauß schliesset man/ daß der Zirckel/ so auß dem Punct E mit der Weite LG beschrieben worden ist/ auch die übrige vier Seiten berühren werde. Und dahero in die Figur eingeschrieben seye.
Welches zu machen ware.

Folge.

Wenn in einer gleichseitigen / und gleichwincklichten Figur/ die zween nechstgelegene ∠ mit zwey geraden Linien/ (welche sich einander durchschneiden) gleich entzwey zertheilt werden: Auß dem Durchschnitts-Punct hernach man auch in die übrige ∠ der Figur gerade Linien ziehet: so werden alsdann übrige ∠ der Figur hierdurch auch gleich entzwey geschnitten werden.

Anmerckung.

Auff diese Art kan man in eine jede gleichseitige / und gleich-eckichte Figur einen Zirckel einschreiben.



Die XIV. Vorgab. Handgriff.

Umb eine fünff-gleichseitige / und gleich-fünff-Eckichte Figur (ABCDE) einen Zirckel zu schreiben.

Handgriff.

Zertheile geradt entzwey die zween ∠ a + b / und c + d. d. 9. 1.
mit denen zwo geraden Linien AF / BF / welche nothwendig in einen Puncten / als wie hier in F zusammen kommen werden. Welches in dem vorhergehenden schon bewiesen worden ist. d. 11. ax. 1.

Auß F ziehe in die übrige ∠ E / D / C gerade Linien.
Alsdann auß F mit der Weite FA schreibe einen Zirckel / welcher umb die übrige vier Ecke der Figur gehen werde.

Beweiß.

Die gantze ∠ A / B / C / D / E seynd einander ∏ / d. d. Vorg.
Dahero auch ihre Helffte a / b / c / d / e. u. s. f. d. Cor. 1. 4.
Nun seynd in dem △ CFB die ∠ d / und e ∏ /
denen ∠ c / und b im △ BFA.
und die Seiten BC ist ∏ / der Seiten BA. d. d. Hand.
Folget / daß auch CF ∏ seye / der AF. d. d. Vorg.
Auff solche Weise werden alle Linien CF / BF / AF / EF / DF d. 2. c. 1.
einander ∏ seyn /.
Darumb wird der Zirckel / welcher auß F / mit der Weite FA / ist beschrieben worden / auch durch die eusserste Ende / als durch B / C / D / E gehen / und die Ecke der Figur anrühren.
Welches zu machen ware.

Die XV. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel eine gleich-sechseckichte/ und gleich sechs-seitige Figur (ABCDEF) einzuschreiben.

Handgriff.

Ziehe den Diameter AD. Nehme die Helffte AG/ und schreibe aus A einen Zirckel/ welcher den vorgegebenen in denen zwey Puncten B/ und F durchschneiden/ und zwey drey-gleich-seitige △ AFG/ und AEG gefallen werde. d 1. 1.

Auß B/ und F ziehe durch den Mittel-Punct G die geraden Linien BGE/ FGC/ die in den Umbkreiß/ und hange hernach die Puncten A/B/C/D/E/F zusammen/ so ist es gemacht.

Beweiß.

Die zwey △ BGA/ AGE seynd gleichseitig/ und gleichwincklicht — d. d Hand. und 5. 1.

Dahero gelten ein jeder ∠ darvon/ als wie a/ und f ⅔ zweyer rechten. — d. 3. Cor. 32. 1.

Und folgends werden die zwey ∠ a und f ⊓/ ⅔ von zweyen rechten seyn.

Unterdessen wegen der geraden Lini BGE/ seynd die drey ∠ a → f → e ⊓/ zween rechten: — d. 13. 1.

Dahero ist auch der ∠ e ⊓/ ⅓ zweyer rechten.

Nun seynd die ∠ a → f → e ⊓/ denen überstehenden ∠ d → c → b. — d. 15. 1.

Deßwegen werden alle diese sechs ∠ einander ⊓ seyn.

Und folgends werden die sechs Umbkreiß-Stücke/ worauff sie stehen/ — d. 26. 3.

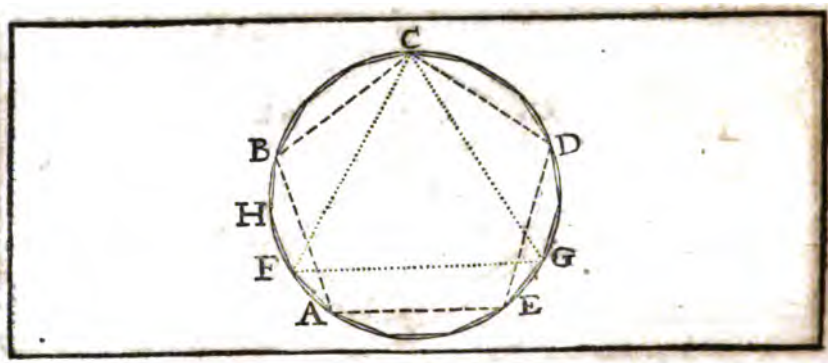
und hernach die sechs Seiten einander ⊓ seyn. — d. 29. 3.

Letztlich seynd die sechs ∠ ABCDEF wegen der gleichen ∠ bey dem Mittel-Punct G auch einander ⊓; — d. d. Vor.

(Dann ein jeder ⅔ gelten) dahero ist die Figur auch gleich-eckicht.

Welches zu machen ware.

Folge. Die Seiten eines gleich-seitigen und gleich-eckichten Sechs-Eck ist ⊓/ dem halben Diameter deß selben Zirckels/ in welchen diß Sechs-Eck eingeschrieben ist.



Die XVI. Vorgab.

In einen vorgegebenen Zirckel eine gleich- fünffzehen- ſeitige/ und gleich- fünffzehn-eckichte Figur einzuſchreiben.

Handgriff.

Schreibe den gleichſeitigen △ FCG in den Zirckel ein/ — d. 2. 4.
Abermahlen auß C ſchreibe die fünff-gleichſeitige und gleich- fünff-eckichte Figur ABCDE ein. — d. 11. 4.
Zertheile das Umbkreiß-Stück FB gleich entzwey in Punct H. — d. 30. 3.
Nun ſage ich/ daß EH/ oder BH ein gleicher Theil oder Seiten von denen fünffzehen ſeye.

Beweiß.

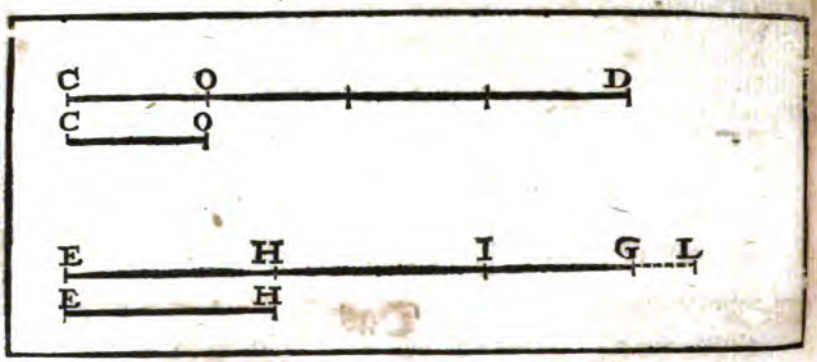
Weilen der gantze Umbkreiß deß Zirckels/ in 15. gleiche Theile halten ſolte: — d. d. Vorg.
So wird die Seiten CF deß △ FCG fünff von dieſen gleichen Theilen/ das iſt $\frac{5}{15}$/ unterſpannen.
Und die Seiten BC deß Fünff-Ecks/ drey von dieſen Theilen/ oder $\frac{3}{15}$.
Der Unterſchied aber zwiſchen den Bogen CF/ und CB iſt das Umbkreiß-Stück BF/ oder $\frac{2}{15}$. — d. d. Hand.
Dahero wird FH/ oder FB nothwendig $1\frac{1}{2}$/ oder nur ein gleicher Theil von den 15. ſeyn müſſen. — d. d. Hand.
Ziehet man letztlich FH/ oder FB zuſammen/ und ſtellet ſolche Länge 15. mahln in dem Zirckel herum/
So wird die verlangte gleich- 15- ſeitige/ und winckelichte Figur darauß erwachſen. — { d. 4. 1. / d. 27. 4.
Welches zu machen ware.

Das

Fünffte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

I.

Ein Theil (Pars) iſt eine kleinere Gröſſe/ welche in einer gröſſern etliche mahln begriffen iſt/ und ſolche außmeſſet.

Alſo wird CO ein Theil der Gröſſe CD ſeyn; dann die kleinere CO/ die andere und gröſſere CD viermahlen auffmeſſet; oder ſo ein Ding iſt/ weilen die gröſſere CD die kleinere CO viermahlen begreifft/ ſo wird deßwegen CO ein Theil von CD ſeyn.

Anmerckung. I.

Das Außmeſſen und Begreiffen iſt zweyerley/ wenn ein Theil eine Gröſſe geradt auffmeſſet/ oder wenn das Gantze dieſen Theil geradt begreifft/ daß nichts übrig verbleibet/ ſo nennet man einen ſolchen Theil/ einen geradt-auffmeſſenden Theil/ in Latein (pars aliquota) Alſo iſt allhier CO ein geradt-auffmeſſender Theil der Gröſſe CD: dann CO die Gröſſe CD geradt viermahlen auffmeſſet/ (oder ſo ein Ding) CD begreiffet den Theil CO geradt viermahlen.

2.

Herentgegen ein Theil/ welcher eine Gröſſe nicht geradt auffmeſſet/ oder daß das gantze dieſen Theil nicht geradt begreifft/ ſondern jederzeit etwas zuviel/ oder zuwenig überbleibet: ſo wird ein ſolcher Theil ein nicht geradt auffmeſſender (Pars aliquanta) genant.

Zu einem Exempel/ wenn man den Theil EH dreymahln nemmet/ ſo übertreffet er die Gröſſe EG umb das Stück GL; nemmet man aber EH zweymal/ ſo gehet noch das Stück IG ab; dieſem nach wird EH ein nicht geradt auffmeſſender Theil der Gröſſe EG genandt.

3.

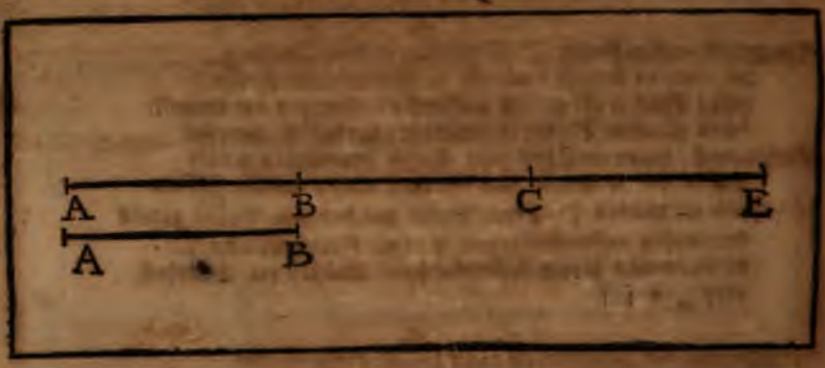
Ein geradt-auffmessender Theil empfanget seine Nennung her / von der Anzahl / wie offt er nemlich seine Grösse / dessen Theil er ist / geradt auffmesset: oder von der Anzahl deren gleichen Theile / in welche er seine Grösse abtheilet. Diesem nach / wann ein Theil seine Grösse zweymahln geradt auffmesset / so nennet man ihn ein halbes; wird in Ziffern also geschrieben $\frac{1}{2}$: Einen Theil / welcher seine Grösse geradt dreymahln auffmesset / nennet man ein Drittheil / oder $\frac{1}{3}$. die viermahln geradt auffmesset seine Grösse / ein Viertheil oder $\frac{1}{4}$. u. s. f.

4.

Es geschicht / daß bißweilen ein nicht geradt auffmessender Theil einer Grösse / dannoch gewisse geradt-auffmessende Theile / welche ihn / und seine Grösse geradt auffmessen / habe / als wie 10 ist ein nicht geradt-auffmessender Theil von 16 / hat doch ein gewissen geradt-auffmessenden Theil / nemlich 2. welcher ein Achttheil von 16 / und ein Fünfftheil von 10. ist. Deßwegen werden 10. fünff Achttheil von 16. seyn / welches man alsdann auff solche Art schreibet $\frac{5}{8}$.

5.

Man nennet so wohl die geradt / als nicht geradt-auffmessende Theile / Brüche oder Fractiones ihrer Grösse / darvon sie Theile seynd; sie werden also gezeichnet daß allzeit die Theile von ihrer Grösse oder einer Linien / und ihr gantze Grösse unter der Linien geschrieben seynd. Die oben stehende Zahl oder Theile / werden hernach der Zehler / die unter den Strich aber / oder ihr gantzes / der Nenner genandt. Also in dem Bruch $\frac{2}{3}$. ist 2. der Zehler / und 3. der Nenner. Von diesen ist ein mehrers in der Rechen-Kunst zu finden.



II.

Eine Grösse/ in welcher der kleinere Theil in gewisser Anzahl geradt-auffmessend begriffen ist/ nennet man eine vielfache Grösse (multiplex).

Die Lini AE ist eine vielfache Grösse der kleinern AB: dann AB dreymahlen genommen/ die Grösse AE auffmesset.

Anmerckung. 1.

Eine vielfache Grösse/ welche einen kleinern Theil in gewisser Anzahl geradt-auffmessend begreiffet/ wird schlecht hin Vielfache (multiplex)/ die kleinere Grösse aber/ oder eine Theil/ welcher in der vielfachen geradt begriffen ist/ Unter-vielfach (submultiplex) genandt; auff solche Weise ist die Lini AE von 3 Schuh lang/ die vielfache/ und der Theil/ oder die Lini AB/ so 1 Schuh lang ist/ die Unter-vielfache der Lini AE.

2.

Gleichformig-vielfache Grösse seynd/ welche in gleicher Anzahl ihre Theile/ deren sie ihre vielfache seynd/ begreiffen: oder/ so ein Ding ist/ welche gleich auffgemessen werden von ihrem Theile. Nach solcher Art seynd zwey Linien/ deren eine 25/ die andere aber 15 Klaffter lang ist/ gleichformig-vielfache Grösse zweyen andern Linien/ deren eine 5/ die andere aber 3 Klaffter lang ist. die Ursach ist/ weilen 25/ so offt durch 5/ nemlich fünffmahln; als 15 durch 3/ nemlich auch fünffmahln geradt auffgemessen wird. Solche Theile 5 und 3 hernach werden auch gleichformige Theile ihrer Grösse 25 und 15 genandt.

III.

Wenn zwey Grösse von einerley Gattung ihrer Grösse halber / gegen einander gehalten und verglichen werden / so nennet man die Beziehung / welche eine zu der andern hat / eine Verhaltnuß (Ratio).

Anmerckung. I.

Durch die Grösse / so in Latein quantitas genannt wird / verstehet man hierinnen nicht allein was lang / breit und tieff ist / oder andere Außtennung und Dicke hat; sondern man nennet auch dasjene allhier eine Grösse / welches nur das Mehr / und das Wenige leydet. Gleich wie die Gewichter / Stärcke / Bewegung / Stimme / Zeite / Lauff / u. s. f. dann man jederzeit sagen kan / das Gewicht ist mehr schwer / oder schwerer / als das andere; diese Stärcke ist wenig stärcker (oder mit einem Wort) schwächer / als die andere; diese Bewegung ist mehr schneller / oder schnellerer / als die andere; diese Stimme ist ein wenig höher / oder / so ein Ding / höherer als die andere / u. s. f.

2.

Wenn eine Vergleichung angestellt wird / so müssen die zwey Grösse allzeit einerley Gattung / oder Geschlechts seyn: als wie Zahlen gegen Zahlen / Linien gegen Linien / Mässe gegen Mässe / Bewegung gegen Bewegung / u. s. f. beyde hernach können gleich oder ungleich einander seyn.

3.

Wenn nun beyde Sachen / so man gegen einander vergleichet / gleiche Grösse haben; als wie zu einem Exempel / man vergleichet eine gerade Lini von zwey Schuhe / zu einer andern geraden Linien eben von 2 Schuhe lang / so wird demnach in solcher Gegeneinanderhaltung und Vergleichung die Verhaltnuß / Eine Verhaltnuß einer Gleichheit (Ratio Æqualitatis genandt.

4.

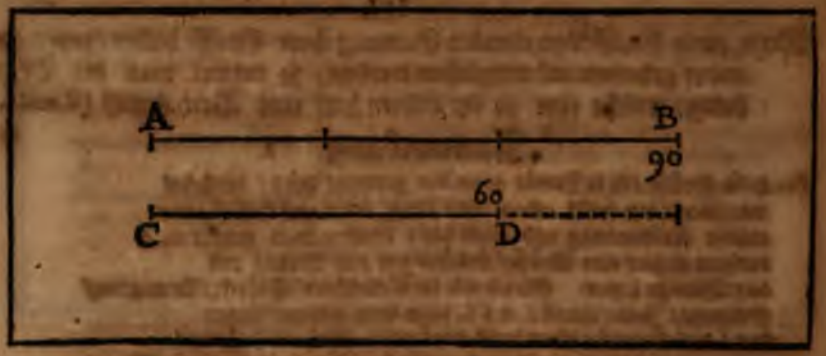
Seynd aber die gegen einander gehaltene Dinge von einer verschiedener Grösse; gleich wie / wann man eine Länge von 4 Schuhe / gegen einer kürtzern von 2 Schuhe vergleichet / so heisset man die Verhaltnuß / so eine gegen der andern hat / eine Verhaltnuß einer Ungleichheit (Ratio inæqualitatis).

5.

Die erste Grösse / oder Sach / so zu der andern in einer Vergleichung gehalten wird / nennet man / das Vorgehende (Antecedens); die andere aber / zu welcher die erste gehalten worden / das Nachgehende / oder Folgende (Consequens).

6.

Eine Verhaltnuß einer grössern Ungleichheit ist / wann in einer Vergleichung / das Vorgehende gröser / als sein Nachgehendes ist.



Als wie in diesem Exempel/ wann eine Lini AB von 90 Schuhe lang zu einer andern/ und kürtzern/ als wie CD von 60 Schuhe lang verglichen wird.

7.

Eine Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit ist/ wann in der Vergleichung/ das Vorgehende kleiner/ als das Nachgehende ist: also wann man die kürtzere Lini CD von 60 Schuhe/ zu der längern AB von 90 Schuhe haltet/ und vergleichet.

8.

Die Grösse der Verhaltnuß einer Sache zu der andern in einer Vergleichung/ wird durch die Zertheilung gefunden. Dann man zertheilet die Anzahl der Grösse deß Vorgehenden/ durch die Anzahl der Grösse deß Nachgehenden. Die neu-entstandene Anzahl/ oder Quotient weiset hernach die Grösse der Verhaltnuß an/ umb welche eine die andere übertreffet/ oder ob beyde gleich seynd. Zu einem Exempel/ es seynd die zwey Linien AB/ CD von ungleicher Grösse/ die erste ist 90 die andere 60 Schuh lang. Nun zu wissen die Verhaltnuß ihrer Grösse/ so zertheilet man 90 durch 60/ wodurch der Quotient $1\frac{30}{60}$/ oder $1\frac{1}{2}$ entstehet/ welcher die Grösse der Verhaltnuß der Lini AB/ zu der Lini CD ist; und sagen will/ daß erstlich die Lini AB ein mahlen so groß seye/ als die Lini CD/ hernach über diß/ daß die Lini AB noch die Helffte von der Lini CD habe. Das ist/ die Lini AB ist anderthalb mahl so groß/ als die Lini CD. Wann nun die andere Lini CD/ so 60 Schuhe lang ist/ noch ihre Helffte/ nemlich 30 Schuhe/ welche ihr abgehen/ darzu hätte/ so würde sie gleich lang der ersten seyn/ das ist/ sie hätte auch eine Länge von 90 Schuhe.

9.

Ein solcher Abgang wird genandt/ Unterscheid (differencia).

10.

Wann in einer Verhaltnuß einer grössern Ungleichheit das Vorgehende seines Nachgehenden vilfach ist/ nemlich/ daß sie es geradt zweymahln/ dreymahln/ viermahln/ u. s. f. begreiffet/ allzeit ohne Bruch/ so wird

die Gröſſe der Verhaltnuß/ oder kurtz hinweg/ die Verhaltnuß/ zweyfach oder doppelt/ dreyfach/ vierfach/ u. ſ. f. genandt (Ratio dupla, tripla, quadrupla) alſo iſt die Verhaltnuß 8 zu 4/ doppelt/ 12 zu 3 iſt vierfach.

Entgegen in einer Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit/ wann das Nachgehende ſeines Vorgehenden vielfach iſt/ nemlich daß ſie es geradt zweymahln/ dreymahln/ viermahln/ u. ſ. f. begreiffet/ allzeit ohne Bruch/ ſo wird die Verhaltnuß/ unterdoppelt/ unterdreyfach/ unter vierfach/ u. ſ. f. geheiſſen (Ratio ſubdupla, ſubtripla, ſubquadrupla). Alſo iſt die Verhaltnuß 4 zu 8 unterdoppelt. 3 zu 12 unter vierfach.

11.

Wann in einer Verhaltnuß einer gröſſern Ungleichheit das Vorgehende ſein Nachgehendes erſtlich gerad einmahlen/ hernach noch nur einen geradt-auffmeſſenden Theil darvon/ auff ſolche Geſtalt begreiffet/ daß die Gröſſe der Verhaltnuß alſo ſeye $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{3}$ $1\frac{1}{4}$. u. ſ. f. ſo wird es genannt eine übertheilige Verhaltnuß (Ratio ſuperparticularis)/ und wegen den beygeſetzten einigen geradt auffmeſſenden Theil/ oder Bruch/ eine und ein halbfache Verhaltnuß; Eine und ein Drittheilfache; Eine und ein viertheilfache/ u. ſ. f. (Ratio ſeſquialtera, ſeſquitertia, ſeſquiquarta) Alſo iſt die Verhaltnuß 12 zu 8 übertheilig eine und anderthalbfache. 18 zu 15 übertheilig eine und ein fünfftheilfache

In einer Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit wird geſtalt dieſer Sachen/ bloß das Wörtlein Unten (ſub) mit und vorgeſprochen. Als wie in der Vergleichung 8 zu 12 iſt die Verhaltnuß unten übertheilig eine und anderthalbfache: 15 zu 18/ unten übertheilig eine/ und ein fünfftheilfache. (Ratio ſubſeſquialtera, ſubſeſquiquinta.)

12.

Wann in einer Verhaltnuß einer gröſſern Ungleichheit das Vorgehende ſein Nachgehendes erſtlich geradt einmahln/ hernach noch etliche geradt-auffmeſſende Theile/ (welche aber kein gantzes machen) auff ſolche Weiſe begreiffet/ daß die Gröſſe der Verhaltnuß alſo ſeye $1\frac{1}{3}$. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{2}{3}$. ſo wird erſtlich die Verhaltnuß eine übertheilende (ſuperpartiens)/ wegen deren beygeſetzten geradt-auffmeſſende Theile aber/ oder Bruch/ eine und zwey Drittheil übertheilende. Ein und drey Viertheil übertheilende. Eine und ſieben Achttheil übertheilende/ genandt (Ratio ſuperbipartiens tertias, ſupertripartiens quartas, ſuperſeptupartiens octavas). Als wie in der Vergleichung 5 zu 3. iſt die Verhaltnuß ein und zwey Drittheil übertheilende. 21 zu 15/ eine und zwey Fünfftheil übertheilende. 136 zu 72/ ein und acht Neuntheil übertheilende. u. ſ. f.

In der Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit wird geſtalt dieſer Sachen/ bloß das Wörtlein Unten (ſub) mit und vorgeſprochen. Als wie in der Vergleichung 3 zu 5 iſt die Verhaltnuß unten-eine und zwey Drittheil übertheilende. 15 zu 21 iſt unten-eine und zwey fünfftheil übertheilende. 72 zu 136 iſt unten-eine und acht Neuntheil über-

theilende (subsuperbipartiens tertias, subsuperbipartiens quintas, subsuperoctupartiens nonas).

13.

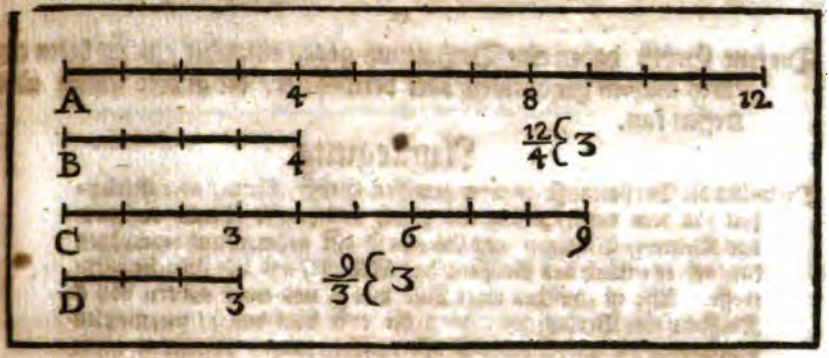
Wann in einer Verhaltnuß einer gröſſern Ungleichheit das Vorgehendt seines Nachgehenden vielfach ist/ und nebst disen noch nur einen geradt auffmeſſenden Theil darvon auff solche Weise begreiffet/ daß die Gröſſe der Verhaltnuß seye/ als wie $2\frac{1}{2}$. $4\frac{1}{4}$. $8\frac{1}{8}$: so wird es genant eine vielfache übertheilige Verhaltnuß (Multiplex superparticularis), und wegen den beygesetzten Bruch/ oder einigen auffmeſſenden Theil/ also sammentlich außgesprochen: Eine doppelte und eine achtfache Verhaltnuß: Vier und ein Drittheilfache: acht und ein halbfache. (Ratio multiplex superparticularis dupla sesquioctava. Quadrupla sesquitertia. Octupla sesquialtera). Also ist in der Vergleichung die Verhaltnuß 7 zu 2 drey und ein halbfach 10 zu 3. drey und ein Drittheilsach. 21 zu 5 sechs und sechsfach (Tripla sesquialtera, Tripla sesquitertia sextupla sesquisexta).

Entgegen in einer Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit wird gestalt dieser Sachen bloß das Wörtlein Unten (sub) mit und vorgesprochen. Als wie in der Vergleichung 2 zu 7 ist die Verhaltnuß. Unten drey- und ein halbfach. 3 zu 10. Unter drey und ein Drittelfach. 5 zu 16. Unten sechs und ein sechsfach (Ratio subtripla sesquialtera. Subtripla sesquitertia. Subsextupla sesquisexta).

14.

Wann letztlich in einer Verhaltnuß einer gröſſern Ungleichheit das Vorgehende seines Nachgehenden vielfach ist/ und nebst diesen noch etliche geradt auffmeſſende Theil/ welche nicht ein gantzes machen/ auff solche Weise darzu begreiffet/ daß nemlich die Gröſſe der Verhaltnuß seye $2\frac{3}{4}$. $4\frac{1}{4}$. $6\frac{5}{8}$: so wird die Verhaltnuß eine vielfache übertheilende (Multiplex superpartiens), und wegen dero beygesetzten geradt auffmeſſenden Theile/ oder Bruch/ sammentlich auff diese Weise außgesprochen. Eine doppelte und zwey Drittheil übertheilende Verhaltnuß. Vierfache und dreyviertheil übertheilende. Sechsfache und fünff Sechstheil übertheilende (Ratio multiplex dupla superbipartiens tertias. Quadrupla supertripartiens quartas. Sextupla quinquipartiens sextas). Also wird in der Vergleichung 20 zu 7 die Verhaltnuß seyn. Doppelt und sechs Siebentheil übertheilende. 19 zu 5/ dreyfach und vier Fünfftheil übertheilende. 59 zu 10 fünfffach und neun Zehentheil übertheilende (Ratio dupla superseptupartiens septimas. Tripla quadrupartiens quintas. Quintupla Nonupartiens decimas).

In einer Verhaltnus einer kleinern Ungleichheit/ gestalt dieser Sachen wird anders darinnen nicht verändert/ als bloß das Wörtlein Unten wird mit und vorgesprochen. Also in der Vergleichung 7 zu 20 ist die Gröſſe der Verhaltnuß unten doppelt/ und sechs Siebentheil übertheilend. 10 zu 59/ unten fünfffach/ und neun Zehentheil übertheilend. 5 zu 19 unten dreyfach/ und vier Fünfftheil übertheilend.



IV.

Eine Proportion iſt eine Gleichformigkeit deren Verhaltnüſſe.

Anmerckung. 1.

In Vergleichung zweyer Gröſſe von einerley Gattung iſt die Beziehung/ ſo eine zu der andern hat/ eine Verhaltnuß genandt/ wie auß der 2. def. dieſes Buchs abzunehmen iſt. Wann nun mehr Gröſſe/ als zwey gegen einander vergliechen werden/ und man ihre Verhaltnuſſe einander gleichformig befindet/ ſo nennet man hernach eine ſolche Gleichformigkeit deren Verhaltnüſſe eine Proportion. Zu einem Exempel/ wann die Verhaltnuß der Gröſſe A zu der Gröſſe B gleichformig iſt/ der Verhaltnuß der Gröſſe C zu der Gröſſe D/ wie es ſich auch allhier in der Warheit alſo befindet/ dann beyderſeits die Gröſſe der Verhaltnüſſe/ als wie 3 zu 1 ſeynd. So ſaget man demnach/ daß ein ſolche Gleichformigkeit deren Verhältnüſſe/ eine Proportion ſeye.

2.

Was hier eine Proportion und eine Gleichformigkeit deren Verhältnüſſe genannt wird/ nennen bißweilen die Lateiner eine Proportionalität (Proportionalitas) und die Verhaltnuß allein eine Proportion: nach dieſer Art wäre zwiſchen zweyen Gröſſen eine Proportion/ und zwiſchen gleichförmigen Verhaltnüſſen eine Proportionalität.

V.

Die jene Grösse haben eine Verhaltnuß gegen einander / waun deren eine etlich mahlen genommen / oder vermehrter / die andere letzlich übertreffen kan.

Außlegung.

Dieweilen die Verhaltnusse in einer gewissen Grösse / Kleine / oder Gleichheit ; in dem mehr / wenig und gleich bestehen / so ist klar / daß man das Kleinere / Wenigere und Gleiche so offt nehmen / und vermehren kan / biß es endlich das Grössere / das Mehrere / und das Gleiche übertreffe. Also ist zwischen einer Lini von 2 und einer andern von 6 Klafftern eine Verhaltnuß : dann die erste Lini von 2 / viermahlen genommen / die andere von 6 Klafftern schon umb 2 Klafftern übertreffet / u. s. f. Eine solche Verhaltnuß wird genannt in Latein Ratio rationalis, und kan mit Zahlen außgesprochen werden : Im Gegentheil schliesset man / daß zwischen einer unendlichen / und endlichen Lini keine Verhaltnuß seyn könne. Dann vermehre man die Endliche / so offt als man will / so wird sie doch niemahlen die Unendliche übertreffen ; also auch zwischen einer Lini und Fläche / zwischen einer Fläche und Cörper / zwischen einer geradt-linischen und Anrührungs-Winckel ist keine Verhaltnuß. So werden hierzu gesellet / die Sachen / welche gar keine Grösse haben / als wie Puncten / Nullen / u. s. f.

Zwischen einer Zwerg-Lini und Seiten deß Quadrats / kan eine Verhaltnuß seyn ; dann die Seiten kan vermehret werden / biß sie die Zwerg-Lini übertreffe ; die Verhaltnuß aber einer zu der andern ist unaußsprechlich / wird im Latein Ratio Irrationalis, surda, das ist / welche zwar in Linien kan angedeutet / nicht aber in Zahlen kan außgesprochen werden.

Zwischen krum und geraden Linien kan eine Verhaltnuß seyn ; dann dieses gar schön Hyppocrates Chius in der Figur / so dem wachsenden Monden nicht ungleich / bewiesen hat ; Eben hat es gethan Archimedes, in der Zirckel-Messung / und Parabl-Vierung ; und Proclus zwischen den geradt- und krumlinischen Winckel.

Anmerckung. I.

Gemein-mäßliche Gröſſe (Magnitudines commenſurabiles) ſeynd/ welche durch einerley Zahl geradt auffgehendt mögen auffgemeſſen werden/ daß nichts mehr überbleibet: alſo meſſet eine Gröſſe von 2 Schuh lang/ die von 6/ und die von 8 Schuh lang/ beyde geradt auff; nemlich 6 dreymahln/ und 8 viermahln. Dahero ſeynd die Gröſſe von 6/ und 8 Schuhe lang/ gemein-mäßliche Gröſſe; die Gröſſe von 2 Schuh aber/ wird hernach die gemeine Zahl oder Gröſſe genandt.

2.

Gemein-unmäßliche Gröſſe (Magnitudines incommenſurabiles) ſeynd/ wann zwiſchen denen Gröſſe/ keine gemeine Zahl/ die ſie geradt auffmeſſet/ kan gefunden werden. Dieſes geſchicht zwiſchen der Zwerg-Linj/ und einer Seiten deß Quadrats. Darvon im zehenden Buch Euclides.

VI.

Die Gröſſe/ ſagt man/ haben einerley Verhaltnuß unter einander/ wenn die erſte zu der andern ſich verhaltet/ gleich wie die dritte zu der vierten.

Außlegung.

Das iſt/ wenn das äuſſerſte vorgehend/ ſo offt ſein Nachgehends begreiffet/ als offt das anderte vorgehend ſein Nachgehends gleich begreiffet; oder/ wann das erſte vorgehendt ſo offt von ſeinem Nachgehenden gleich begriffen iſt/ ſo offt das anderte vorgehend von ſeinen Nachgehenden begriffen wird. Zu einem Exempel; weilen allhier die erſte Gröſſe A 3 von der anderten B 6 zweymahlen begriffen iſt: und die dritte Gröſſe C 4 auch geradt zweymahln von der vierdten Gröſſe D 8 begriffen iſt; So ſaget man/ daß dieſe Gröſſe einerley Verhaltnuß/ oder Proportion unter ſich haben.

VII.

Die Gröſſe/ ſo einerley Verhaltnuß haben/ werden Gleichverhaltende/ oder Proportionirte Gröſſe genant.

Es ſeynd gegeben die vier Gröſſe in dem vorgehenden Exempel und Figur A 3. B 6. und C 4. D 8. Weilen nun dieſe vier Gröſſe einerley Verhaltnuß unter ſich haben/ nemlich ſo wohl A iſt zu B/ als C zu D unterdoppelt; ſo nennet man auß dieſer Urſach die vier gegebene Gröſſe A/B/ C/ D/ proportionirte/ oder gleich-verhaltende Gröſſe.

VIII.

Wann das erſte Vorgehend ſein Nachgehend mehr/ oder öffter in ſich begreiffet/ als das andere Vorgehend ſein Nachgehend; oder Wann das erſte Vorgehend ein gröſſerer Theil ſeines Nachgehenden/ als das anderte Vorgehend ſeines Nachfolgenden iſt: ſo ſaget man alsdann/ daß die erſte Gröſſe zu der anderten eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als die Dritte zu der Vierten.

Zu einem Exempel. Das erſte vorgehend/ oder Gröſſe A von 16 Schuch/ begreiffet ſein Nachgehendes/ oder Gröſſe B von 4 Schuhe viermahln. Und das anderte Vorgehend/ oder groſſe C von 9 Schuhe begreiffet ſein Nachgehendes/ oder Gröſſe D von 3 Schuhe/ nur dreymahln. Weilen nun die Gröſſe A die Gröſſe B mehr/ oder öffter/ als die Gröſſe C die Gröſſe D begreiffet. (dann A begreiffet B viermahln/ und C die Gröſſe D nur dreymahln): ſo ſaget man/ daß A zu B eine gröſſere Verhaltnuß/ als C zu D habe. Entgegen wann man D 3 zu C 9/ und B 4 zu A 16 vergleichete: So würde D zu C/ nemlich 3 zu 9 eine gröſſere Verhaltnuß haben/ als B zu A/ nemlich 4 zu 16. Die Urſach iſt/ weilen D ein gröſſerer/ nemlich ein dritter Theil von C/ und B/ ein kleinerer/ nemlich nur ein vierter Theil von A iſt.

IX.

Eine Proportion bestehet auff das Wenigste in dreyen Abſätze (Termini).

Außlegung.

In einer Proportion müssen nothwendig zwey vorgehende und zwey Nachgehende seyn/ dann wann nur ein Vorgehend/ und ein Nachgehend wäre/ es nur eine Verhaltnuß allein seyn würde. Nun kan sich aber schicken/ daß bißweilen in einer Proportion der mittlere Abſatz/ zugleich die Stelle deß ersten Nachgehenden/ und deß anderten Vorgehenden vertretten/ und dahero die Proportion in dreyen Abſätze bestehen möge: als wie in dieser Proportion:

4. 8 16.

Iſt der mittlere Abſatz 8: und die Proportion bedeutet so viel/ als wann man sagte: 4 haltet sich zu 8/ als wie dieselbe 8 zu 16.

Eine solche Proportion hernach/ worinnen der mittlere Abſatz zweymahln wiederholet iſt/ wird genant/ eine stätte Proportion (proportio continua); in welcher aber der mittlere Abſatz nicht zweymahln wiederholet wird/ als wie allhier:

4 6. 8. 12.

Die wird eine abgesonderte Proportion (Proportio discreta) genandt.

X.

Wenn drey Gröſſe stets geproportionirt seynd/ so sagt man/ daß die erſte zu der dritten in einer zweymahligen Verhaltnuß stehe/ derſelben/ welche die erſte zu der anderten hat (in Latein wird eine solche zweymahlige Verhaltnuß duplicata ratio genannt).

Seynd aber vier Gröſſe stets geproportionirt/ so saget man/ daß die erſte zu der vierdten in einer dreymahligen Verhaltnuß stehe/ derſelben/ welche die erſte zu der andern hat/ (wird in Latein Triplicata ratio genannt). und so fort/ jederzeit umb eines mehr/ so lang die Proportion fortgeführt wird.

Außlegung.

Es seynd gegeben die drey stets geproportionirte Gröſſe A/ B/ C.

A. B. C.

27. 9. 3

So saget man/ daß die erſte Gröſſe A/ zu der dritten C in einer zweymahliger Verhaltnuß derſelben/ welche die erſte A zu der anderten B hat/ stehe. Die Urſach iſt/ weilen zwiſchen A und C zwey Verhaltnuſſe/ nemlich A zu B/ und B zu C sich befinden/ deren eine jede insonderheit gleich iſt/ der Verhaltnuß/ welche die erſte A zu der anderten B hat/ sonſten nicht stets geproportionirt wären.

Wenn aber vier stets geproportionirte Grösse seynd / gleich wie A / B / C / D /

A. B. C. D.

8. 27. 9. 3.

So saget man / daß die erste Grösse A / zu der vierdten D in dreymahliger Verhaltnus derselben / welche die erste A / zu der anderten B hat / stehe. Dann zwischen A / und D / drey Verhaltnüsse / nemlich A zu B / und B zu C / und C zu D sich befinden / deren eine jede insonderheit gleich ist / der Verhaltnuß / welche die erste A zu der anderten B hat / sonsten nicht stets geproportionirt wären. Wenn fünff stets geproportionirte Grösse seynd / so saget man alsdann / daß die erste zu der fünfften in viermahliger Verhaltnuß derselben / welche die erste zu der anderten hat / stehe. u. s. f.

Anmerckung.

Wann in folgendem gesaget wird / daß zwey gleichformige flache Figuren zu einem Beyspiel / zwey □ A / und B / (deren eine Seite von 8 / die andere aber von 2 Schuhen ist) in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichformig-haltnuß-sagender Seiten gegen einander stehen; so verstehet man da durch folgendes: daß nemlich / wann man die zwey Seite in dreyen Absätze stäts proportionirter fortführet;

Als wie hier 8. 2. $\frac{1}{2}$. sich alsdann das Quadrat A zu dem □ B verhalte / gleich wie der erste Absatz / zu den dritten. Das ist / Es werde sich verhalten das □ 64 zu dem □ 4 als wie 8 zu $\frac{1}{2}$.

Weilen aber 8 zu $\frac{1}{2}$ in zweymahliger Verhaltnuß stehet / derselben / welche 8 zu 2 hat / so saget man auß dieser Ursach / daß auch die 2 □ A / und B / in zweymahliger Verhaltnuß derselben / welche 8 zu 2 hat / (das ist / ihrer gleichformig-Haltnuß sagenden Seiten) / stehen. Darvon in der 19 Vorgab deß 6 Buchs etwas mehrers zu lesen.

2.

Eine Proportion wird in folgenden auff solche Art angedeutet.

Gesetzt es seye gegeben / daß sich A gegen B verhalte / gleich wie C gegen D / so schreibet man bloß hinweg. A. B :: C. D.

Oder wann man saget die Verhaltnuß A zu B / ist gleich / der Verhaltnuß C zu D. So ist eben ein Ding / ob man schreibe / A / B ∏ C / D / oder A / B :: C. D.

XI.

Gleichförmig-haltnuß sagende Grösse (Magnitudines Homologæ) werden in einer Proportion genant / die zwey vorgehende / und die zwey Nachgehende.

Zu einem Exempel / es seye A / B :: C / D / so seynd die gleich-formig-Haltnuß sagende Grösse A / und C / Item B und D

XII.

Eine verwexlete Verhaltnuß (Alterna Ratio) ist / wann ein Vorgehend / zu den andern Vorgehenden: Und ein Nachfolgend zu den andern Nachfolgenden gehalten / und verglichen wird.

Alſo/ wann anfänglich die Proportion iſt

A. B. :: C. D.
9. 3. :: 6. 2.

So wird durch die Verwexlung (Alternè, viciſſim, oder permutando) die Proportion ſeyn

A. C. :: B. D.
9. 6. :: 3. 2.

Mercke: wann man die Verwexlung in einer Proportion gebrauchen will/ ſo müſſen alle vier Gröſſe von einerley Gattung ſeyn. Geſetzt/ es ſeye gegeben/ daß ſich eine Zahl A zu einer andern Zahl B verhalte/ gleich wie eine Lini C/ zu einer andern Lini D/ ſo wird man durch die Verwexlung gar nicht ſchlieſſen können/ daß ſich die Zahl A zu der Lini C verhalte/ gleich wie die Zahl B/ zu der Lini D. Die Urſach iſt/ weilen die Zahlen/ und Lini keine Verhaltnuß/ wie es in der 5. def. dieſes Buchs iſt erklärt worden/ gegen einander haben können. In denen fünff folgenden Schluß-Redens-Arten aber/ können die erſtere zwey Gröſſe von einerley Gattung/ und die zwey andere Gröſſe/ von einer andern Gattung ſeyn.

XIII.

Eine umbgekehrte Verhaltnuß (Inverſa ratio) iſt/ wann man die Nachgehende/ an ſtatt der Vorgehenden/ und die Vorgehende an ſtatt der Nachgehenden nimmet.

Alſo/ wann anfänglich die Proportion ſtehet.

A. B. :: C. D.
9. 3. :: 6 2

So wird ſeyn durch die Umbkehrung (Inverſè, & contrario, oder invertendo).

B A. :: D. C.
3. 9 :: 2. 6.

XIV.

Eine Zuſammenſetzung (Compoſitio rationis) iſt/ wann man beyderſeits das Vorgehendt und Nachgehendt zuſammen nimmet und gegen das Nachgehendt allein vergleichet.

Wann anfänglich ſtehet A. B :: C. D.
9. 3 :: 6. 2.

So wird ſeyn durch die Zuſammenſetzung (componendo)

A + B. B :: C + D. D.
12. 3 :: 8 2

XV.

Eine Zertheilung der Verhaltnuß (Divisio rationis) ist/ wann man den Unterscheid / umb welchen das Vorgehend sein Nachgehend übertreffet/ gegen der Nachgehenden vergleichet.

Wann anfänglich stehet: A. B. :: C. D.
9. 3. :: 6. 2.

So wird seyn durch die Zertheilung (dividendo).
A — B . B :: C — D . D.
6 . 3 :: 4 . 2.

Mercke/ daß in dieser Schluß-Redens-Art das Vorgehende nothwendig gröſſer seyn muß/ als sein Nachgehendes.

XVI.

Eine Ver- oder Umbwendung der Verhaltnuß (Conversio rationis) ist/ wann man beyderseits das Vorgehend zu dem Unterscheid/ welcher zwischen einem Vorgehenden/ und seinem Nachgehenden ist/ vergleichet.

Wann anfänglich stehet: A . B :: C . D.
9 . 3 :: 6 . 2.

So wird seyn durch die Umbwendung (per conversionem).
A . A — B :: C . C — D.
9 . 6 :: 6 . 4.

Mercke/ daß auch in dieser Schluß-Redens-Art/ das Vorgehende gröſſer seyn muß/ als sein Nachgehendes.

XVII.

Verhaltnuß auß einer Gleichheit/ oder kurtz hinweg/ auß der gleichen (ex Æqualitate ratio, oder ex æquo) ist/ wann man zwey Reuhe Gröſſe eine jede in gleicher Anzahl/ jederzeit zwey und zwey/ in einerley Verhaltnus zusammen nehmet; und hernach einen solchen Vergleichungs-Schluß machet/ daß die erste Gröſſe sich zu der letzten in der ersten Reuhe verhalte/ gleich wie die erste Gröſſe sich zu der letzten in der andern Reuhe verhalte.

Die Zusammennemmung deren zwey Gröſſe / geschicht auff zweyerley Weise; erstlich wann sie ordentlich/ hernach verrückter genommen werden.

XVIII.

Eine ordentliche Proportion ist (ordinata proportio), wann zwey Reuhe Gröſſe/ eine jede in gleicher Anzahl auff solche Weise genommen werden/ daß in der ersten Reuhe die erste Gröſſe/ sich zu seiner anderten verhalte; gleich wie die erste Gröſſe in der anderten Reuhe/

zu seiner anderten. Und wiederum gleich wie die anderte Grösse in der ersten Reuhe sich zu seiner dritten verhalte; also auch die anderte Grösse in der anderten Reuhe sich zu seiner dritten verhalte. u. s. f.

Zu einem Exempel/ es stehen die Grösse/

In der ersten Reyhe		In der anderten Reyhe	
A	9	D	18
B	3	E	6
C	1	F	2

Wann sich nun verhaltet A zu B :: D/E/ und B/C :: E/F.
So schliesset man hernach/ daß auch seye durch die Verhaltnuß auß einer Gleichheit/ oder kurtz hinweg auß der gleichen.

A . C :: D . F.
9 . 1 :: 18 . 2

XIX.

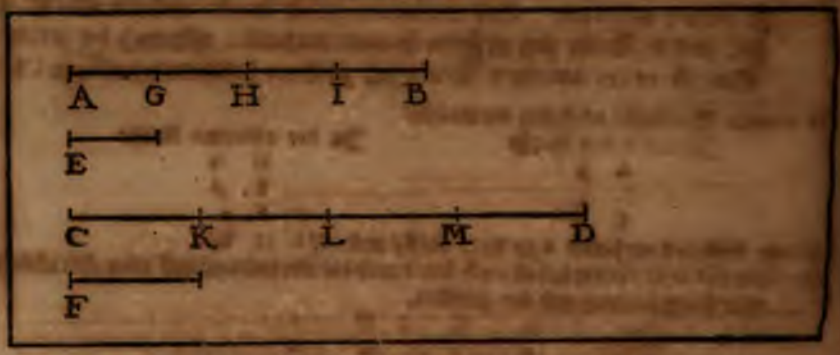
Eine verruckte Proportion ist (perturbata proportio), wann zwey Reuhe Grösse eine jede in gleicher Anzahl auff solche Weise genommen werden; daß in der ersten Reuhe die erste Grösse sich zu seiner anderten verhalte/ gleich wie die vorletzte Grösse in der anderten Reuhe sich zu seiner letzten verhalte: Und wiederumb/ gleich wie die anderte Grösse in der ersten Reuhe sich zu seiner dritten verhalte / als wie die Vorvorletztere Grösse in der anderten Reuhe sich zu seiner Vorletzteren verhalte. u. s. f.

Zu einem Exempel/ es stehen die Grösse

In der ersten Reuhe		In der anddern Reuhe	
A	12	D	24.
B	6	E	8.
C	2	F	4

Wann sich nun verhaltet A, B :: E. F/ und B.C :: D. E.
So schliesset man hernach/ daß auch seye auß der gleichen

A . C :: D . F.
12 . 2 :: 24 . 4



Die I. Vorgab. Betrachtung.

Wann so viel Grösse/ (als man will/) gleichformig-vielfach seynd/ so vieler andern Grösse/ eine jede der Seinen: so wird seyn/ als wie eine vielfache sich zu seiner andern verhaltet/ also werden sie alle gleichförmig vielfache sammentlich/ zu ihren andern Grösse sammentlich verhalten.

Es seynd gegeben die zwey Grösse AB/ und CD/ welche gleichformig vielfach seynd/ deren Grösse E/ und F. Diesem nach saget man/ daß AB und AB → CD gleichförmig vielfache seynd/ deren E und E → F; das ist/ wie offt AB seine andere Grösse E begreiffet/ so offt/ oder in gleicher Anzahl/ werden AB und CD sammentlich E und F sammentlich begreiffen.

Zubereitung.

Weilen AB und CD gleichförmig vielfach seynd deren E und F so kan AB in so viel Theil (alle gleich der Grösse E); als CD in solche Theile (welche alle gleich seynd der F) abgetheilt werden. d. 5. Werg. d. 1. an. 1. def.

Gesetzt/ es seye AB in vier gleiche Theile abgetheilt worden/ so wird auch CD gerad̃t vier gleiche Theile begreiffen. Diesem nach

Beweiß.

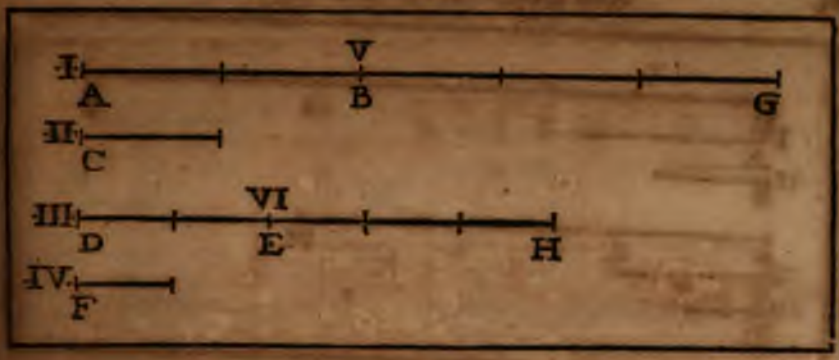
Weilen nun AG ∏ ist der E/ so man beyderseits hinzu setzet die CK/ und F (welche auch einander ∏ seynd. d. 5. Zub.

So wird AG → CK ∏ seyn/ E → F; und auff solche Weise auch GH → KL ∏/ der E → F/ und HI → LM ∏/ der E → F. Letztlich IB → MD ∏/ der E → F. d. 5. Zub. d. 2. ax.

Auß diesen erhellet/ wie offt dann E in AB/ oder F in CD begriffen ist/ so offt seye auch E → F in AB → CD begriffen.

Deßwegen/ wie vielfach AB der Grösse ist/ so gleichformig vielfach wird AB → CD seyn/ der E → F. d. 2 def. 2 an. 5

Welches zu beweisen ware.



Die II. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste Grösse/ so gleichformig vielfach ist der anderten/ als wie die dritte der vierten/ und die fünffte auch gleichformig vielfach ist der anderten/ als wie die sechste/ der vierten: so wird die erste und fünffte zusammen/ so gleichförmig vielfach seyn der anderten: als wie die dritte und sechste zusammen/ der vierten.

Es ist gegeben die erste Grösse AB/ so gleichförmig vielfach der anderten C/ als die dritte DE/ der vierten F. Wiederumb seye gegeben die fünffte BG/ so gleichförmig vielfach der anderten C; als die sechste EH/ der vierten F. Diesem nach sagt man/ daß AB → BG/ und DE → EH/ gleichformig vielfache seynd/ deren C und F.

Beweiß.

Gesetzt/ die erste AB begreiffe die anderte C zweymahlen/ so wird auch die dritte ED die vierdte F geradt zweymahlen begreiffen. d. 1. def. 2. an. 5.

Seye wiederumb gesetzt/ daß die fünffte BG die anderte C dreymahln begreiffe. So wird auch die sechste EH die vierte F. geradt dreymahlen begreiffen.

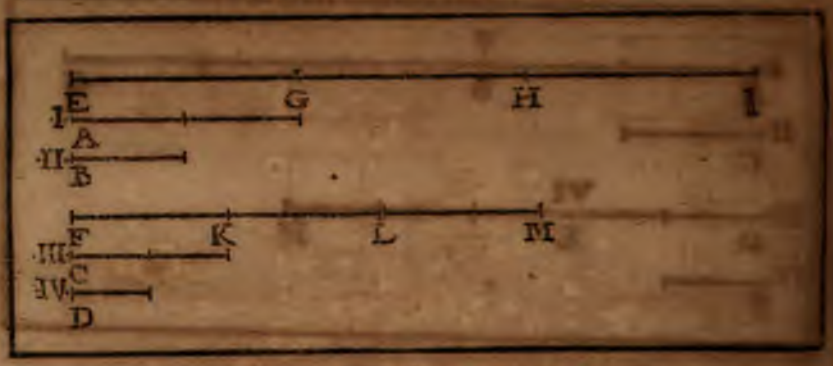
Wann man nun beyderseits zu gleicher Anzahl eine andere gleiche Anzahl hinzu setzet.

So kommen wiederumb beyderseits gleiche Anzahlen herauß. d. 2. ax. 1.

Setze dahero zu AB/ und DE die von gleicher Anzahl BG/ und EH/ so wird sowohl die gantze AG fünff mahlen die Grösse C/ als die gantze DH fünffmahlen die Grösse F begreiffen.

Deßwegen wird die gantze AG/ so gleichformig vielfach der anderten C seyn; als die gantze DH/ der vierten F. d. 1. def. 2. an. 5.

Welches zu beweisen ware.



Die III. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste Grösse so gleichförmig vielfach ist der anderten / gleich wie die dritte der vierten; Man nemmet aber noch andere gleichförmig-vielfache der ersten und dritten: so wird die genommene gleichförmig vielfache der ersten / so offt gleichförmig-vielfach seyn der anderten / als die genommene gleichförmig-vielfache der dritten / gleichförmig vielfach ist der vierten.

Es seynd gegeben / die erste Grösse A / so gleichförmig vielfach der anderten B / als die dritte C / der vierdten D. Man nemme auch die Grösse EI / und FM / gleichformig vielfach der ersten A / und C. Diesen nach saget man / daß EI / und FM gleichförmig vielfache deren B und D seynd.

Zubereitung.

Gesetzt / EI sey abgetheilt in drey gleiche Theile / deren ein jeder gleich ist der Grösse A / nemlich in EG / GH / und HI und FM seye auch abgetheilt in drey gleiche Theile / deren ein jeder gleich ist / der Grösse C / nemlich in FK / KL / und LM.

Beweiß. Weilen EG ∏ ist der A; und FK ∏ / der C. d. 1. 3ti.
so werden EG / und FK / so offt B / und D begreiffen / als A / und C.
Eben wird diß geschehen von denen Theilen GH / und KL / u. s. f.

Jndeme nun die erste Grösse EG / so offt vielfach ist der anderten B / als die dritte FK vielfach ist / der vierdten D.

Und die fünffte GH ist auch so offt vielfach der anderten B / als die Sechste KL vielfach ist der vierten F.

So wird auch die Grösse EH zusammengesetzter von der ersten und fünfften / und die Grösse FL / (so zusammen gesetzt ist von der dritten und sechsten) gleichförmig vielfach seyn der anderten B und vierten D. d. 2. 5.

Unterdessen / wann man EH / und FL für die erste und dritte Grösse nehmet / und HI / und LM für die fünffte und sechste.

So schliesset man / daß die gantze EI / und FM gleichförmig vielfache seind deren B und D. { d. 2 def. 2. an 5. und 2. 5.

Welches zu beweisen ware.

Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier Grösse geproportionirt seynt / und man nehme nach Gefallen gleichförmig vielfache der ersten und dritten / gleichwie auch gleichförmig vielfache der anderten und vierten: so werden auch die nach Gefallen genommene Vielfache (wann nur die Ordnung gehalten wird) einander geproportionirt seyn.

Es seynd gegeben die vier geproportionirte Grösse / nemlich A. B :: C D. Man nehme nun nach Gefallen die Grösse E und F gleichförmig vielfach der ersten A / und dritten C, auch die Grösse G / und H gleichförmig vielfach der anderten B / und vierdten D. disen nach saget man / daß auch die genommene vielfache einander geproportionirt seynd / nemlich E. G :: F. H.

Beweiß.

Weilen E / und F gleichförmig vielfache seynd / denen A / und C / so wird die Anzahl deren Theilen in E ⊓ seyn / der Anzahl deren Theile in F. d. 2. an. def. 2.

Auff solche Weise wird auch die Anzahl deren Theilen in G ⊓ seyn / der Anzahl deren Theile in H.

Dahero wegen Gleichheit der Anzahle beyderseits wird E so offt die G begreiffen / als F die H begreiffet; oder E ist so offt von G; als F und H begriffen: und also haben sie einerley Verhaltnuß untereinander d. 6. def. 5

Deßwegen seynd diese vier vielfache einander geproportionirt / d. 7. def. 5
Das ist / es werde seyn E. G :: F. H.

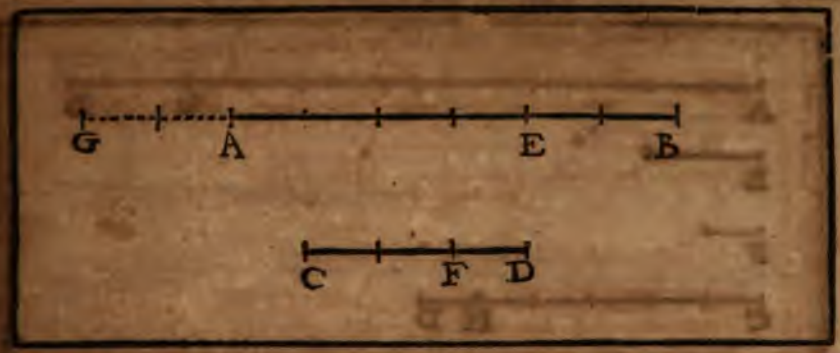
Welches zu beweisen ware.

Anmerckung.

Man beweiset gemeiniglich zu Folge dieser Vorgab / die Giltigkeit der Umbkehrung dieser Verhaltnuß / (welche in der 13. def. dieses Buchs ist erkläret worden) so wir auch allhier thun wollen; weilen aber diese vierte Vorgab durch eine andere Art / als Euclides gethan / bewiesen worden ist; also ist diese nicht zu einer Folge / sondern für eine Haubt-Vorgab hergesetzt worden.

Seye dahero anfänglich gegeben A. B :: C. D.
So saget man / daß auch durch die Umbkehrung (invertendo, oder inversè) giltig kan geschlossen werden B. A :: D. C.
Dann weilen gesetzt ist A. B :: C. D
so wird A so offt begreiffen B / als C / die D: oder
A wird so offt begriffen seyn von B; als C von D. D. def. 4.
Dahero sowohl A / und C; als B / und D gleichförmige Theile ihrer Grösse seyn können / und B so viel zu A / als D zu C ist. d. 20. an d. 25.
Deßwegen B so offt begreiffet A; als D / die C begreiffen kan; oder
B so offt von A; als D von der C begriffen ist.
Dahero werde es seyn B. A :: D. C. D. { A. B. C. D. def. 7.

Welches zu beweisen ware.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine Grösse so vielfach ist einer andern Grösse/ als ein darvon abgezogener Theil/ deß andern darvon abgezogenen Theils: so wird auch der eine übrige Theil so vielfach seyn/ deß andern übrigen Theils/ als wie die eine gantze Grösse/ der andern gantzen Grösse ware.

Es seynd gegeben die Grösse AB/ so vielfach der andern CD/ als die abgezogene Theil AE/ deß andern abgezogenen Theils CF. Diesem nach sagt man/ daß auch der übrige Theil EB/ so vielfach ist deß anderen übrigen Theils FD/ gleich wie die gantze AB/ der gantzen CD ware.

Zubereitung.

Setze/ daß GA so vielfach der Grösse FD seye/ als AE der Grösse CF oder/ als AB der Grösse CD ist.

Beweiß.

Nun ist GE so vielfach der Grösse CD/ als AE der CF. d 1. 5.
Es ist auch AB so vielfach der CD/ als AE der CF. d. d. Vorg.
Dahero wird GE so vielfach seyn der CD/ als AB der CD/
und folgends GE ∏ seyn/ der AB (dann sie gleichförmig vielfache von einerley Grösse CD seynd) } d. 6 ax. 1. und 2. an. def. 2. 5.
Wenn man nun beyderseits die gemeine Grösse AE darvon ziehet/
so wird GA ∏ verbleiben/ der EB. d 3 ax. 1.
Unterdessen ist GA so vielfach/ der FD gemacht/ als AB der CD. d. d. Zub.
Folget/ daß auch EB so vielfach seye der FD/ als AB der CD.
Welches zu beweisen ware.

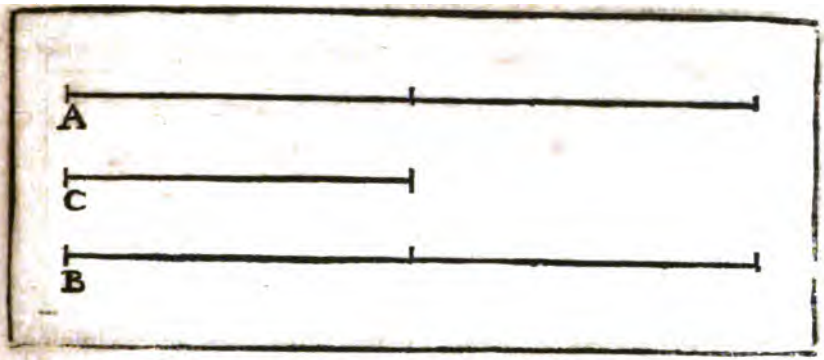
Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Grösse / anderer zwey Grösse gleichförmig vielfach seint / und man von diesen auch gleichförmig vielfache darvon nemmet: so werden auch die übrige entweder denen andern gleichförmig vielfache / oder gleich groß verbleiben.

Es seynd gegeben die Grösse A B / und CD gleichförmig vielfache deren E und F; und man hat darvon genommen AG / und CH / gleichförmig vielfache / derenselben E / und F. Diesem nach saget man / daß die übrige Grösse GB / und HD entweder gleichförmig vielfach deren E / und F / oder denenselben gleich groß verblieben seynd.

Beweiß.

Die Grösse AB / und CD seynd gleichförmig vielfach deren E / und F. d. d. Vorg.
Dahero in AB so viel Theile (deren ein jeder gleich ist der E / seint / d. 7. an. def. 2. 7
als Theile seint in CD (deren ein jeder gleich ist der F).
Es seint auch genommen AG / und CH gleichförmig vielfache deren E / und F d. d. Vorg.
Dahero werden auch in AG so viel Theile (deren ein jeder gleich ist der E) seyn / d 2. an. def. 2. 5.
als Theile seynd in CH (deren ein jeder gleich ist der F).
Wann man nun von dergleichen Anzahl deren gleichen Theile (so in AB / und CD seint)
die gleiche Anzahl deren gleichen Theile / so in AG / und CH seint) / abziehet
So werden in GB so viel Theile ∏ / der E verbleiben / als Theile d. 5. ax. 2.
in HD ∏ / der F seint.
Wann nun GB ∏ ist / der E:
So wird auch HD ∏ seyn / der F.
Seint dann mehr Theile in GB / und HD /
so ist klar / daß GB und HD auch gleichförmig vielfache seint deren E und F.
Welches zu beweisen ware.



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Gleiche Gröſſe/ welche zu einer andern Gröſſe verglichen werden/ haben zu ihr einerley Verhaltnuß: und hinwiederumb eine Gröſſe zu andern gleichen Gröſſe verglichener / hat einerley Verhaltnuß zu ihnen.

Es ſeynd gegeben die Gröſſe A/ und B/ ſo einander gleich ſeynd/ wann man dieſe zu der gegebenen Gröſſe C vergleichet; So ſaget man/ daß beyde Gröſſe A/ und B einerley Verhaltnuß zu der C haben/ nemlich es ſey A. C :: B. C.

Beweiß. I.

Weilen A ∏ iſt gegeben/ der B/
ſo wird A ſo offt C begreiffen/ als B dieſelbe C: oder
A wird ſo offt ein gleicher Theil von C. ſeyn/ als B von der C.
ein ſolcher Theil iſt.

Dahero iſt auch die Verhaltnuß A zu C ∏ / der Verhaltnuß B zu C. d. 6. def 5.
und folgends ſeyn werde: A. C. :: B. C. d. 7. def. 5.

II.

Wann nun die C zu denen gleichen Gröſſe A/ und B verglichen wird/
ſo ſaget man/ daß die Gröſſe C zu dieſen beyden einerley Verhaltnuß
habe.

Die Urſach iſt/ weilen vorgehends iſt bewieſen worden/ daß es ſeye A. C :: B. C.
ſo iſt auch durch die Umbkehrung giltig zu ſagen: C. A :: CB. d. 11. 4. 5.

Das iſt/ die Verhaltnuß C zu A iſt ∏ / der Verhaltnuß C zu B.
Welches zu beweiſen ware.

Merke/ daß dieſe/ und die vier folgende Vorgaben pure allgemeine
Wiſſenſchafften ſeynd.

Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Unter zweyen ungleichen Grösse/ welche zu einerley Grösse gehalten werden/ hat die Grössere eine grössere Verhaltnuß zu derselben/ als die kleinere: hinwiederumb wird dieselbe Grösse zu der kleinern eine grössere Verhaltnuß haben/ als zu der grössern.

Es seynd gegeben die zwey ungleiche Grösse A und B/ welche zu der gegebenen Grösse C verglichen werden. Diesem nach saget man/ daß die grössere A zu der Grösse C eine grössere Verhaltnuß habe/ als die kleinere B zu derselben C.

Beweiß. I.

Weilen A ⌜ gegeben ist/ als B;
so wird A öffter begreiffen C/ als B dieselbe C/
Dahero wird A zu C auch eine grössere Verhaltnuß haben
als B zu derselben C. d. 1. def. 5.

II.

Gestalt dieser Sachen/ wann nun die Grösse C zu denen zwey ungleichen Grösse A und B verglichen wird/ so saget man/ daß C zu der kleinern B eine grössere Verhaltnuß habe/ als zu der grössern A/
Dann C ein grösserer Theil von seinem Nachgehenden der kleinern B/ als dieselbe C von seinem Nachgehenden der grössen A ist.
Dahero auch C eine grössere Verhaltnuß hat zu der kleinern B, d. 8. def. 5.
als zu der grössern A.
Welches zu beweisen ware.

Die IX. Vorgab. Betrachtung.

Die Gröſſe/ welche zu einer andern Gröſſe einerley Verhaltnuß haben/ seint einander gleich groß: und wann eine Gröſſe zur andern Gröſſe einerley Verhaltnuß hat/ so seynd dieselbe auch einander gleich groß.

Es ist gegeben/ daß die zwey Gröſſe A und B einerley Verhaltnuß haben zu C. Diesem nach saget man/ daß A ⊓ seye/ der B.

Beweiß.

Gesetzt/ man sagete/ es wäre A nicht ⊓/ der B/ sondern A seye entweder ⌜ / oder ⌝ / als die B.

So folgete aber darauff/ daß auch die Verhaltnuß A zu C entweder ⌜ oder ⌝ wäre/ als die Verhaltnuß B zu C. d. 8. 5.

Dieses aber streitet wider die Vorgab/ indeme beyde Verhaltnusse anfänglich gleich einander seint gegeben worden.

Darumb ist noch wahr zu sagen/ daß A ⊓ seye/ der B.

Es seye abermahlen gegeben/ daß die Gröſſe C zu denen gegebenen Gröſſe A und B einerley Verhaltnuß habe. Diesem nach setzet man/ daß A ⊓ seye/ der B.

Dann weilen C zu A/ und B einerley Verhaltnuß hat/ so muß auch nothwendig A ⊓ seyn/ der B.

Sonsten/ wann A und B nicht einander gleich wären/ auch die Verhaltnusse zu der C einander ungleich wären/ welches aber wider die Vorgab streitet. d. 8. 5.

Dahero schliesset man/ daß nothwendig A ⊓ seye/ der B.

Welches zu beweisen ware.

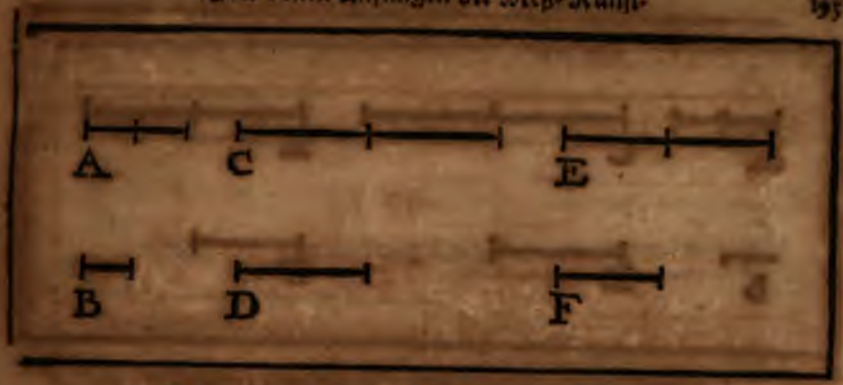
Die X. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Gröſſe zu einer andern Gröſſe gehalten werden/ ſo iſt unter ſolchen die gröſſere/ welche eine gröſſere Verhaltnuß zu derſelben andern hat; gegen welcher aber dieſelbe eine gröſſere Verhaltnuß hat/ die iſt kleiner.

Es ſeye gegeben/ daß die Verhaltnuß der Gröſſe A zu der Gröſſe C ⌜ ſeye/ als die Verhaltnuß B zu derſelben C. ſo ſagt man/ daß auch A ⌜ ſeye/ als B.

Beweiß.

Geſtehet man es nicht/ ſondern ſaget/ daß A ⌐ wäre/ der B.
So folgete darauff/ daß auch die Verhaltnuß A zu C ⌐ wäre/ der Verhaltnuß B zu C. Welches aber wider die Vorgab iſt. d. 7. 5.
Wil man weiter ſagen/ daß A ⌝ ſeye/ als B.
ſo folgete auch/ daß die Verhaltnuß A zu C ⌝ wäre/ als die Verhaltnuß B zu C/ welches eben wider die Vorgab iſt. d. 5. 5.
Dahero ſchlieſſet man/ daß nothwendig A ⌜ ſeyn muß/ als B.
Es iſt weiters gegeben/ daß die Verhaltnuß C zu B ⌜ ſeye/ als die Verhaltnuß C zu A/ ſo ſaget man/ daß B kleiner ſeye/ als A.
Dann wann man ſagete/ daß B ⌐ wäre der A.
ſo folgete/ daß die Verhaltnuß C zu b auch ⌐ wäre/ der Verhaltnuß C zu A. welches wider die Vorgab iſt. d. 7. 5.
Wil man aber ſagen/ daß B ⌜ ſeye/ als A;
ſo folget/ daß die Verhaltnuß C zu A ⌜ wäre/ als die Verhaltnuß C zu B. welches eben wider die Vorgab iſt. d. 5. 5.
Dahero iſt unfehlbar zu ſagen/ daß B ⌝ ſeye/ als A.
Welches zu beweiſen ware.



Die XI. Vorgab. Verrachtung.

Die Grösse / welche gegen einer andern einerley Verhaltnuß haben / haben auch unter sich einerley Verhaltnuß.

Es seynd gegeben die Grösse AB. EF. CD / und A verhalte sich zu B / als wie E zu F. und auch C verhalte sich zu D / gleich wie dieselbe E zu F. u. s. f. diesen nach saget man / daß es seyn werde A. B :: C. D.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß A zu B ⊓ ist / der Verhaltnuß E zu F. d. d. Vorg.
so wird A so offt B begreiffen / als E die F. oder /
A wird so offt von B begriffen / als E von F.

Es ist aber gegeben die Verhaltnuß C zu D ⊓ / der Verhaltnuß E zu F.
so wird auch C so offt D begreiffen / als E die F / oder /
C wird so offt von D begriffen seyn / als E von F.

Dahero wird auch A so offt B begreiffen / als C die D / oder d. 1. 25. 1.
A wird so offt von B begriffen / als C von D.

Worauff folget / daß dann seye A B :: C. D. } d. 6. def. 5.
Welches zu beweisen ware. } d. 7. def. 5.

Anmerckung.

Die Grösse / welche gegen andern Grösse einerley Verhaltnuß haben / haben auch unter sich einerley Verhaltnuß

A	2.	B	1.	:: C	6.	D.	3.
E	8	F	4.	:: G	12.	H.	6.

Wann es ist A. B :: C. D / und E. F :: A. B / und G. H :: C. D so saget man / daß auch seye E. F :: G. H; dann weilen die Verhaltnusse E zu F / und C zu D ⊓ seint der Verhaltnuß A zu B: so wird durch die 11. 5. seyn E. F :: C. D. und wiederum indeme die Verhaltnusse E zu F / und G zu H ⊓ seint / der Verhaltnuß C zu D: so wird auch durch dieselbe 11. 5 seyn / E. F :: G. H.

Die XII. Vorgab. Betrachtung.

Wann so viel Gröſſe seint/ als man wil/ welche einerley Verhältnuß gegen andere Gröſſe haben: so wird seyn/ gleich wie sich ein vorgehend zu seinem Nachgehenden verhaltet: also werden alle Vorgehende zusammen genommen/ sich zu allen Nachgehenden zusammen genommen verhalten.

Es seynd gegeben die Gröſſe A. C. E. welche einerley Verhaltnuß haben/ zu denen Gröſſe B. D. F. das ist/ A. B :: C. D :: E. F. Dieſen nach saget man/ daß auch seyn werde/ gleich wie ein vorgehendes A sich zu seinem nachgehenden B verhaltet: Also werden alle Vorgehende A. C. E sammentlich/ sich zu allen Nachgehenden B. D. F sammentlich verhalten/ das ist/ es werde seyn A. B :: A + C + E. B + D + F.

Beweiß. Dieweilen die Gröſſe A. C. E einerley Verhaltnuß zu ihren Nachgehenden B. D. F haben.

So werden sie ihre Nachgehende in gleicher Anzahl begreiffen/ nemlich ein jede das Seine: oder/ so werden sie von ihren Nachgehenden in gleicher Anzahl begriffen werden/ nemlich eine jede von dem Seinen. d. 5. def. 5.

Gesetzt/ es seye ein Vorgehendes/ gleich wie A/ doppelt/ oder dreyfach seines Nachgehenden B.

So folget/ daß auch die andere C und E/ doppelt/ oder dreyfach seyn werden ihrer Nachgehenden D und F.

Auff solche Weise (weilen dann beyderseits gleichförmige Gröſſe zusammen genommen werden) nun klar/ daß die gantze Summen deren Vorgehenden auch doppelt oder dreyfach/ der gantzen Summen deren Nachgehenden seyn werde/ gleich wie das eine vorgehend A doppelt oder dreyfach gesetzt ware seines Nachgehenden B (dann beyderseits eine gleichförmige Zusammensetzung geschiehet).

Und dahero die gantze Summen deren vorgehenden/ so offt die gantze Summen deren nachgehenden begreiffen werde/ oder die gantze Summen deren vorgehenden/ so offt von der gantzen Summen deren Nachgehenden begriffen seyn wird/ wie offt ein vorgehendes/ sein Nachgehendes begreiffet/ oder ein Vorgehendes von seinem Nachgehenden begriffen ist.

Deßwegen wird seyn A. B :: A + C + E. B + D + F. } d. 6. def. 5. 7. def. 5.

Welches zu beweisen ware.

Folge. Wann man gleichförmige geproportionirte Gröſſe zu gleichförmigen geproportionirten Gröſſe hinzu setzet/ so wird auch die Summa gleichförmig geproportionirt seyn.

Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste Grösse zu der anderten eine solche Verhaltnuß hat/ als wie die dritte zu der vierten. Die dritte aber zu der vierdten eine grössere Verhaltnuß hat/ als die fünffte zu der sechsten: so wird auch die erste Grösse/ zu der anderten eine grössere Verhaltnuß haben/ als die fünffte zu der sechsten.

Es ist gegeben/ daß die Verhaltnuß der ersten Grösse A zu der anderten B ⊓ seye/ als die Verhaltnuß der dritten C zu der vierdten D. Die Verhaltnuß der dritten C zu der vierten D aber/ ist auch ⌜ gegeben/ als die Verhaltnuß der fünfften E zu der sechsten F. Diesen nach saget man/ daß auch die Verhaltnuß der ersten A zu der anderten B ⌜ seye/ als die Verhaltnuß der fünfften E zu der sechsten F.

Beweiß.

Die Verhaltnuß C zu D ist ⌜ gegeben/ als die Verhaltnuß E zu der F. d. d. Vorg.
Haben o C öffter begreiffen werde die D/ als E die F. d. 5. def. 5.
Es ist unterdessen C. D :: A. B. oder C. D ⊓/ A. B. d. d. Vorg.
Folget/ daß auch A öffter begreiffen werde die B/ als E die F.
Unterdessen wird A zu B auch eine grössere Verhaltnuß haben/ als E zu F. d. 7. def. 5.
Welches zu beweisen wäre.

Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste Grösse zu der anderten sich verhaltet/ als wie die dritte zu der vierten: wann nun die erste Grösse gröſſer/ kleiner oder gleich ist der dritten: so wird auch die anderte Grösse gröſſer/ kleiner/ oder gleich seyn der vierten.

Es seye gegeben/ daß sich verhalte A. B :: C. D. diesen nach saget man: Wann die erste A ⌜/ ¬/ oder ⊓ ist/ der dritten C, so werde auch die anderte B ⌜/ ¬/ oder ⊓ seyn/ der vierdten D.

Beweiß.

Seye erstlich gesetzt/ daß A ⌜ seye/ als C.
so saget man/ daß auch B ⌜ seye/ als D.
Dann/ weilen A ⌜ ist/ als C.
so wird die Verhaltnuß A zu B ⌜ seyn/ als die Verhaltnuß C zu B. d. 5 dec. 5.
Unterdessen ist die Verhaltnuß A zu B ⊓ der Verhaltnuß C zu D d. 10 Def. 5.
Dahero werde auch die Verhaltnuß C zu D ⌜ seyn/ als
die Verhaltnuß C zu B.
Und deßwegen wird D ¬ seyn/ als B; oder (so ein Ding) B ist ⌜/ als D. d. 10 5.
Welches zu beweisen ware.

Eben auff solche Art solte bewiesen werden/ daß/ wann die Grösse A ¬/ oder ⊓ gegeben würde der C/ auch B ¬/ oder ⊓ seyn solte/ der D.

Die XV. Vorgab. Betrachtung.

Die Theile halten sich gegen einander/ gleich wie ihre gleichförmige vielfache/ wann sie nur rechtmässiger Weise gegen einander gehalten werden.

Es seynd gegeben die Theile E/ und K deren gleichförmig vielfachen Grösse AD/ und FI.

Disen nach sagen man/ daß es seye EK :: AD. FI.

Beweiß.

Dieweilen AD/ und FI gleichförmig vielfache seynt deren Theile E/ und K. — d. d. Vorg.
so wird AD so offt begreiffen E/ als FI die K. — d. 2. an def. 2. 5.
Dahero ist AB. FG :: E. K (dann AB ist E/ und FG ⊓ ist/ K) — d. 7. 5.
Auff solche Weise wird auch seyn BC. GH/ und CD. HI :: EK.
Und derowegen haben AB. BC. CD zu FG. GH. HI einerley Verhaltnuß unter sich — d. 11. 5.
Folgends schliesset man/ daß sich alsdann verhalte A B zu FG (das ist/ E zu K) gleich wie AD sich verhalte zu FI. — d. 12. 5.
Nemlich/ als wie ein Vorgehendt zu seinem Nachgehenden sich verhaltet/ also werden alle vorgehende sammentlich sich zu allen Nachgehenden verhalten.
Dahero halten sich die Theile gegen einander/ gleich wie ihre gleichförmig vielfache.
Welches zu beweisen ware.

Die XVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier Grösse geproportionirt seynd; so werden sie auch durch die Verwechslung geproportionirt verbleiben.

Es ist gegeben/ daß sich verhalte AG, B :: CH. D. Diesen nach saget man/ daß durch die Verwechslung seyn werde/ AG, CH :: B, D

Beweiß.

Gesetzt/ daß die Nachgebende B/ und D ‖ seint / ihren vorgehenden AG/ und CH.

So ist klar/ daß ein Ding seye/ AG. CH :: B, D.
oder AG, B :: CH. D (dann wegen Gleichheit deren Grösse / auch die Verhaltnusse einander gleich seynd)/ d. 7 5.

Setze man jetzund / daß B/ und D kleiner seynd/ als AG/ und CH.

Alsdann geschicht (weilen gegeben ist AG. B :: CH. D) d. d. Vorg.
daß B und D gleichförmige Theile ihrer gantzen AG/ und CH seint. d. 5. d. 5.
und dahero sich verhalte AG/ CA :: B, D. d. 15. 5.

Werden letztlich AG und CH kleiner gesetzt/ als B und D

So folget abermahlen/ weilen es ist AG. B :: CH. D) d. d. Vorg.
daß AG und CH gleichförmige Theile ihrer gantzen B und D seint.
und dahero sich verhalten AG, CH :: B. D. d. 15. 5.

Welches zu beweisen ware.

Die XVII. Vorgab. Betrachtung.

Wann zusammengesetzte Grösse geproportionirt seint: so werden sie auch vertheilet geproportionirt seyn.

Es ist gegeben AC → CB GB :: DE → EF. EF/ diesen nach saget man/daß sie auch durch die Vertheilung geproportionirt seynd/ nemlich AC. CB :: DE. EF.

Beweiß.

Dieweilen gegeben ist AC → CB. CB :: DE → EF. EF.
so wird die gantze AB so offt begreiffen CB/ als DF begreifft EF. d. 6. def. 5.

Seye hier gesetzt dreymahl.

Wann unterdessen beyderseits die gleiche Anzahle CB. und FE von ihren gantzen AB/ und DE abgezogen werden.

So wird überbleiben die Grösse AC Π in der Anzahl der Grösse DE/ nemlich beyderseits zwey Theile.

Dahero wird auch AC so offt begreiffen CB/ als DE begreiffet EF. und
folgende seyn. AC. CB :: DE. EF. } d. 6. def. 7. 7. def. 5.

Welches zu beweisen ware.

Die XVIII Vorgab. Betrachtung.

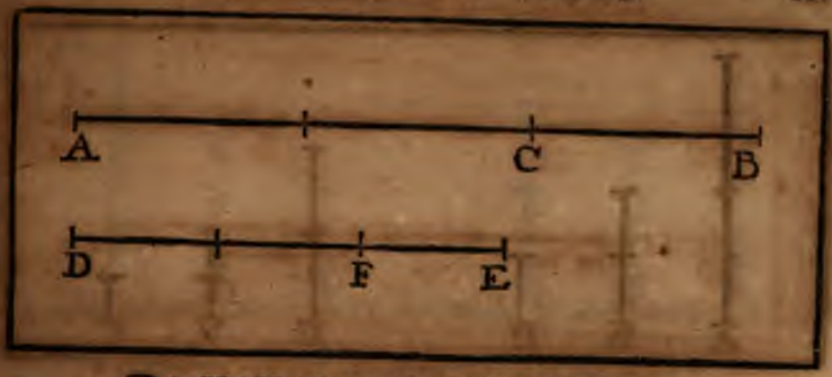
Wann zertheilte Gröſſe geproportionirt seynd: so werden sie auch zusammen gesetzter geproportionirt seyn.

Es ist gegeben AB. BC :: DE. EF. Diesen nach saget man / daß sie auch durch die Zusammensetzung geproportionirt seynd/ nemlich AB → BC. BC :: DE → EF. EF.

Beweiß.

Weilen sich verhaltet AB. BC :: DE. EF.
so wird BC so offt begriffen seyn von AB/ als EF/ von DE/
oder BC wird so offt AB begreiffen / als EF die DE. 6. def. 5.
Gesetzt/ es seye hier zweymahlen geschehen.
Wann man nun zu gleicher Anzahl deren AB und DE/
(nemlich zu zwey gleichen Theile) die gleiche Anzahl BC und EF/
(das ist beederseits einen gleichen Theil hinzu setzet)
So wird AB → BC ∏ an der Anzahl / der DE → EF seyn.
Dahero wird AB → BC so offt BC begreiffen/ als DE → EF
begreiffet den gleichformigen Theil EF.
Und deßwegen seyn AB → BC. BC :: DE → EF. EF. } 6. diffin. 7. diffin.

Welches zu beweisen ware.



Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Gantzes zu einem andern gantzen sich verhaltet/ gleich wie das eine abgezogene Stück/ zu dem andern abgezogenen Stück: so wird auch das eine übrige Stück/ sich zu dem andern übrigen Stück verhalten/ gleich wie anfänglich das eine Gantze zu dem andern gantzen.

Es ist gegeben/ daß sich das gantze AB zu dem andern gantzen DE verhalte/ gleich wie das abgezogene Stück AC/ sich zu dem andern abgezogenen Stück DF verhaltet. Diesem nach saget man/ daß das übrige Stück CB sich auch zu dem andern übrigen Stück FE verhalten werde/ gleich wie das gantze AB sich zu dem andern gantzen DE verhalte.

Beweiß.

Weilen es ist AB. DE :: AC. DF.
so wird auch die Verwerlung seyn AB. AC :: DE. DF. d. 16. 5.
und durch die Zertheilung AC. CB :: DF. FE. (oder so ein Ding) CB. AC :: FE. DF. d. 17. 5. und 4. an. 5.
Abermahlen durch die Verwerlung ist CB. FE :: AC. DF.
Unterdessen aber ist gegeben AC. DF :: AB. DE. d. d. Vorg.
Dahero wird auch seyn CB. FE :: AB. DE.
Welches zu beweisen ware.

Anmerckung.

Hiermit wird die Verwendung als giltig angewiesen/
Wann nemlichen anfänglich ist AB. CB :: DE. FE.
so saget man/ daß auch giltig seye/ durch die Verwendung zu sagen AB. AC :: DE. DF.
Die Ursach/ weilen gegeben ist AB. CB :: DE. FE.
so wird durch die Zertheilung seyn AC. CB :: DF. FE. d. 17. 5.
und durch die Umkehrung wird seyn CB. AC :: FE. DF. d. 4. an. 5.
Letzlich durch die Zusammensetzung AB. AC :: DE. DF. d. 18. 5.
das ist in verwendter Verhaltnuß. d. 16. def. 5.
Welches zu beweisen ware.

Die XX. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey Gröſſe seynd / und zu diesen noch andere drey Gröſſe in ordentlicher Proportion darzu genommen werden / also / daß jederzeit zwey und zwey gegen einander gehaltene einerley Verhaltnuß haben: Wann nun die erste Gröſſe gröſſer / kleiner / oder gleich ist / der dritten; so wird auch die vierdte Gröſſe gröſſer / kleiner / oder gleich seyn der sechsten.

Es ist gegeben / daß die drey Gröſſe A. B. C. gegen denen drey Gröſſe D. E. F. in ordentlicher Proportion stehen / nemlich daß es seye A. B :: D. E / und B. C :: E. F. diesen nach saget man / daß

Wann A ⌜ ist / als C; auch D ⌜ seyn werde / als F / und so fort / ꝛc.

Beweiß.

Weilen A ⌜ ist / als C / so wird die Verhaltnuß A zu B ⌜ seyn / als die Verhaltnuß C zu B. — d. d. Vorg. d. 5. 1.

Die Verhaltnuß D zu E ist unterdessen ⌐ der Verhaltnuß A zu B. — d. d. Vorg.

Dahero wird auch die Verhaltnuß D zu E ⌜ seyn / als die Verhaltnuß C zu B.

Es ist aber B. C :: E. F. — d. d. Vorg.

und durch die Umbkehrung C. B. :: F. E. — d. 4. ad 5.

Deßwegen wird auch die Verhaltnuß D zu E ⌜ seyn / als die Verhaltnuß F zu E.

Darauß folget letzlich / daß dann D ⌜ seye / als F. — d. 10. 5.

Eben auff solche Weise solte bewiesen werden / wann A ⌝ / oder ⌐ gegeben wird der C; daß auch D ⌝ / oder ⌐ wäre / der F.

Welches zu beweisen ware.

Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey Grösse seynd/ und noch andere drey Grösse nach solcher Beschaffenheit darzu genommen werden/ also/ daß jederzeit zwey und zwey gegen einander gehaltener einerley Verhaltnuß haben / doch aber in einer verruckten Ordnung: Wann nun die erste Grösse/ gröſſer/ kleiner/ oder gleich ist der dritten: so wird auch die vierte Grösse gröſſer / kleiner oder gleich seyn der sechsten.

Es ist gegeben/ daß die drey Grösse A. B. C/ gegen denen drey Grösse D. E. F. in verruckter Proportion stehen / nemlich A. B :: E. F/ und B. C :: D. E. Diesen nach saget man / wann A ⌜ seye/ als C/ daß auch D ⌜ seye/ als F. u. s. f.

Beweiß.

Weilen A ⌜ ist/ als C/ so wird die
Verhaltnuß A zu B ⌜ seyn / als die Verhaltnuß C zu B. d. 8. 5.
Die Verhaltnuß A zu B ist aber ⊓ der Verhaltnuß E zu F. d. d. Vorg.
Dahero wird die Verhaltnuß E zu F ⌜ seyn/ als die Verhaltnuß
C zu B.
Unterdessen ist gegeben B. C :: D. E.
Und durch die Umbkehrung C. B :: E D d. 4. 5.
Dahero wird die Verhaltnuß E zu F ⌜ seyn als die Verhaltnuß E zu D.
Darauß folget/ daß auch D ⌜ seye/ als F. d. 10. 5.

Welches zu beweisen ware.

Eben auff solche Art beweiset man/ daß/ wann A ⌝/ oder ⊓ ist / der C; auch D ⌝/ oder ⊓ seye der F.

Die XXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann so viel Grösse seynd (als man will) und denen noch andere gleich an der Zahl in ordentlicher Proportion genommen werden: so werden solche Grösse auch in der Verhaltnuß auß einer Gleichheit seyn.

Es ist gegeben/ daß sich die drey Grösse A. B. C. zu denen drey Grösse D. E. F. in ordentlicher Proportion halten/ das ist A. B :: D. E/ und B. C :: E. F. Diesem nach sagt man/ daß man auß dergleichen giltig schliessen könne A. C :: D. F.

Beweiß.

Weilen gegeben ist A. B :: D. E.
so wird durch die Verwexlung seyn A. D :: B. E. d. 16. 5.
Abermahlen ist gegeben B. C :: E. F.
so wird auch durch die Verwexlung seyn B. E :: C. F. d. 16. 5.
Indeme nun ist/ so wol A. D :: BE.
als B. E :: C. F.
So schliesset man/ daß auch seye A. D :: C. F; d. 11. 5.
und durch die Verwexlung A. C :: D. F. d. 16. 5.
Welches zu beweisen ware.

Die XXIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann so viel Grösse seynd/ (als man wil) und denen noch andere gleich an der Anzahl in einer verruckten Proportion genommen werden: so werden solche Grösse auch in der Verhaltnuß auß einer Gleichheit seyn.

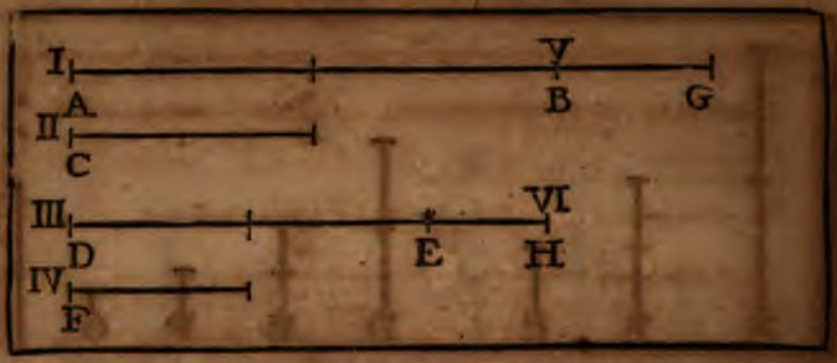
Es ist gegeben/ daß sich die drey Grösse A. B. C zu denen drey Grösse D. E. F. in verruckter Proportion halten; nemlich daß es seye A. B :: E F/ und B. C:: D.E. Diesem nach saget man/ daß man auß dergleichen gültig schliessen möge A.C :: D.F.

Zubereitung.

Mache vorhero B. C :: F zu einer andern/ als wie nemlich zu G.

Beweiß.

Es ist gegeben B. C :: D. E.	d. d. Vorg.
und gemacht worden B.C :: F.G.	d. d Zub.
Folget/ daß auch seye D. E :: F. G.	d. 11 5.
und durch die Verwerlung D. F :: E. G.	d. 16. 5.
Unterdessen ist auch gegeben A. B :: E. F/ oder/	d. d. Vorg.
so ein Ding ist E. F :: A. B.	
Und gemacht worden B.C :: F. G/ oder/	d. d. Zub.
so ein Ding ist/ F. G :: B. C.	
Dahero wird auß dergleichen seyn E. G :: A. C.	d. 22. 5.
Es ist aber schon bewiesen worden DF :: E. G.	
Deßwegen schliesset man/ daß letztlich seye A. C :: D. F.	d. 11. 5.
Welches zu beweisen ware.	



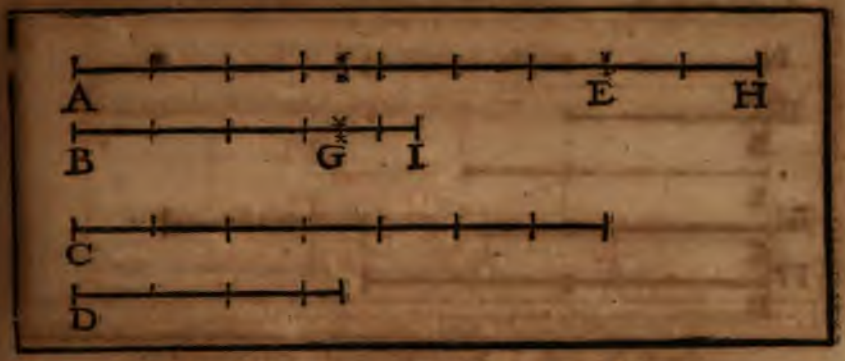
Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste Grösse sich also gegen der anderen verhaltet/ gleich wie die dritte gegen der vierten/ und haltet sich auch die fünffte also zu der anderten/ gleich wie die sechste zu der vierten; so wird auch die erste/ und fünffte zusammen also zu der anderten sich verhalten/ gleich wie die dritte und sechste zusammen zu der vierten.

Es ist gegeben/ daß die erste AB sich verhalte zu der anderten C/ gleich wie die dritte DE zu der vierten F. und die fünffte BG verhalte sich auch zu der anderten C/ gleich wie die sechste EH zu der vierten F. Diesem nach saget man/ daß es seyn werde AB → BG. C :: DE → EH. F.

Beweiß.

Weilen es ist BG. C :: EH. F. b.d. Vorg.
so wird seyn durch die Umbkehrung C. BG :: F. EH. b.d. an. 5.
Es ist aber AB. C :: DE. F. b.d. Vorg.
Und wie es bewiesen worden C. BG :: F. EH.
Folget/ daß auß dergleichen seye AB. BG :: DE. EH. d. 22. 5.
Und durch die Zusammensetzung AB → BG. BG :: DE → EH. EH. d. 18. 5.
Es ist auch gegeben BG. C :: EH. F. b.d. Vorg.
Deßwegen letztlich auß dergleichen seyn werde AB → BG. C :: DE → EH. F.
Welches zu beweisen ware.



Die XXV. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier Grösse geproportionirt seynd/ so wird allzeit die grössere/ und die kleineste zusammen genommen grösser seyn/ als die zwo übrige zusammen genommene.

Es ist gegeben/ daß seye AH. BI :: C. D/ und daß AH die grösse/ und also D die kleinste Grösse seye. Diesem nach saget man/ daß die zwey Grösse AH + D ∏ seynd/ als die zwo übrige BI + C.

Zubereitung.

Von AH ziehe ab das Stück AE ∏/ der C. und von BI daß Stück BG ∏/ der D.

Beweiß.

Nunmehro verhaltet sich AH. BI :: AE. BC.
(dann AE ∏/ der C/ und BG ∏/ der D gemacht ist)
Dahero auch seyn werde EH. GI :: AH. BI. 9. 19. 5.
Unterdessen ist AH ∏ gegeben/ als BI.
Folget/ daß auch EH ∏ seye als GI.
Wann man entzwischen zu denen zwey gleichen Grösse AE/ und C. zwey gleiche Grösse D/ und BG hinzu setzet.
So wird AE + D ∏ seyn/ der C + BG.
Wann man aber zu diesen zwey gleichen Grösse AE + D und C + BG noch die zwey ungleiche Grösse/ nemlich EH/ und GI/ beyderseits hinzu setzet.
So folget letztlich/ daß AE + D + EH/ das ist AH + D ∏ seye/ als C + BG + GI/ das ist BI + C.
Welches zu beweisen ware.

Die XXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste Grösse zu der anderten eine grössere Verhaltnuß hat / als die dritte zu der vierten: so wird durch die Umbkehrung die anderte zu der ersten eine kleinere Verhaltnuß haben / als die vierte zu der dritten.

Es ist gegeben / daß die erste A zu der anderten B eine grössere Verhaltnuß habe / als die dritte C / zu der vierten D. Diesem nach saget man / daß nach der Umbkehrung das Gegenspiel geschicht / und B zu A eine kleinere Verhaltnuß / als D zu C habe.

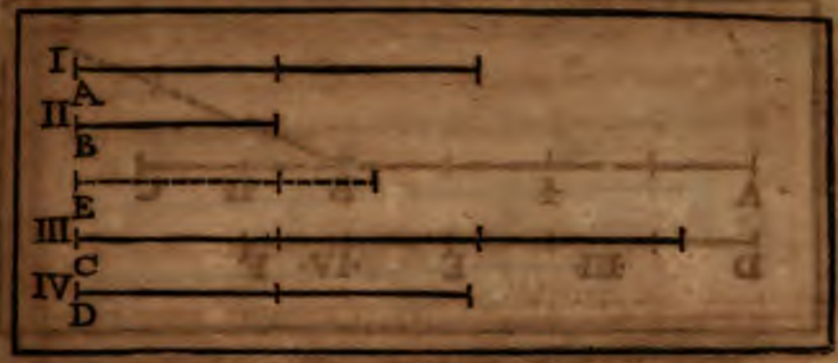
Zubereitung.

Seye gemacht C. D :: E. B.

Beweiß.

Die Verhaltnuß A zu B ist ⌜ / als die Verhaltnuß C zu D. d d. Vorg.
Dahero wird auch die Verhaltnuß A zu B ⌜ seyn / als die Verhaltnuß E zu B.
Und deßwegen ist die A ⌜ / als die E. d. 10. 5.
Darauff folget aber / daß die Verhaltnuß B zu A ⌝ seye / als die Verhaltnuß B zu E. d. 8. 5.
Es ist aber gemacht E. B :: C. D. d. d. Zub.
Und durch die Umbkehrung ist B. E :: D. C. d d. an. 4. 5.
Dahero ist auch die Verhaltnuß B zu A ⌝ / als die Verhaltnuß D zu C.

Welches zu beweisen ware.



Die XXVII. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste zu der anderten eine grössere Verhaltnuß hat / als die dritte zu der vierdten: so wird auch durch die Verwexlung die erste zu der dritten eine grössere Verhaltnuß haben / als die anderte zu der vierdten.

Es ist gegeben / daß die Verhaltnuß der ersten A zu der anderten B ⌜ seye / als die Verhaltnuß der dritten C zu der vierdten D. Diesem nach saget man / daß nach der Verwexlung A zu C auch eine grössere Verhaltnus haben werde / als B zu D.

Zubereitung.

Mache vorhero C. D :: E. B.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß A zu B ⌜ ist / als die Verhaltnuß C zu D. dd. Vorg.

So ist auch die Verhaltnuß A zu B ⌜ / als die Verhaltnuß E zu B und deßwegen ist die A ⌜ / als die E. d. 10 5.

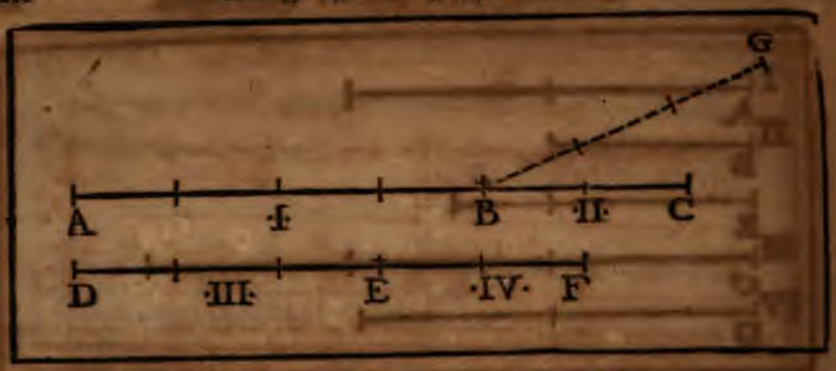
Darauff folget auch / daß die Verhaltnuß A zu C ⌜ seye / als die Verhaltnuß E zu C. d. 8. 5.

Es ist aber gemacht E B :: C. D. d. d Zub.

Und durch die Verwexlung ist E C :: B D. d. 16. 5.

Dahero ist auch die Verhaltnuß A zu C ⌜ / als die Verhaltnuß B zu D.

Welches zu beweisen ware.



Die XXVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste zu der anderten eine grössere Verhaltnuß hat/ als die dritte zu der vierten/ so wird auch durch die Zusammensetzung die erste mit der anderten/ zu der anderten eine Grössere Verhaltnuß haben als die dritte mit der vierten/ zu der vierten.

Es ist gegeben/ daß die Verhaltnuß der ersten Grösse AB/ zu der anderten BC ⌜ seye/ als die Verhaltnuß der dritten Grösse DE zu der vierten EF. Diesen nach sagt man/ daß nach der Zusammensetzung auch AB → BC/ zu BC eine grössere Verhaltnuß habe/ als DE → EF zu EF.

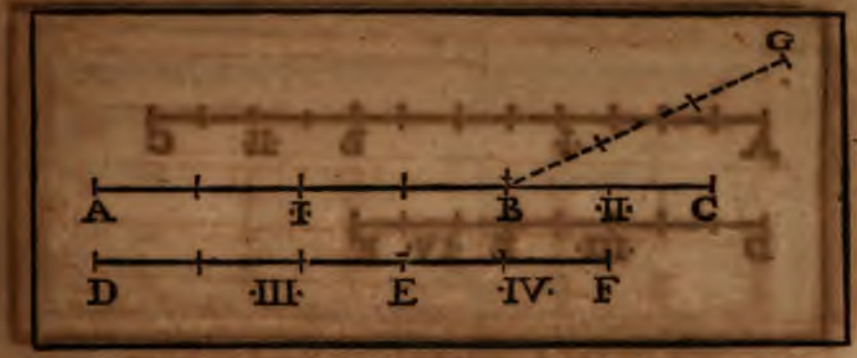
Zubereitung.

Seye vorhero gemacht GB. BC :: DE. EF.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß AB zu BC ⌜ ist/ als die Verhaltnuß DE zu EF. d. d. Vorg.
so wird auch AB zu BC eine grössere Verhaltnuß haben/ als GB zu BC.
Dahero ist die AB ⌜/ als die GB. d. 10. 5.
Wann nun zu diesen ungleichen Grösse beyderseits die gemeine BC hinzu gesetzt wird/
So wird noch AB → BC ⌜ seyn/ als GB → BC.
Unterdessen ist gemacht GB. BC :: DE. EF. p. 8. Zus.
Und durch die Zusammensetzung ist GB → BC. BC :: DE → EF. EF p. 18. 5.
Dahero auch die Verhaltnuß AB → BC zu BC ⌜ ist/ als die d. 1. 5.
Verhaltnuß GB → BC zu BC.
Es ist aber die Verhaltnuß GB → BC zu BC ⌐/ der verhaltnuß DE → EF zu EF.
Deßwegen wird noch die verhaltnuß $\frac{AB \rightarrow BC}{BC}$ ⌜ seyn/ als $\frac{DE \rightarrow EF}{EF}$.

Welches zu beweisen ware.



Die XXIX. Vorgab. Betrachtung.

Wann durch die Zusammensetzung/ die erste mit der anderten Grösse/ zu der anderten eine gröſſere Verhaltnuß hat/ als durch die Zusammensetzung/ die dritte mit der vierten/ zu der vierten: so wird auch durch die Zertheilung/ die erste zu der anderten eine gröſſere Verhaltnuß haben/ als die dritte zu der vierten.

Es ist gegeben/ daß AB → BC/ zu BC eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als DE → EF zu EF. Diesem nach saget man/ daß nach der Zertheilung auch AB zu BC eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als DE zu EF.

Zubereitung.

Mache/ daß es seye GB → BC. BC :: DE → EF. EF.

Beweiß.

Weilen AB → BC zu BC eine gröſſere Verhaltnuß hat/ als DE → EF zu EF. d. d. Vorg.

So wird auch AB → BC zu BC eine gröſſere Verhaltnuß haben/ als GB → BC. zu BC.

Dahero ist die AB → BC ⌐/ als die GB → BC. d. 10. 5.

Wann nun beyderseits so wohl von AB → BC als GB → BC die gemeine BC darvon gezogen wird.

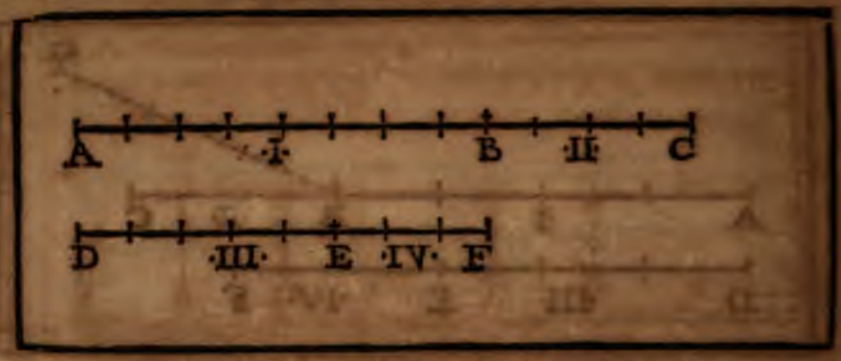
so wird auch überbleiben AB ⌐/ als GB. d. 5. ax.

Unterdessen ist gemacht GB → BC. BC :: DE → EF. EF. d. d. Zub.

Und durch die Zertheilung ist GB. BC :: DE. EF. d. 17. 5.

Folget/ daß auch AB zu BC eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als GB zu BC/ oder dergleichen DE zu EF.

Welches zu beweisen ware.



Die XXX. Vorgab. Betrachtung.

Wann durch die Zusammensetzung/ die erste mit der anderten Gröſſe/ zu der anderten eine gröſſere Verhaltnuß hat/ als durch die Zusammensetzung/ die dritte mit der vierten zu der vierten/ so wird entgegen durch die Verwendung die erste und anderte zusammen/ zu der ersten eine kleinere Verhaltnuß haben/ also die dritte und vierte zusammen zu der dritten.

Es ist gegeben/ daß die zusammen gesetzte AB → BC zu BC eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als DE → EF zu EF: Diesem nach saget man/ daß nach der Verwendung das Gegenspiel geschicht/ und AB → BC. zu AB eine kleinere Verhaltnuß habe/ als DE → EF zu DE.

Beweiß.

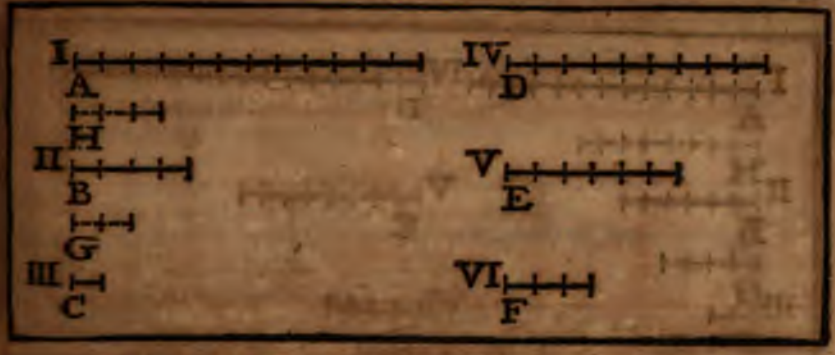
Dieweilen AB → BC zu BC eine gröſſere Verhaltnuß hat/ als DE → EF zu EF. d. 9. Vorg.

So ist durch die Zertheilung dannoch die Verhaltnuß AB zu BC gröſſer/ als die Verhaltnuß DE zu EF. d. 29. 5.

Entgegen durch die Umbkehrung hat BC zu AB eine kleinere Verhaltnuß/ als EF zu DE. d. 26. 5.

Und eben durch die Zusammensetzung hat AB → BC zu AB eine kleinere Verhaltnuß/ als DE → EF zu DE. d. 28. 5.

Welches zu beweisen ware.



Die XXXI. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey Grösse seynd / und diesen noch andere drey nach solcher Beschaffenheit darzu genommen werden / also / daß die Verhaltnuß der ersten zu der anderten grösser seye / als die Verhaltnuß der vierten zu der fünfften; und abermahlen die Verhaltnuß der anderten zu der dritten auch grösser seye / als die Verhaltnuß der fünfften zu der sechsten: So wird auch auß dergleichen die erste zu der dritten eine grössere Verhaltnuß haben / als die vierte zu der sechsten.

Es ist gegeben / daß die erste Grösse A zu der anderten B eine grössere Verhaltnuß habe / als die vierte D zu der fünfften E / und abermahlen die anderte B zu der dritten C eine grössere Verhaltnuß habe / als die fünffte E zu der sechsten F. Diesem nach saget man / daß nach der Verhaltnuß auß einer Gleichheit auch A zu C eine grössere Verhaltnuß habe / als D zu F.

Zubereitung. Mache / daß seye G.C :: EF und H.G :: DE.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß B zu C ⌜ ist / als die Verhaltnuß E zu F / d.d. Vorg.
So ist auch die Verhaltnuß B zu C ⌝ / als die Verhaltnuß G zu C. d. 10 5.
Dahero folget / daß die B ⌜ seye / als die G.
Und deßwegen ist die Verhaltnuß A zu G auch ⌜ /
als die Verhaltnuß A zu B. d. 8. 5.
Es ist aber gegeben / daß die Verhaltnuß A zu B ⌝ seye /
als die Verhaltnuß A zu B. d. d Vorg.
Folget dahero / daß A noch viel eine grössere Verhaltnuß habe zu G / als D zu E.
Ferners / weilen gemacht ist / H.G :: D.E.
so wird auch A eine grössere Verhaltnuß haben zu G / als H zu G.
und deßwegen ist die A ⌜ / als die H. d. 10. 5.
Darauff folget / daß die Verhaltnuß A zu C auch ⌜ seye /
als die Verhaltnuß H zu C. d. 8. 5.
Es ist aber gemacht H. G :: D. E d. d. Zub.
und G.C :: E. F.
und auß dergleichen ist H.C :: D. F. d 22. 5.
Dahero schliesset man / daß auch A zu C noch eine grössere Verh- habe / als D zu F.
Welches zu beweisen ware.

Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey Grösse seynd/ und diesen darzu noch andere drey nach solcher Beschaffenheit genommen werden/ daß nemlich die erste zu der anderten eine grössere Verhaltnuß habe/ als die fünffte zu der sechsten: und abermahlen die anderte zu der dritten eine grössere Verhaltnuß habe/ als die vierdte zu der fünfften: so wird auch auß dergleichen die erste zu der dritten ein grössere Verhaltnuß haben/ als die vierte zu der sechsten.

Es ist gegeben/ daß die erste Grösse A zu der anderten B eine grössere Verhaltnuß habe/ als die fünffte E zu der sechsten F. und abermahlen die anderte habe eine grössere Verhaltnuß zu der dritten C/ als die vierte D zu der fünfften E hat. Diesem nach saget man/ daß auß der Verhaltnuß einer Gleichheit auch eine grössere Verhaltnuß zu C habe/ als D zu F.

Zubereitung.

Mache vorgehends/ daß seye G. C :: D. E.
und H. G :: E. F.

Beweiß.

Es ist gegeben/ daß die Verhaltnuß B zu C grösser seye/
als die Verhaltnuß D zu E. d. d. Vorg.
Dahero auch B zu C eine grössere Verhaltnuß hat/ als G zu C.
Und deßwegen ist die B grösser/ als die G. d. 10. 5.
Und folgends hat A eine grössere Verhaltnuß zu G
als dieselbe A zu B. d. 8. 5.
Es ist aber gegeben/ daß A eine grössere Verhaltnuß habe
zu der B/ als die E/ zu der F. d. d. Vorg.

Folget dann/ daß A noch viel eine gröſſere Verhaltnuß habe zu G/ als E zu F.

Indeme auch gemacht iſt H. G :: E. F. d. d. Zub.

So wird auch A zu G eine gröſſere verhaltnuß haben/ als H zu G.

Und deßwegen iſt die A Γ/ als die H. d. 10 5.

Darauff folget/ daß A eine gröſſere verhaltnuß zu C habe/ als H zu derſelben C. d. 5. 5.

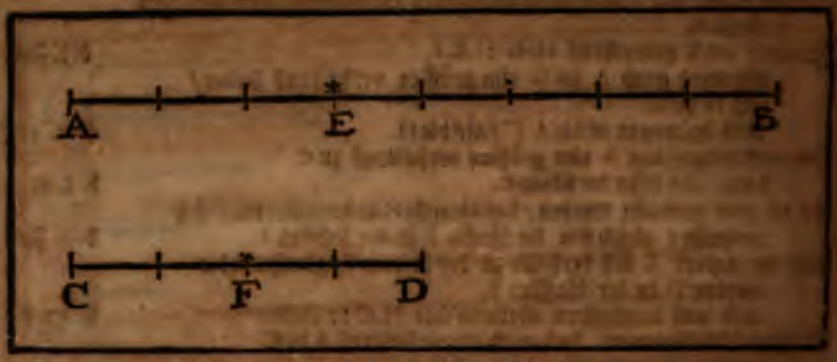
Es iſt aber gemacht worden/ daß die erſte H zu der anderten G ſich verhalte/ gleich wie die fünffte E zu der ſechſten F. d. d. Zub.

Und die anderte G ſich verhalte zu der dritten C/ gleich wie die vierdte D zu der fünfften E.

und auß dergleichen alsdann ſeye H. C :: D. F. d. 23. 5.

Dahero ſchlieſſet man/ daß auch die verhaltnuß A zu C gröſſer ſeye/ als die verhaltnuß D zu F.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXXIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine gantze Grösse zu einer andern gantzen Grösse eine grössere Verhaltnuß hat/ als das eine davon abgezogenes Stück zu dem andern davon abgezogenen Stück: so wird hernach das eine übrige Stück/ zu dem andern übrigen Stück eine grössere Verhaltnuß haben/ als das eine Gantze zu dem andern Gantzen.

Es ist gegeben/ daß die gantze AB eine grössere Verhaltnuß zu der andern gantzen CD habe/ als daß abgezogene Stück AE zu dem andern abgezogenen Stück CF. Diesem nach saget man nun/ daß das übrige Stück EB eine grössere Verhaltnuß habe zu dem übrigen Stück FD/ als die gantze AB zu der gantzen CD.

Beweiß.

Es ist gegeben/ daß AB zu CD eine grössere Verhaltnuß habe/ als AE zu CF — d. 5. Vorg.

So wird durch die Verwerlung auch AB zu AE eine grössere Verhaltnuß haben/ als CD/ zu CF. — d. 27. 5.

Entgegen durch die Verwendung hat AB zu EB eine kleinere Verhaltnuß/ als CD zu FD. — d. 30. 5.

Dahero durch die Verwerlung hat auch AB zu CD eine kleinere Verhaltnuß/ als EB/ zu FD. — d. 27. 5.

Das ist ein Ding/ als wann man sagete/ daß die Verhaltnuß EB zu FD (nemlich eines übrigen Stück/ zu dem andern übrigen Stück) kleiner sey als AB zu CD (nemlich eines gantzen zu dem andern gantzen).

Welches zu beweisen ware.

Die XXXIV. Vorgab. Betrachtung.

Wann so viel Grösse auff einer Seiten / als auff der andern Seiten seynd / und die erste auff einer Seiten habe eine grössere Verhaltnuß zu der ersten auff der andern Seiten / als die anderte auff der einen Seiten / zu der anderten auff der anderten Seiten / und auch die anderte auff der einen Seiten habe eine grössere Verhaltnuß zu der anderten auff der anderten Seiten / als die dritte auff der einen Seiten / zu der dritten auff der anderten Seiten / und so fort. So geschicht / daß die Grösse sammentlich auff einer Seiten eine grössere Verhaltnuß haben zu denen Grösse sammentlich auff der andern Seiten / als die übrige Grösse sammentlich (wann beyderseits die erste darvon seynd abgezogen worden) zu denen übrigen Grösse sammentlich auff der andern Seiten. Eine kleinere Verhaltnuß aber / als die erste zu der ersten; und letztlich eine grössere Verhaltnuß / als die letzte zu der letzten.

Es seynd gegeben auff einer Seiten die drey Grösse A. B. C / und auff der andern Seiten die drey Grösse D. E. F. und A habe zu D eine grössere Verhaltnuß / als B. zu E / und auch B zu E habe eine grössere Verhaltnuß / als C zu F. Diesem nach saget man / daß die Verhaltnuß auß denen A + B + C ⌜ seye zu denen D + E + F / als die Verhaltnuß deren übrigen B + C zu denen übrigen E + F. Die Verhaltnuß deren A + B + C seye aber ⌝ zu denen D + E + F / als A zu D hat. Letztlich / daß auch die Verhaltnuß deren A + B + C ⌜ seye zu denen D + E + F / als C zu F.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß A zu D ⌜ ist / als die Verhaltnuß B zu E. So wird durch die Verwerlung auch die Verhaltnuß A zu B ⌜ seyn / als die Verhaltnuß D zu E. d. d Borg.

Und durch die Zusammensetzung wird auch die Verhaltnuß A + B zu B ⌜ seyn / als die Verhaltnuß D + E zu E. d. 27. 5.

Und wiederumb durch die Verwerlung ist die Verhaltnuß der A + B ⌜ zu D + E / als die Verhaltnuß B zu E. d. 28. 5.

Nach dem dann die gantze A + B zu der gantzen D + E eine grössere Verhaltnuß hat / als die abgezogene B zu der abgezogenen E. d. 27. 5.

So wird auch folgends die übrige A zu der übrigen D eine gröſſere Verhaltnuß haben/als die gantze A → B zu der gantzen D → E. d. 7. 5.

Eben auß dieſer Urſach wird B zu E eine gröſſere Verhaltnuß haben/ als die gantze B → C/ zu der gantzen E → F.

Dahero iſt die Verhaltnuß A zu D noch viel ⌐/ als die Verhaltnuß der gantzen B → C zu der gantzen E → F.

Und durch die Verwexlung hat A zu der gantzen B → C eine gröſſere Verhaltnuß/ als D zu der gantzen E → F.

Und durch die Zuſammenſetzung hat die gantze A → B → C eine gröſſere Verhaltnuß/ zu der übrigen B → C/ als die gantze D → E → F/ zu der übrigen E → F. d. 18. 5.

Letzlich wird durch die Verwexlung die Verhaltnuß der gantzen A → B → C zu der gantzen D → E → F ⌐ ſeyn/ als die übrige B → C zu denen übrigen E → F.

Welches zum erſten zu beweiſen ware.

So ſaget man weiters/ daß die Verhaltnuß deren A → B → C ſammentlich zu denen D → E → F ſammentlich ⌐ ſeye/ als die Verhaltnuß A zu D.

Dann die Verhaltnuß der gantzen A → B → C zu der gantzen D → E → F iſt ⌐/ als die Verhaltnuß der abgezogenen B → C zu der abgezogenen E → F.

So folget/ daß auch die übrige A zu der übrigen D eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als die gantzen A → B → C zu der gantzen D → E → F. d. 35. 5.

Welches für das andere zu beweiſen ware.

Letztlich ſaget man/ daß A → B → C ſammentlich zu D → E → F ſammentlich eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als C zu F.

Die Urſach iſt/ weilen B zu E eine gröſſere Verhaltnuß hat/ als C zu F. d. d. Vorh.

Dahero iſt durch die Verwexlung die Verhaltnuß B zu C auch ⌐/ als die Verhaltnuß E zu F. d. 27. 5.

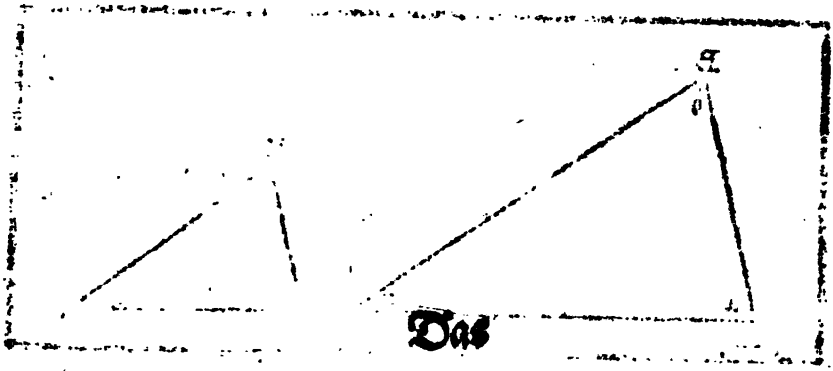
Und durch die Zuſammenſetzung iſt auch die Verhaltnuß der gantzen A → B zu C ⌐/ als die Verhaltnuß der gantzen E → F zu F d. 28. 5.

Und dahero wiederumb durch die Verwexlung hat die gantze A → B zu der gantzen E → F eine gröſſere Verhaltnuß/ als C zu F.

Es iſt unterdeſſen ſchon bewieſen worden/ daß A → B → C zu D → E → F eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als B → C zu E → F.

Dahero ſchlieſſet man/ daß A → B → C zu D → E → F. noch viel eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als C zu F allein.

Welches zu beweiſen ware.

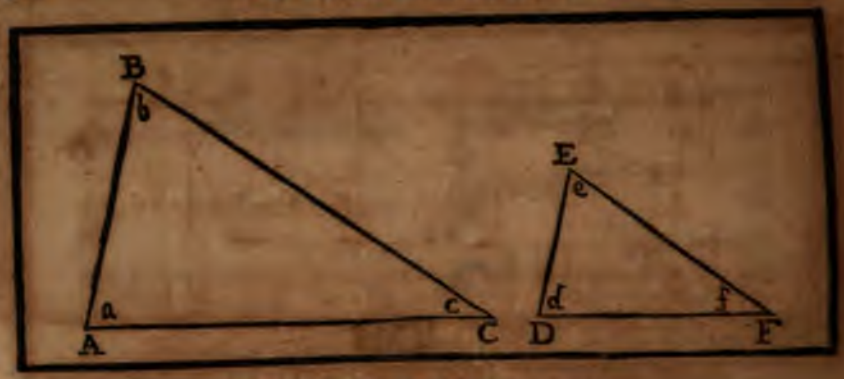


Das

Sechste Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

I.

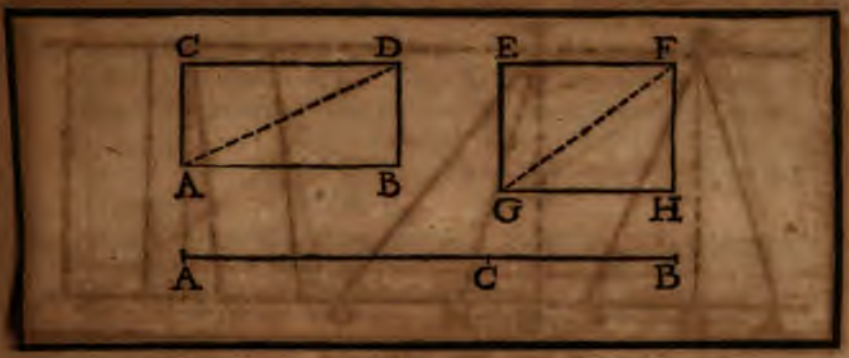
Gleichformige geradtliniſche Figuren ſeint (Figuræ ſimiles), welche alle Winckeln inſonderheit gegen einander gleich groß/ und die Seiten welche umb ſothane gleiche Winckeln ſtehen/ gleich-verhaltend (oder proportionirlich) haben.

Außlegung.

Zwey Sachen müſſen in gleichformigen geradtliniſchen Figuren beobachtet werden; nemlich alle Winckeln inſonderheit einer Figur müſſen gleich ſeyn/ allen Winckeln inſonderheit der andern Figur. Als wie hier in dem △ ABC iſt der ∠ a ⊓/ dem ∠ d in dem △ DEF: und der ∠ b iſt ⊓/ dem ∠ e. und letzlich der ∠ c iſt ⊓/ dem ∠ f.

Hernach müſſen die Seiten/ ſo umb die gleiche Winckeln ſtehen/ gleichverhaltend ſeyn; das iſt/ in dem △ ABC muß ſich die Seiten AC gegen der Seiten AB verhalten/ gleich wie ſich in dem △ DEF/ die Seiten DF zu der Seiten DE verhaltet; ſo muß ſich auch AB zu BC verhalten/ gleich wie DE/ zu EF; und letzlich muß ſich verhalten BC zu CA/ gleich wie ſich verhaltet EF zu FD.

Dieſem nach werden die zwey △ ABC/ DEF einander gleichförmig genant.



II.

Widerkehrliche/ oder widerkehrlich-proportionirte Figuren (Reciprocæ figuræ) seynd/ welche nach solcher Beschaffenheit verhaltend gegen einander seynd/ daß nemlich in der ersten Figur das erste vorgehend/ und das andere nachgehend; in der andern Figur aber/ das erste nachgehendt/ und das andere vorgehend sich befinden.

Auslegung.

Es seynd die zwey ▭ AD/ und GF. Wann sich nun die Seiten AB zu der Seiten GH also verhaltet/ gleich wie die Seiten HF sich verhaltet zu der Seiten BD, das ist/ in dem ersten ▭ AD. befindet sich das erste vorgehend AB/ und das andere Nachgehendt BD. in dem andern ▭ GF aber/ ist das erste nachgehend GH/ und das anderte Vorgehend HF: so werden diesem nach/ beyde ▭ (obwohlen sie nicht gleichförmig seynd) widerkehrliche/ oder Widerkehrlich-proportionirte Figuren genandt.

Weilen die △ ABD/ und GHF die Helffte deren ▭ AD/ und GF seynd/ so werden sie deßwegen auch widerkehrliche Figuren seyn.

III.

Man saget/ daß eine gerade Lini (gleich wie AB) nach der äusserstẽ/ und mittlern Proportion/ oder Verhaltnuß zertheilt seye/ wann die gantze Lini (AB) sich also zu dem grössen Theil (AC) verhalte/ gleich wie derselbe grössere Theil (AC) sich zu den kleinern (CB) verhaltet.

Das ist/ wann es seye AB. AC :: AC. CB. so saget man/ daß die Lini AB nach der äusserstẽ und mittlern Proportion in Punct C seye zertheilet worden.

IV.

Die Höhe einer Figur ist die bleyrechte Lini / welche von dem Spitze / oder Scheidel-Punct / auff die Basis / oder Grund-Lini herunter gelassen wird.

Außlegung.

Allhier in dem △ ABC ist die Höhe / die ⊥ BD / welche auß dem Spitz B auff die Basis AC ist herunter gelassen worden: in dem △ HFG ist die Höhe / die ⊥ EF / welche auß dem Spitz F auff die verlängerte Basis GH ist herunter gezogen worden.

Anmerckung.

Die jene Figur / deren Bases in einer geraden Linien fort stehen / und einerley Höhe / das ist / gleiche lange ⊥ haben / stehen zwischen einerley Parallel-Linien; und hingegen die Figuren / welche zwischen einerley Parallel-Linien liegen / haben einerley Höhe / oder gleiche ⊥.

Zu einem Exempel / es stehen die zween △ ABC / und HFG mit ihren Bases AC / und HG in einer geraden Linien fort / und haben ihre Höhe / nemlich die ⊥ BD / und FE einander gleich. Wann man nun durch die äusserste Ende deren Höhe B / und F eine gerade Lini ziehet / so werden die Linien AG / und BF einander Parallel seyn / und deßwegen die zween △ ABC / und HFG zwischen einerley Parallel-Linien liegen.

Die Ursach ist / weilen der ∠ BDC ⊓ ist / dem ∠ FEG. (dann sie beyde rechte seint) dahero wird die Lini DB = seyn / der Lini EF (d. 28. 1.) Unterdessen ist die Höhe DB ⊓ gegeben worden / der Höhe EF: deßwegen folget / daß auch die Lini BF = seye / der Lini DH / oder der verlängerten AG (d. 33 1.)

Hingegen / indeme die Linien BF und DH / zwischen welchen die zween △ ABC und HFG liegen / einander Parallel seint / auch wegen deren gleichen / nemlich rechten ∠ BDC und FEG / die Lini DB = ist / der Lini EF: so wird BFED ein ▭ seyn / und deßwegen die gegenüberstehende Seiten DB / und EF einander gleich haben / (d. 34. 1.). das ist / die △ ABC / und HFG werden einerley Höhe haben.

V.

Eine Verhaltnuß / saget man / seye auß Verhaltnusse zusammen gesetzt / wann die Grösse deren Verhaltnusse (das ist / die Nenner) unter einander vermehrter / eine andere / und neue Verhaltnuß gemacht haben: oder / eine zusammen gesetzte Verhaltnuß (Ratio composita) ist eine Verhaltnuß / welche auß der Vermehrung etlicher anderer Verhaltnusse entstanden ist.

Was die Grösse einer Verhaltnuß (welche in dieser Wort-Erklärung auch ein Nenner genandt wird) seye / und wie solche zu finden / ist in der Anmerckung über die 3. def. des 5. Buchs angezeiget worden; wann es sich nun zuträget / daß mehr Grösse oder Nenner deren Verhaltnusse / eine durch die andere ordentlich vermehret werden / so heist man die letzte darauß entstandene Zahl oder Grösse eine zusammengesetzte Verhaltnuß.

Zu einem Exempel / es seynd die stäts nacheinander gehende Grösse A. B. C. D. der Nenner oder die Grösse der Verhaltnuß A zu B ist 3. oder so ein Ding / die Grösse der Verhaltnuß A zu B ist dreyfach: der Nenner oder die Grösse B zu C ist 2 / oder gedoppelt. Letztlich der Nenner / oder Grösse der Verhaltnuß C zu D / ist 3. oder dreyfach.

A	B	C	D
36	12	6	2
	3	2	3

Wann nun diese drey Nenner / oder Grösse 3. 2. 3. einer durch den anderen ordentlich vermehret wird; so bekommt man in der letzte entstandenen Zahl / endlich den neuen Nenner 18. (oder achtzehenfache Verhaltnuß) welche die zusammengesetzte Verhaltnuß ist / welche zwischen A. B. C. D sich befindet. Dann klar ist / daß die dreyfache Grösse der Verhaltnuß / so A zu B hat / vermehrter mit der doppelten / welche B zu C hat / eine sechsfache Verhaltnuß mache. Diese aber mit der dreyfachen / so C zu D. hat / vermehrter gebet letzlich eine achtzehenfache Verhaltnuß.

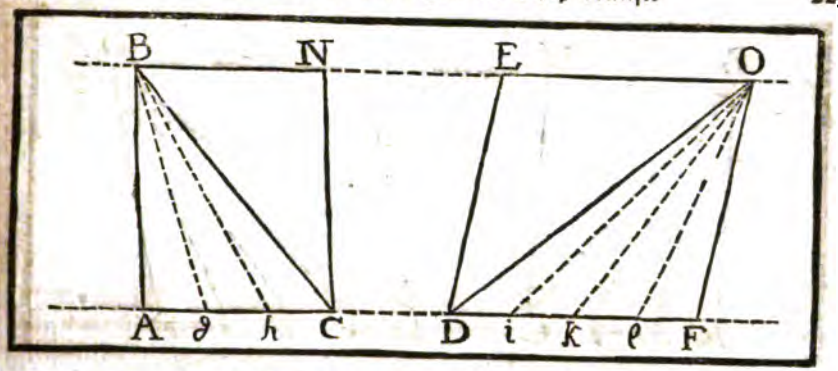
Diß ist zu verstehen / wann die Grösse / als wie in vorstehendem Exempel / stäts nach einander folgen. Wann sie aber in etlichen Absetzungen bestehen / gleich wie: wann man A 8 zu B 2 / und hinwiederumb C 12 zu D 6 haltet / so ist nöthig / daß man sie anfänglich (deß leichten Beweiß halber) in stets-folgende Grösse / welche doch mit denen A zu B / und C zu D einerley / oder gleichförmige Verhaltnuß haben / verändere. Man nehme dahero nach Gefallen eine Grösse oder Zahl / als wie 24. mache darmit / gleich wie A 8 zu B 2 ist / also seye 24 zu der gefundenen 6 / alsdann sage / wie C. 12 zu D. 6 sich haltet / also seye die gefundene 6 zu 3.

Diese drey Zahle nun 24/ 6/ 3. werden stets nach einander folgen / und mit denen abgesetzten Gröſſe A zu B / und C zu D geproportionirt seyn. Unterdessen ist die zusammengesetzte Verhaltnuß deren Gröſſe 24/ 6/ 3. der neue Nenner 8. Dahero werde auch deren abgesetzten Gröſſe A. B. C. D. die zusammengesetzte Verhaltnuß der neue Nenner 2. seyn. Dann die Gröſſe der Verhaltnuß A 8 zu B 2 ist 4: und C 12 zu D 6 ist 2. Wann nun diese zwey Nenner 4 und 2 durch einander vermehrt werden; so geben sie eben den neuen Nenner 8.

VI.

Wann auff einer geraden Lini ein Parallelogram gestellt wird / welches die gantze Lini nicht einnimmet/ und hernachmahln eben in gleicher Höhe und Winckeln ein anders Parallelogram auff den Abgang der geraden Lini beschrieben wird/ so saget man/ daß das erste Parallelogram ein abgehendes Parallelogram seye. Entgegen wann ein Parallelogram auff einer langern Lini / als die gegebene ist / gestellt wird / und hernachmahln auff der gegebenen geraden Lini ein anders Parallelogram in gleicher Höhe und Winckeln gemacht wird / so sagt man/ daß das erste ein übertreffendes Parallelogram seye.

Also ist auff der Lini AC/ das ▭ AE ein abgehendes/ und das ▭ BF ist der Abgang. Hingegen auff der Lini AC (wann solche länger / als die gegebene AB genommen wird) ist das ▭ AE ein übertreffendes/ und das ▭ BF ist der Unterscheid oder Uberschuß.



Die I. Vorgab. Betrachtung.

Die Triangeln / und die Parallelogrammen / welche gleiche Höhe haben / verhalten ſich gegen einander / gleich wie ihre Baſes.

Es ſeynd gegeben die zween △ ABC / und DOF / auch die ▭ AN / und DO / welche einerley Höhe haben: Dieſem nach ſaget man / daß ſich der △ ABC / oder das ▭ AN zu dem △ DOF / oder dem ▭ DO verhalte / gleich wie die Baſis AC / zu der Baſis DF. das iſt

AC. DF :: { △ ABC. △ DOF. / ▭ AN. ▭ DO.

Zubereitung.

Indeme die fürgegebene △ ABC / und FOD gleiche Höhe haben / ſo ſetze ſie zwiſchen zwey ═. b. an. 4. def. 6.

Hernach zertheile die Baſes AC / und DF auff ſolche Art / daß beyde durch einen gemein-mäßlichen Theil gerad auffgemeſſen werden.

Seye Ag ein ſolcher Theil / welcher die Baſis AC juſt dreymahlen / und die Baſis DF juſt vier mahlen auffmeſſe.

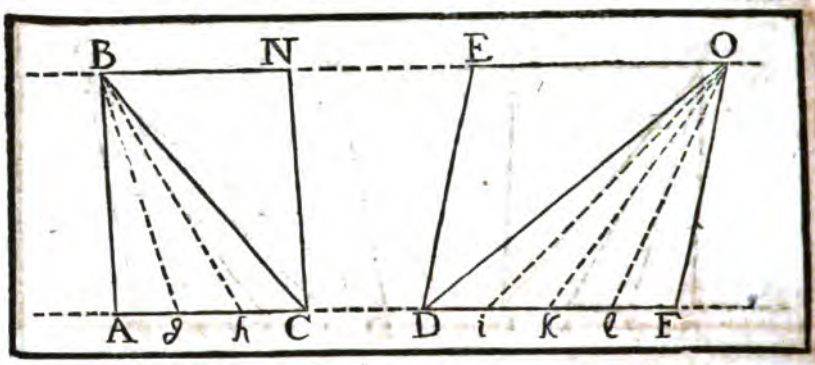
Ziehe letztlich die Puncten g. h in B / und die Puncten i. k. l. in O zuſammen.

Beweiß.

Dieweilen die Theile / oder kleine Baſes Ag. gh. hC. und Di. ik. kl. lF einander ſeind ⊓ gemacht worden. b. d. Zuſ.

So werden auch alle kleine △ / als wie ABg / gBh / hBC / und DOi. iGk. kOl. lOF. einander ⊓ ſeyn / b. 38. x

Und die Anzahl dieſer kleinen △ ⊓ ſeyn / der Anzahl deren gleichen Theile / oder kleinen Baſes.



Die Basis AC unterdessen / ist just in drey gleiche Theile / und die Basis DF just in vier gleiche Theile abgetheilet worden. d. d. Zuh.
deßwegen wird der △ ABC auch just in drey gleich kleine △ / und der △ FOD just in vier gleich kleine △ abgetheilet seyn.

Und wegen gleicher Anzahl in einem und anderen seyn;
Daß wie offt die kleine Basis Ag in der gantzen Basis DF begriffen ist / so offt auch der kleine △ ABg in dem gantzen △ FOD begriffen seyn werde.

Und ferners / so offe die zwey kleine und gleiche Bases Ag + gh in der gantzen Basis DF begriffen seynd / so offt auch die zwey kleine und gleiche △ ABg + △ gBh in dem gantzen △ FOD begriffen seyn werden.

Letztlich / so offt die drey kleine und gleiche Basen Ag + gh + hC) oder AC) d. 14. ax. 1.
in der gantzen Basis DF begriffen seynd / so offt auch die drey kleine und gleiche △ ABg + △ gBh + △ hBC (das ist / der △ ABC) in dem gantzen △ FOD begriffen seyn werde.

Und dahero seyn AC. DF :: △ ABC. △ DOF. { d. 6. def. 5. / d. 7. def. 5.

II.

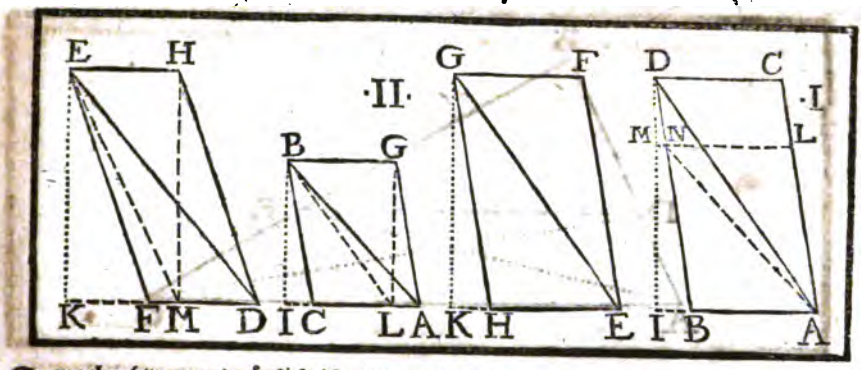
Es verhaltet sich der △ ABC zu dem △ DOF; als wie das ▭ AN zu dem ▭ DO. { d. 15. 5. / und 41. 1.
Der △ ABC ist aber zu dem △ DOF; als wie die Basis AC. zu der Basis DF. d. 4. Vorg.
Folget / daß auch das ▭ AN zu dem ▭ DO seye; als wie die Basis AC / zu der Basis DF. d. 11. 5.
Welches zu beweisen ware.

Anmerckung. I.

Die Triangeln (als wie ADB / EGH Fig. I.) und die Parallelogrammen (AD. EG) / welche sich gegen einander verhalten / gleich wie ihre Bases (AB / und EH) / haben einerley / oder gleiche Höhe (ID. KG).

Beweiß.

Wann man es nicht gestehen will / sondern sagen / daß die Höhe ID ⌜ seye / als die Höhe KG.



So mache (wann es möglich iſt) IM ∏ / KG /
und ziehe LM = / AI / welche die Seiten BD
abſchneiden werde in Punct N. d. 31. 1.
Ziehe letzlich A. N zuſammen.
Nunmehro wegen gleich vermeinter Höhe muß ſeyn.
der △ ANB. △ EGH :: AB. EH. d. 1. 6.
Es iſt auch gegeben worden △ ADB. △ EGH :: AB. EH.
Dahero werden die zwey △ ANB. ADB. zu den △ EGH einer-
ley Verhaltnuß haben / und folgends der △ ANB ∏ ſeyn dem △ ADB. d. 11. 5. und 9. 5.
Welches ungereimt iſt / nemlich in Theil ∏ / ſeinem gantzen.
Deßwegen die Höhe nicht ungleich / ſondern einander ∏ ſeyn werden.
Eben das gleiche wird von denen ▭ AD. EG (dann ſie gerad die Helffte deren △ ADB. EGH ſeint) geſchloſſen d. 41. 1. d. 15. 5. und 11. 5.

Fig. II.

Die △ ABC / und DEF / und die ▭ AB / und DE / welche gleiche Baſen AC / und DF haben / halten ſich gegen einander / gleich wie ihre Höhe IB. KE.

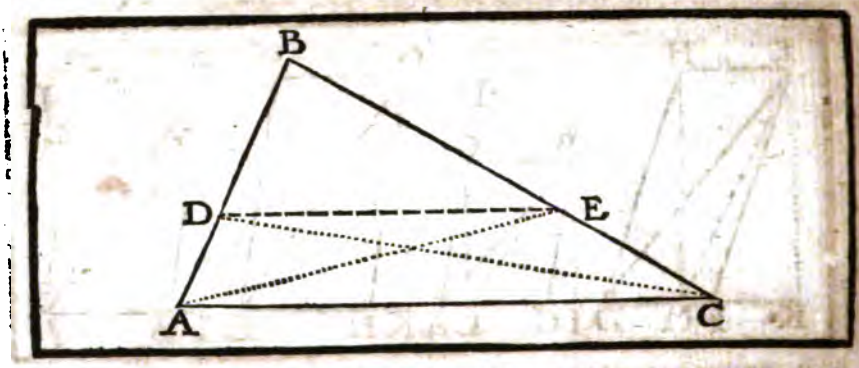
Mache vorhero IL ∏ / AC / und KM ∏ / DF. d. 31. 1.
Ziehe zuſammen LG. LB. IB / und MH. ME. KE.

Beweiß.

Die zwey Linien IL / und KM haben einerley Höhe ∠ : d. d Zuß.
Dahero ſeyn werde. △ LBI. △ MEK :: IB. KE. d. 1. 6.
Unterdeſſen iſt der △ LBI ∏ / dem △ ACB.
und der △ MKE ∏ / dem △ DEF. d. 37. 1. und Zuß.

Folget / daß auch ſeye der △ ABC. △ DEF :: IB. KE / d. 7 15. d. 1. 6.

Nemlich eine Höhe zu der andern Höhe.
Und folgends / das ▭ GC. ▭ HE :: IB. KE. d. 41. 1. und 15. 5.



Die II. Vorgab. Betrachtung.

Wann man in einem Triangel einer Seiten eine Parallel-Lini ziehet: so werden dardurch die andere zwo Seiten proportionirlich zertheilt: Und wann die zwo Seiten eines Triangels/ durch eine gerade Lini ist proportionirlich zertheilt worden: so wird eine solche Lini der übrigen Seiten Parallel lauffen.

Es ist der Triangel ABC gegeben/ in welchem die Lini ED ═ gezogen ist/ der Seiten AC: so saget man/ daß durch diese Lini die andere zwo Seiten AB. CB proportionirlich seynd abgetheilt worden. Das ist/ es werde seyn BD/ DA :: BE/ EC.

Ziehe vorhero zusammen A/E, und C/D.

Beweiß.

Dieweilen die zwey △ ADE. CED zwischen zwey ═ liegen/ und einerley Basis DE haben. d. 7. 5.

So wird der △ ADE ∏ seyn/ dem △ CED. d. 37. 1.

und deßwegen wird der △ DBE zu diesen zwey gleichen △ einerley Verhaltnuß haben.

Das ist △ DBE. △ ADE :: △ DBE. △ CED.

Unterdessen wegen einerley Höhe wird auch seyn der △ DBE. △ ADE :: die Basis BD. zu DA d. 1. 6.

und der △ DBE. △ CED :: die Basis BE/ zu EC.

Dahero letzlich seyn wird BD. DA :: BE/ zu EC. d. 11. 5.

II.

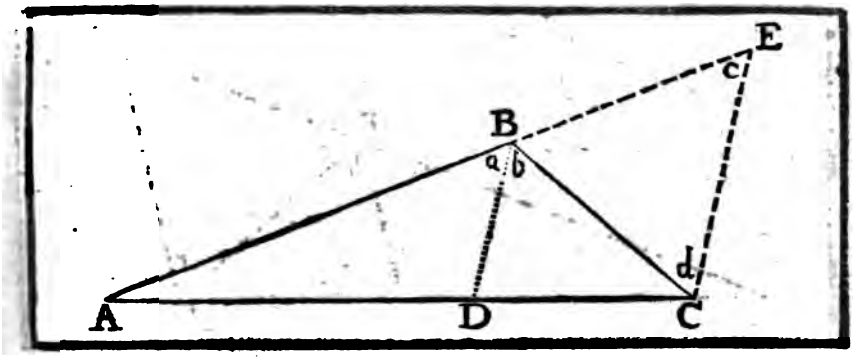
Es ist gegeben/ daß die Lini DE die zwey Seiten deß △ ABC proportionirlich zertheile/ nemlich BD. DA :: BE. EC. so saget man/ daß dieselbe Lini DE mit der dritten Seiten AC ═ lauffe.

Dann der △ DBE. △ ADE :: △ DBE. △ CED. d. d. Vorg.

Dahero wird wegen gleicher Verhaltnuß der △ ADE ∏ seyn/ dem △ CED. d. 9. 5.

Und folgends die Lini DE ═ seyn/ der Lini AC. d. 39. 1.

Welches zu beweisen ware.



Die III. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Winckel eines Triangels mit einer geraden Lini iſt gleich entzwey getheilt worden/ und ſolche Lini auch die Baſis in einen Punct durchſchneidet/ ſo werden ſich die zwey Stücke der Baſis alſo gegen einander verhalten / gleich wie die zwo Seiten deß Triangels. Und hinwiederumb/ wann die zwey Stücke der Baſis mit denen übrigen zwo Seiten eine gleiche Verhaltnuß haben: ſo wird die gerade Lini/ welche auß dem Winckel in die Baſis iſt gezogen worden/ und dieſelbe durchſchnitten / ſothanen Winckel gleich entzwey ſchneiden.

Es iſt gegeben der △ ABC/ deſſen ∠ a + b gleich entzwey mit der Lini BD/ welche die Baſis AC im Punct D durchſchneidet/ zertheilt worden; ſo ſaget man / daß die Stücke AD. DC denen zwo Seiten AB. BC geproportioniret ſeyn/ das iſt AD. DC :: AB. BC.

Zubereitung.

Verlängere die Seiten AB/ biß daß das Stück BE der Seiten BC ∏ werde.
Hange E. C zuſammen.

Beweiß.

Die Seiten BE iſt ∏ / der Seiten BC. d. d. Zuß.
Dahero iſt der ∠ c ∏ / dem ∠ d. d. 5. 1.
Unterdeſſen iſt der ∠ a + b ∏/ beyden ∠ c und d. d. 32. 1.
Deßwegen iſt die Helffte / oder der ∠ b ∏ dem ∠ d.
Dahero iſt folgends die Lini DB = der Lini CE/ d. 27. 1.
und dann ſich verhaltet AB. BE (oder dergleichen BC) :: AD DC. d. 2. 6.
Welches das erſte zu beweiſen ware.

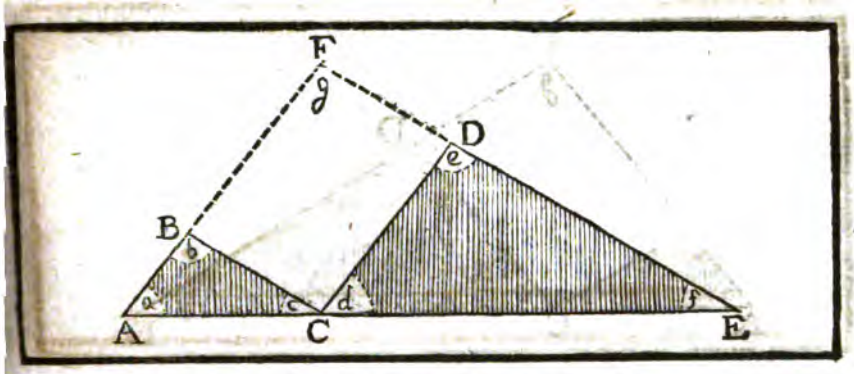
II.

Es ist gegeben / daß in dem △ ABC die Lini DB die Basis AC mit denen zwo Seiten AB. BC proportionirlich zertheilt habe / nemlich / daß es seye AD. DC :: AB. BC: so saget man / daß die Lini DB dem ∠ a ⇀↽ b gleich entzwey werde zertheilt haben.

Mache vorhero die Figur / wie vorgehends.

Beweiß.

Es ist AB. BC (oder dergleichen BE) :: AD. DC. — b 8. Verg.
Dahero wird die Lini DB = seyn / der Lini CE / — b 2. 6.
und der ∠ a ⊓ / dem ∠ c / und der ∠ b ⊓ / dem ∠ d. — b 29. 1.
Wegen der zwey gleichen Seiten BC. BE aber / ist der ∠ c ⊓ / dem ∠ d. — b 5. 1.
Dahero auch der ∠ a ⊓ / dem ∠ b ist. — b 1. ax. 1.
Worauß man schliesset / daß der ∠ a ⇀↽ b geradt entzwey
Von der Lini DB seye zertheilt worden.
Welches zum anderten zu beweisen ware.



Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Gleichwincklichte Triangeln / haben diejene Seiten / welche umb gleiche Winckeln ſtehen / gegen einander proportionirter ; und die gleichförmig-haltnuß-ſagende Seite ſeynd / welche die gleiche Winckeln unterſpannen.

Es ſeynd gegeben die zween △ ABC / und CDE / welche gleichwincklicht ſeint / nemlich der ∠ a iſt ⊓ / dem ∠ d und der ∠ b ⊓ / dem ∠ e, und der ∠ c ⊓ / dem ∠ f. Dieſem nach ſaget man / daß die Seiten beyder △ einander geproportionirt ſeynt / das iſt / es wird ſich verhalten AB / AC :: CD. CE / und AC BC :: CE / DE ; letztlich AB. BC :: CD. DE / darauß auch erſcheinet / daß die gleichförmig-haltnuß-ſagende Seiten / die Seiten AB. CD / und AC. CE / und CB / ED ſeint.

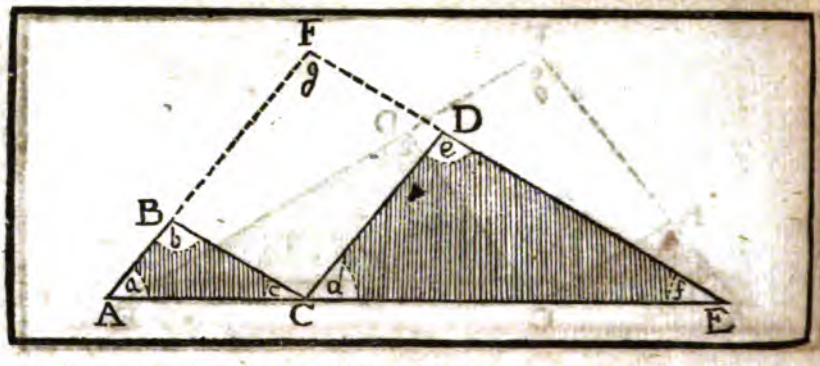
Zubereitung.

Setze die zwey △ alſo zuſammen / daß die beyde Seiten AC / und CE eine gerade Lini machen.

Verlängere die Seiten AB / und ED / biß ſie in einen Punct / als wie F / zuſammen ſtoſſen.

Beweiß.

Der ∠ a iſt ⊓ / dem ∠ d. — 8. d. Vorg.
Dahero iſt die Lini AF = / der Lini CD. — d. 28. 1.
Imgleichen auch / indeme der ∠ c ⊓ iſt / dem ∠ f. — 8 d Vorg.
ſo wird die Lini BC = ſeyn / der Lini FE / oder dem Stück DF. — d. 28. 1.
Worauß man ſchlieſſet / daß die Figur BFDC ein ▭ ſeye / — d. 35. def 1.
und deßwegen die Seiten BF ⊓ / CD / und FD ⊓ / BC habe. — d. 34. 1.
Nach dieſem betrachte den groſſen neu-entſtandenen △ AFE / ſagend / — 8. d. Vorg.
Weilen BC = iſt / der Seiten FE.



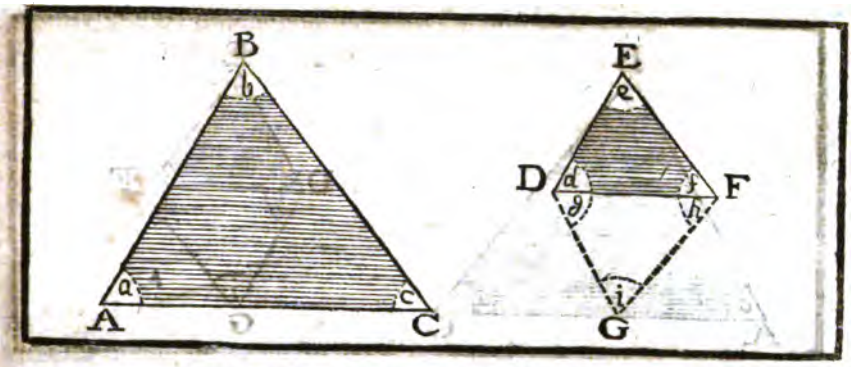
So wird ſeyn AB. BF (oder dergleichen CD) :: AC. CE. d. 2. 6.
Und durch die Verwexlung AB. AC :: CD. CE/ d. 16. 5.
Welche die erſte Vergleichung iſt.
Hernach iſt in dem △ AFE/ auch CD ═/ der Seiten AF. d. d. Vorg.
So wird ſeyn AC. CE :: FD (oder dergleichen BC) DE
Und durch die Verwexlung AC. BC :: CE. DE. d. 16. 5.
Welche die anderte Vergleichung iſt.
Letztlich in deme iſt AB. AC :: CD. CE/ und d. d. Vorg.
AC. BC :: CE. DE.
So wird auß dergleichen ſeyn AB. BC :: CD. DE. d. 22. 5.
Welches zum letzten zu beweiſen ware.

Folget. I.

Alle gleichwincklichte △ ſeint auch gleichförmig.

II.

Wann man in einem △ eine Lini ziehet ═/ einer Seiten deß △/
ſo wird ſolche einen kleinen △ abſchneiden/ der gleichförmig iſt dem gantzen.
Geſetzt man ziehet in dem △ AFE die Lini CD/ ═ der Seiten AF.
ſo wird hernach der △ CDE gleichförmig ſeyn/ dem △ AFE.
Dann der ∠ d iſt ⊓/ dem ∠ a/ und der ∠ e ⊓/ dem ∠ g. d. 29. 1.
der ∠ f iſt auch beyden △ gemein.
Dahero werden beyde △ gleichwincklicht/ und folgends durch
dieſe 4. Vorg. einander gleichförmig ſeyn.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Triangel ihre Seiten gegen einander geproportionirt haben: ſo werden ſie auch ihre Winckeln/ welche von gleichförmig-haltnuß-ſagende Seite unterſpannet ſeynd/ gleich einander haben.

Es ſeynd gegeben die zwey △ ABC. DEF/ die ihre Seiten gegen einander geproportionirt haben/ nemlich BA. AC :: ED. DF/ und BC. CA :: EF. FD. Letztlich BC. BA :: EF. ED. ſo ſaget man/ daß ſie einander gleich winckelicht ſeyn/ und die gleichförmig-haltnuß-ſagende Seiten BA. FD/ und AC. DF/ und CB. FE gleiche Winckeln unterſpannen.

Zubereitung.

Mache auff DF den △ DGF/ alſo/ daß der ∠ g ∏/ dem ∠ a/ d. 23. 1.
und der ∠ h ∏/ dem ∠ c ſeye. Der ∠ i wird hernach ∏ ſeyn dem ∠ b. d. 32. 1.

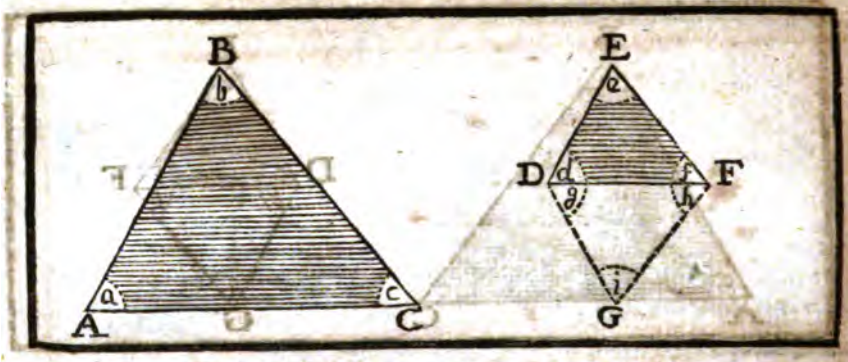
Beweiß.

Der △ DGF iſt gleichförmig/ dem △ ABC. { d. d. Zub. und 4. Cor. 1. 6.
Dahero wird ſich halten GD. DF :: BA. AC. d. 1. def. 6.
Es haltet ſich auch BA. AC :: ED. DF. d. d. Vorg.
deßwegen wird auch ſeyn GD. DF :: ED. DF. d. 11. 5.
Worauff folget/ daß DG ∏ ſeye/ der ED. d. 9. 5.

Abermahlen/ indeme iſt GF. FD :: BC. CA { d. d. Zub. und 4. Cor. 1. 6.
und ſich auch haltet BC. CA :: EF. FD. d. d. Vorg.
ſo wird auch ſeyn GF. FD :: EF. FD. d. 11. 5.
Worauff folget/ daß GF ∏ ſeye der EF. d. 9. 5.

Letztlich/ wegen der gemeinen Baſis DF/ wird
der △ DGF ∏ ſeyn/ dem DEF. d. 8. 1.
Und folgends der ∠ d ∏/ dem ∠ g (oder dem gleichen ∠ a)
und der ∠ f ∏/ dem ∠ h (oder dem gleichen ∠ c.
Letztlich auch der ∠ e ∏ dem ∠ b. d. 32. 1.

Welches zu beweiſen ware.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wann in zwey Triangeln / ein Winckel eines / gleich iſt / einem Winckel deß andern / und die zwo Seiten / welche die gleiche Winckeln begreiffen / gegen einander geproportionirt ſeint / ſo werden ſolche zwey Triangeln gleichwincklicht einander ſeyn.

Es ſeint gegeben die zwey △ ABC. DEF / welche die ∠ a und d einander gleich haben / und die Seiten / welche die gleichen ∠ begreiffen / geproportionirt / das iſt BA. AC :: ED. DF. Dieſem nach ſaget man / daß ſolche beyde △ auch gleichwincklicht einander ſeyn. nemlich der ∠ b ⊓ / dem ∠ e / und der ∠ c ⊓ / dem ∠ f.

Zubereitung.

Auf DF mache den △ DGF ſolcher geſtalt / daß der ∠ g ⊓ ſeye / dem ∠ a / und die beyde ∠ h. i ⊓ / beyden ∠ c. b. — d. 23. 1.

Beweiß.

Der △ DGF iſt gleichförmig dem △ ABC; — { d. 4. Zuſ. und 4. 6.

Deßwegen ſich verhaltet GD. DF :: BA. AC.

Es iſt aber BA. AC :: ED. DF. — d. 1. Vorg.

Derohalben wird auch ſeyn GD. DF :: ED. DF. — d. 11. 5.

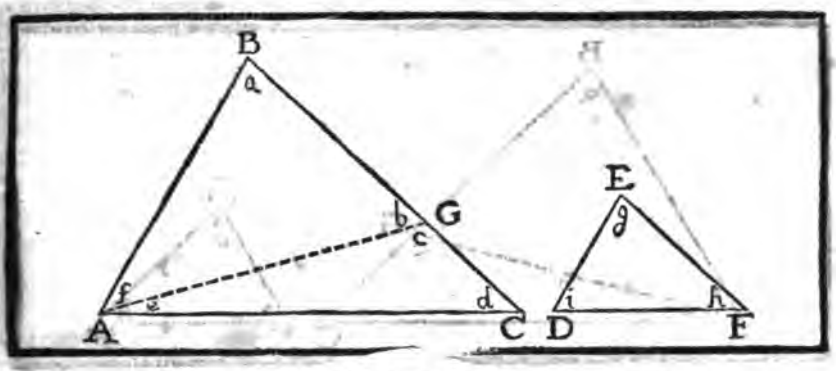
und deßwegen iſt GD ⊓ der ED. — d. 9. 5.

Unterdeſſen iſt die Seiten DF beyden △ DGF. DEF gemein und der ∠ g (oder der gleiche ∠ a) / ⊓ dem ∠ d. — { d. 8. Zuſ. und Vorg.

Dahero wird auch die Seiten GF ⊓ ſeyn / der Seiten FE / und folgends die übrige ∠ deß △ DEF ⊓ ſeyn / denen übrigen ∠ deß △ DGF / welche ſeynd gemacht worden ⊓ denen übrigen ∠ deß △ ABC. — d. 4. 1.

Welches zu beweiſen ware.

(o)



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Wann in zweyen Triangeln / ein Winckel eines gleich iſt / einem Winckel deß andern / und zwo Seiten / ſo umb andere zwey Winckeln ſtehen / gegen einander geproportionirt ſeyn / die übrige zwey Winckeln aber entweder ein jeder zugleich kleiner / oder ein jeder zugleich gröſſer ſeint / als ein rechter: ſo werden die zwey Triangeln gleichwincklicht ſeyn / und die jene Winckeln / umb welche die proportionirte Seiten ſtehen / einander gleich haben.

Es ſeynd gegeben die zwey △ ABC / und DEF / deren ein ∠ a ⊓ iſt / dem andern g / und die zwo Seiten BA. AC umb den ∠ f → e geproportionirt ſeynd / denen zwo Seiten ED. DF / umb den ∠ i die übrige zween ∠ d und h aber / ein jeder zugleich / ſonderlich kleiner / oder ſonderlich gröſſer iſt / als ein rechter. Dieſem nach ſaget man / daß die zwey △ ABC / und DEF einander gleichwincklicht / und die ∠ f → e und i (umb welchen die geproportionirte Seiten BA. AC / und ED. DF ſtehen / letzlich auch die übrige zween ∠ d und h einander gleich ſeyn werden.

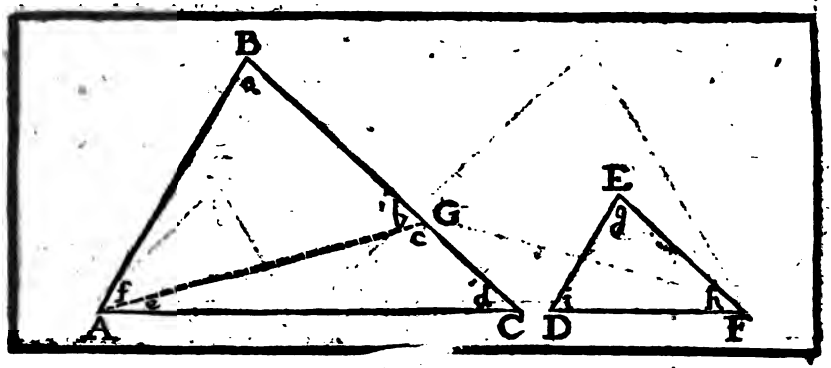
Erſter Fall / worinnen die zwey ∠ d / und h beyde ſpitzig gegeben werden.

Beweiß.

Will man es nicht geſtehen / ſondern einwerffen / daß / obwohlen beyde ∠ d / und h ſpitzig gegeben worden ſeint / nichts deſtoweniger der ∠ f → e doch ⊓ / und alſo ungleich ſeyn werde dem ∠ i.

So mache dann / wann es möglich iſt / mit der Linl AG den ∠ f ⊓ / dem ∠ i.

Weilen nunmehro der ∠ a ⊓ iſt dem ∠ g. d.d. Borg.
und der ∠ f ⊓ gemacht worden / dem ∠ i /
nach deß Widerſagers Meynung.

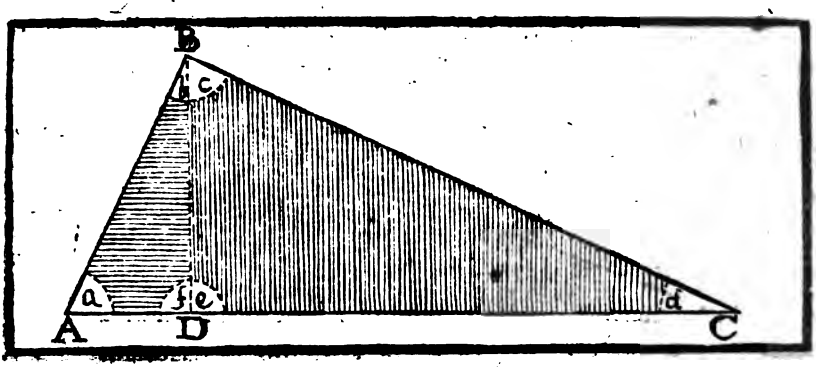


So folget/ daß auch der ∠ b ∏ ſeye/ dem ∠ h. d. 32. 1.
und deßwegen werden beyde △ ABG/ und DEF
einander gleichförmig ſeyn. d. 4. 6.
und ſich verhalten BA. AG :: ED. DF. d. 1. def. 6.
Es ware aber anfänglich BA. AC :: ED. DF. d. d. Vorg.
Dahero wird auch ſeyn BA. AG :: BA. AC. d. 11. 5.
Darauß folget/ daß AG ∏ ſeye/ AC, d. 9. 5.
und deßwegen der ∠ c ∏ ſeyn werde / dem ∠ d. d. 5. 1.
Der ∠ d aber/ gleich wie der ∠ h/ iſt ein jeder für einen
ſpitzigen ∠ angegeben worden.
Dahero auch der ∠ c ein ſpitziger ſeyn werde.
und folgends der ∠ b ein ſtumpffer ∠ ſeyn muß. d. 13. Coroll.
Welches aber ungereimt iſt/ maſſen der ∠ b ſchon ſpitzig/
und erſt ∏/ dem ∠ h iſt bewieſen worden. d. d. Vorg.

II.

Wann beyde ∠ d/ und h ein jeder ſtumpff gegeben wird.
So werde eben dieſe Unförmlichkeit darauß entſtehen /
daß nemlich der ∠ c ein ſtumpffer/ und der ∠ b ein ſpitziger
ſeyn werde/ indeme doch der ∠ b auch ein ſtumpffer
nach Meinung deß Widerſagers hätte ſeyn müſſen.
Dahero man letztlich ſchlieſſet/ daß geſtalt dieſer Sachen nothwendig
der △ ABC gleichwinclicht ſeye/ dem △ DEF; und alſo die
übrige ∠ f → e und d ∏ habe/ denen übrigen ∠ i/ und h.

Welches zu beweiſen ware.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann auß einem Winckel eines rechtwincklichten Triangels eine bleyrechte Lini auff die Baſis herunter gelaſſen wird: ſo machet ſolche zween andere winckelrechte Triangeln/ welche ſo wohl mit dem gantzen/ als unter ſich ſelbſten einander gleichförmig ſeyn werden.

Es iſt gegeben der △ ABC/ der einen rechten ∠ b → c hat/ auß welchem die bleyrechte BD auff die Baſis AC iſt herunter gelaſſen worden. Dieſem nach ſaget man/ daß die zwey gemachte kleine △ ADB/ und CDB nicht allein unter ſich/ ſondern auch mit dem gantzen △ ABC gleichförmig ſeyn werden.

Beweiß.

Erſtlich iſt klar/ daß die drey ∠ b → c/ und f/ und e/ drey rechte Winckeln ſeynd/ und deßwegen einander gleich. { d. d. Vorg. / d. 10. ax. 1.

Nun iſt in denen zwey △ ADB/ und ABC/ der ∠ f ⊓/ dem ∠ b → c/ und der ∠ a beyden △ gemein:

Dahero wird auch der dritte ∠ b ⊓ ſeyn/ dem dritten ∠ d. d. 32. 1.
und deßwegen der △ ADB gleichförmig ſeyn dem △ ABC. d. 4. 6.

Abermahlen iſt in denen zwey △ BDC/ und ABC/ der ∠ c ⊓/ dem ∠ b → c und der ∠ d beyden △ gemein.

Folget/ daß auch der dritte ∠ c ⊓ ſeye/ dem dritten ∠ a. d. 32. 1.
Deßwegen iſt auch der △ BDC gleichförmig dem △ ABC. d. 4. 6.
und folgends ſeynd alle drey △ ADB. BDC. ABC einander gleichförmig. d. 11. 5.
Welches zu beweiſen ware.

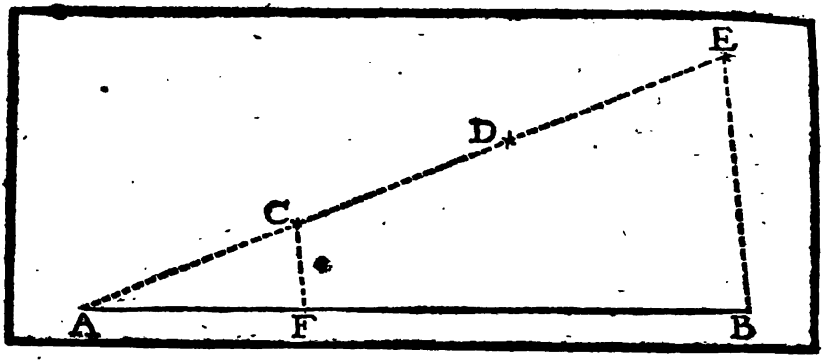
Folget I.

Daß die ⊥ BD die mittlere Proportional-Lini zwiſchen denen zweyen Stücke AD/ und DC der gantzen Baſis AC ſeye/ dann wegen der Gleichförmigkeit deren zwey △ ADB/ und BDC wird ſeyn. AD. DB :: DB. DC. d. 4. 6.

II. Daß eine jede Seiten/ welche den rechten ∠ begreiffen/ die mittlere Proportional-Lini ſeye zwiſchen der gantzen Baſis AC/ und dem Stück/ welches ſolche Seiten berühret: dann wegen der Gleichförmigkeit deren zwey △ ABC/ und ADB wird erſtlich ſeyn

AC. AB :: AB. AD. d. 4. 6.

Hernach wegen der Gleichförmigkeit deren zween △ ABC/ und BDC/ wird auch ſeyn AC. BC :: BC. DC. d. 4. 6.



Die IX. Vorgab. Handgriff.

Von einer vorgegebenen geraden Lini / einen gewiſſen begehrten Theil abzuſchneiden.

Es ſeye gegeben die gerade Lini AB/ von welcher man verlanget/ zu einem Exempel den dritten Theil darvon.

Handgriff.

Ziehe die gerade Lini AE/ welche mit AB einen ∠ nach Gefallen mache.

Nehme nach Gefallen einen Theil / als wie AC/ auff der Lini AE ſo offt/ als viel man Theile von AB abzuſchneiden verlange; als wie hier verlanget man den dritten Theil.

Setze dann den Theil AC in die Lini AE dreymahlen nacheinander in denen Puncten C. D E.

Hange EB zuſammen/ und ziehe auß C die Lini CF. Welche = lauffe mit EB. 31. 1.

Nun ſage ich/ daß das Stück AF auch ein Drittheil von der gantzen Lini AB ſeye.

Beweiß.

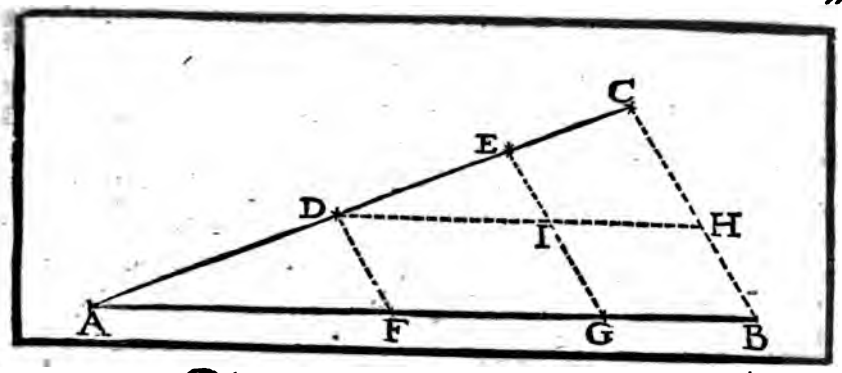
Weilen in dem Δ ABE die Lini CF = iſt der Lini BE ſo wird ſeyn EC. CA :: BF. FA 2. d. Hand.

Und durch die Zuſammenſetzung EA. CA :: BA. FA 2. 2. 6.

Es iſt aber AC/ ein dritter Theil von der gantzen AE. 18. 5.

Folget/ daß auch AF ein dritter Theil ſeye/ von der gantzen AB. 2. d Hand.

Welches zu machen ware.



Die X. Vorgab. Handgriff.

Eine vorgegebene gerade Lini in gleichförmige Stücke abzutheilen/ gleich wie ein andere vorgegebene gerade Lini getheilet iſt.

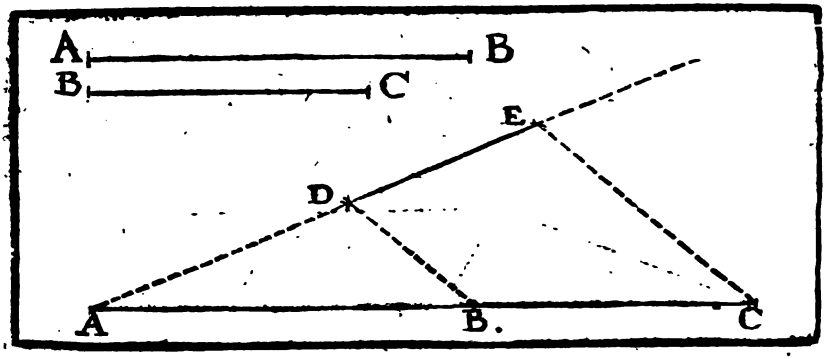
Es ſeynd zwey gerade Linien AC/ und AB gegeben/ die erſte iſt nach Gefallen in drey Stücke zerſchnitten worden/ nemlich in AD. DE/ und EC; hiermit verlanget man/ die andere Lini AB eben in drey Stücke zu ſchneiden/ welche abergleichförmig/ das iſt/ geproportionirt denen drey Stücke der Lini AC ſeyn ſolten/ nemlich AF. FG :: AD. DE/ und FG. GB :: DE. EC.

Handgriff.

Laine die Lini AC auff AB/ damit ſie ungefähr mit ihrem Ende einen ∠ mache.
Hange CB zuſammen; und auß denen Puncten E/ und D ziehe die Linien EG/ und DF ═/ der Lini BC. d. 31. 1.
Letzlich ziehe auß D die Lini DH ═/ der Lini AB/ Welche die ═EG/ und BC: in denen Puncten I und H durchſchneidet/ und verurſachet/ daß die Figuren FI/ und GH ▭ ſeynd. d. 34. und 35. def. 1.

Beweiß.

In dem △ AGE iſt die Lini DF ═/ der Lini GE. d. d. Hand. d. 2. 6.
Dahero werde ſeyn AF/ FG :: AD. DE.
das iſt/ die Theile AF. FG ſeynd proportionirlich denen Theilen AD. DE.
Ferner/ weilen in dem kleinen △ DHC die Lini EI ═ iſt/ der Lini BC. d. d. Hand. d. 2. 6.
So wird ſich verhalten DI. IH :: DE. EC.
Unterdeſſen ſeynd die Figuren FI/ und GH ▭/ und DI. IH ▭ denen FG. GB. d. d. Hand. und 33. 1. d. 7. 5.
Dahero wird auch ſeyn FG. GB :: DE. EC.
Welches zumachen ware.



Die XI. Vorgab. Handgriff.

Zu zweyen vorgegebenen gerden Linien die dritte Proportional-Lini zu finden.

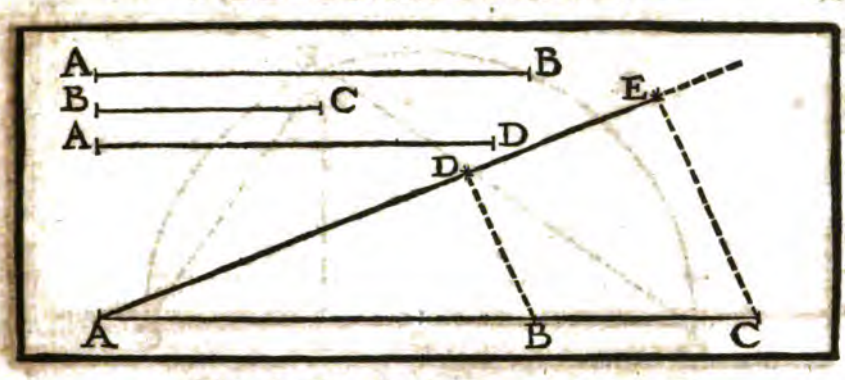
Es seynd gegeben die zwey Linien AB. BC / zu welchen man die dritte Proportional-Lini zu haben verlanget; das ist/ es solte seyn AB. BC :: BC/ zu der gefundenen/ nemlich DE.

Handgriff.

Mache nach Gefallen einen ∠ / als wie CAE
Auff die Lini AC setze nach einander die gegebene AB. BC.
Auff der Lini AE mache das Stück AD ⊓/ der Lini BC.
Hange D. B zusammen / und ziehe auß E die Lini CE = der Lini BD. — d. 31. 1.
So wird das Stück DE die gesuchte dritte Proportional-Lini seyn.

Beweiß.

In dem △ CAE ist DB =/ EC. — d. d. Hand.
Dahero wird seyn AB. BC :: AD. DE. — d. 2 6.
Es ist aber AD ⊓ gemacht worden/ der BC. — d. d. Hand.
folget/ daß auch seye AB. BC :: BC. DE.
Welches zu machen ware.



Die XII. Vorgab. Handgriff.

Zu drey vorgegebenen geraden Linien / die vierte Proportional-Lini zu finden.

Es ſeynd gegeben die drey Linien AB. BC / und AD / zu welchen man die vierte Proportional-Lini zu haben verlanget / daß es nemlich ſeye AB. BC :: AD zu der gefundenen vierten DE.

Handgriff.

Mache nach Gefallen einen ∠ / als wie CAE.
Auff die Lini AC ſetze an einander die Linien AB. BC.
Und auff die Lini AE / die dritte Lini AD.
Hange DB zuſammen / und auß C ziehe CE ‖ / BD / d. 31. 1.
So wird das Stück DE die vierte proportional-Lini ſeyn.

Beweiß.

In dem △ CAE iſt DB ‖ / der Lini CE. d. d. Hand.
Dahero wird ſich halten AB. BC :: AD. DE. d. 2. 6.
Das iſt / DE iſt die vierte Proportional-Lini.
Welches zu machen ware.

Die XIII. Vorgab. Handgriff.

Zwischen zwey geraden Linien eine mittlere Proportional-Lini zu finden.

Es seynd gegeben die zwey Linien AB/ und BC/ zwischen welchen man die mittlere Proportional haben wil/ nemlich/ es solte sich verhalten AB. zu der gefundenen mittlern Proportional-Lini BE. als wie dieselb gefundene BE. zu BC. das ist AB. BE :: BE. BC.

Handgriff.

Setze AB. BC geradt in einer Lini fort.
Zertheile AC in mitten in D.
Auß D mit der Weite AD schreibe einen halben Zirckel AEC.
Auß dem Punct B erhöhe die ⊥ BE/ biß an den Umbkreiß.
Diese Lini BE wird die mittlere Proportional-Lini seyn.
Hange unterdessen A. E/ und C. E zusammen.

Beweiß.

Der ∠ a → b ist ein rechter ∠. b. 31. 3.
Dahero wird die ⊥ BE/ welche auß dem rechten ∠ a → b in die Basis AC gezogen worden/ die mittlere Proportional-Lini seyn/ nemlich b. 8 Cor. 1. 6.
AB. BE :: BE. BC.
Welches zu machen ware.

Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

Deren gleich grossen Parallelogrammen/ die einen gleichen Winckel haben / seint die Seiten / welche umb die gleichen Winckeln stehen/ widerkehrt-geproportionirt: und hinwiederumb die Parallelogrammen / die einen gleichen Winckel / und die Seiten / welche umb die gleichen Winckel stehen / widerkehrt-geproportionirter haben/ seynd einander gleich groß.

Es seynd gegeben die zwey ▭ AC/ und BF/ welche erstlich einen gleich grossen Inhalt / hernach die zwey ∠ a und b einander gleich haben. Diesem nach saget man/ daß ihre Seite AB / BC/ und EB/ BG/ so umb die gleiche ∠ a und b stehen / widerkehrt-geproportionirt haben / das ist / es wird sich verhalten AB. BG :: EB. BC.

Zubereitung.

Setze die zwey ▭/ allwo sie die gleichen ∠ a und b haben / solcher gestalt an einander/ daß nicht allein die zwo Seiten AB/ BG eine gerade Lini/ sondern auch die andere zwo Seiten EB/ und BC eine andere gerade Lini machen.

Hernach verlängere DC / und FG / biß sie in einen Punct/ als wie H / zusammen kommen.

Aus dieser Zubereitung wird ein drittes ▭ BH entstehen/ Welches wegen der Parallel-Linien/ sowol mit dem ▭ AC/ als mit dem ▭ BF einerley Höhe haben werde.

Beweiß.

Das ▭ AC ist ⊓ / dem ▭ BF. d. d Vorg.

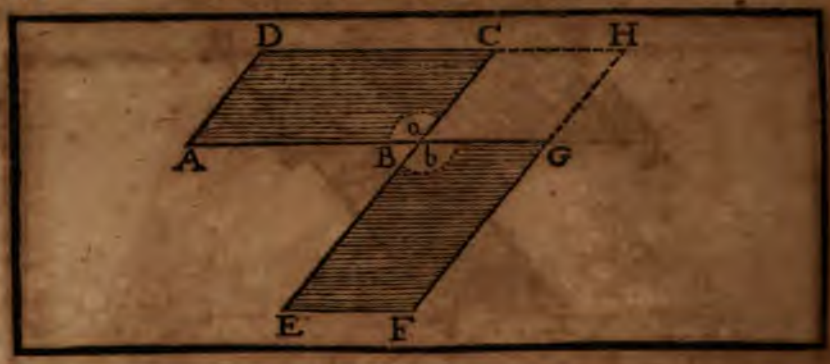
Dahero wird seyn/ das ▭ AC. ▭ BH :: ▭ BF. ▭ BH. d. 7. 5.

Es verhaltet sich aber das ▭ AC. ▭ BH :: Basis AB. Basis BG d. 1. 6.

Und das ▭ BF. ▭ BH :: Basis EB. Basis BC.

Dahero wird letztlich seyn AB. BG :: EB BC. d. 11. 5.

Welches das erste zu beweisen ware.



II.

Es seynd gegeben die ▭ AC/ und BF/ welche erstlich die zween ∠ a/und b einander gleich/ hernach die Seiten widerkehrt geproportionirter haben/ daß ist/ AB. BG :: EB. BC; so saget man/ daß diese zwey ▭/ von einerley Gröſſe/ oder Inhalt seynd.

Die Zubereitung bleibet/ wie oben.

Beweiß.

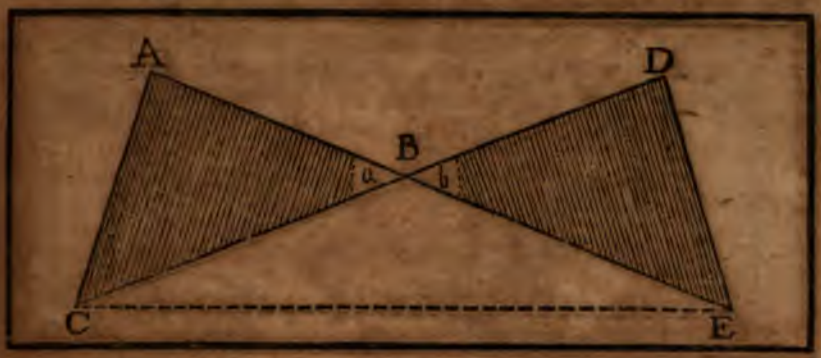
Wegen einerley Höhe des ▭ BH mit denen zwey ▭ AC, BF. wird seyn/ Basis AB. Basis BG :: ▭ AC. ▭ BH. d. 1. 6.
und Basis EB. Basis BC :: ▭ BF. ▭ BH.

Es ist aber gegeben AB. BG :: EB. BC.

Dahero wird auch seyn ▭ AC. ▭ BH :: ▭ BF. ▭ BH. d. 11. 5.

Und deßwegen wird das ▭ AC ⊓ seyn/ dem ▭ BF. d. 9. 5.

Welches zu beweisen ware.



Die XV. Vorgab. Betrachtung.

Deren gleich grossen Triangeln / welche einen gleichen Winckel haben/ seint die Seiten/ so umb die gleiche Winckeln stehen / wiederkehrt-geproportionirt/ und hinwiederumb die Triangeln / welche einen gleichen Winckel/ und die Seiten/ so umb die gleiche Winckeln stehen/ widerkehrt-geproportionirter haben/ seynd einander gleich groß.

Es seynd gegeben die zween △ ABC/ und DBE / welche erstlich einen gleich grossen Inhalt / hernach die zween ∠a/ und b einander gleich haben. Diesem nach saget man / daß sie ihre zwey Seiten AB. CB. und DB. EB/ welche umb die gleiche ∠a / und b stehen / wiederkehrt geproportionirt haben / das ist AB. EB :: DB. BC.

Zubereitung.

Setze die zwo Seiten AB. BE/ allwo die gleichen ∠a und b stehen/ nach einander in einer geraden Lini ABE fort.

So wird folgends auch CBD eine gerade Lini seyn. d. 14. und 15. 1.

Ziehe hernach C und E zusammen / woraus ein dritter △ CBE entstehet/ welcher so wohl mit dem △ ABC einerley Höhe BC/ als mit dem △ DBE einerley Höhe BE hat.

Beweiß.

Weilen der △ ABC ⊓ ist/ dem △ DBE. d. d. Vorg.

so wird seyn der △ ABC. △ BCE :: △ DBE. △ CBE. d. 7. 5.

Es haltet sich über der △ ABC. △ CBE :: Basis AB. Basis BE/ d. 1. 6.

und der △ DBE. △ CBE :: Basis DB. Basis BC.

Dahero wird auch seyn AB. BE :: DB. BC. d. 11. 5.

Welches das erste zu beweisen ware.

II.

Es seynd gegeben die zween △ ABC/ und DBE / welche erstlich die ∠ a / und b einander gleich haben / und hernach die Seiten AB. BC/ und DB. BE einander widerkehrt proportionirlich haben / das ist AB. BE :: DB. BC. Diesem nach saget man/ daß der △ ABC ∏ seye / dem △ DBE.

Die Zubereitung verbleibet wie oben.

Beweiß.

Es ist AB. BE :: △ ABC. △ CBE. 1. 2. 6.
und DB. BC :: △ DBE. △ CBE
Durch die Vorgab aber ist AB. BE :: DB. BC
Dahero seyn werde △ ABC. △ CBE :: △ DBE. △ CBE. 5. 11. 5.
Und deßwegen wird der △ ABC ∏ seyn / dem △ DBE. 9. 5. 5.
Welches zu beweisen ware.

Die XVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier gerad: Linien geproportionirt seint; so wird das winckelrechte Parallelogram/ welches von denen zwey äusserſten Linien ist zusammen gesetzt worden / gleich seyn/ dem winckelrechten Parallelogram/ welches von denen zwey mittlern Linien ist gemacht worden: und hinwiederumb/ wann das winckelrechte Parallelogram/ so von denen zwey äusserſten Linien ist gemacht worden/ gleich ist/ dem winckelrechten Parallelogram/ welches von denen zwo mittlern Linien ist zusammen gesetzt worden: so seynd solche vier Linien geproportionirt.

Es seynd gegeben die vier Linien AB. GF. FE. BC einander geproportionirt/ nemlich AB. GF :: FE. BC. Diesem nach saget man/ daß/ wann auß der ersten AB/ und letzten BC ein winckelrechtes ▭/ als wie AC gemacht werde/ und auch ein anderes winckelrechtes ▭/ als wie GE/ auß denen zwo mittlern Linien GF/ und FE/ solche ▭ hernach einen gleichen Inhalt begreiffen.

Beweiß. I.

Der ∠a im ▭ AC ist ⊓/ dem ∠b im ▭ GE. d. d Vorg.

und die Seiten verhalten sich auch gegen einander geproportionirt

das ist AB. GF :: FE. BC. d. d. Vorg.

Diß aber ist widerkehrlich geproportionirt. d. 2. def. 6.

Derowegen wird das ▭ AC ⊓ seyn/ dem ▭ GE; d. 14. 6.

Welches das erste zu beweisen ware.

II. Es seynd gegeben die zwey winckelrechte ▭ AC/ und GE eines gleichen Inhalts. Diesem nach saget man/ daß die vier Seiten/ oder die gleiche Linien AB. GF. FE. BC/ auß welchen zwey äusserſten das ▭ AC/ und auß welchen zwey mittlern/ das andere ▭ GE ist gemacht worden/ einander geproportionirt seyn/ das ist AB. GF :: FE. BC.

Beweiß. Das ▭ AC ist ⊓ gegeben/ dem ▭ GE/ d. d. Vorg.

und auch der ∠a ist ⊓/ dem ∠ b. (nemlich beyde rechte)

Dahero werden die Seiten/ welche die gleiche Winckeln d. 14. 6.

a. und b beschliessen/ widerkehrt geproportionirt seyn/ und stehen AB. GF :: FE BC. das ist/ die vier Linien AB. GF. FE. BC. seint einander geproportionirt.

Welches zu beweisen ware.

Die XVII. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey gerade Linien geproportionirt seynd; so ist das Winckelrechte Parallelogram/ welches von denen zwey äusserſten Linien ist zusammen gesetzt worden/ gleich dem Quadrat/ welches auff der mittlern Lini ist beschrieben worden: und hinwiederumb/ wann das winckelrechte Parallelogram/ so von denen zwey äusserſten Linien gemacht wird/ gleich ist/ dem Quadrat/ welches auff der mittlern Lini ist beschrieben worden; so seynd die drey Linien geproportionirt.

Es seint gegeben die drey geproportionirte Linien/ das ist AB. EF. :: EF. CB. Wann man nun von denen zwey eusserſten AB/ und CB/ ein winckelrechtes ▭/ gleich wie AC machet/ und auch ein □ auff der mittlern Lini EF/ so saget man diesem nach/ daß das □ EF/ und das ▭ AC einen gleichen Inhalt haben.

Zubereitung. Nehme die Lini FG ⊓/ der Lini EF.

Beweiß. I. Die vier Linien AB EF. FG. CB seint geproportionirt das ist AB. EF :: FG. CD. { d. d. Vorg. und Zub.

Dahero wird das winckelrechte ▭ AC ⊓ seyn/ dem ▭ EG. d. 16. 6.

die mittlere Linien EF/ und FG seint aber einander ⊓ gemacht;

Darum wird das ▭ EG ein □ seyn.

Und auch folgends/ das ▭ AC ⊓ seyn/ dem □ EG.

Welches zum ersten zu beweisen ware.

II. Es seynd gegeben die zwey winckelrechte ▭/ nemlich das ▭ AC/ und das □ EG/ welche gleichen Inhalt begreiffen; Diesem nach saget man/ daß ihre Seiten/ oder die drey Linien AB. EF. CB/ auß welchen die zwey äusserſten des ▭ AC/ und auß der mittlern das □ EG gemacht worden ist/ geproportionirt seint. Das ist/ AB/ EF :: EF (oder die gleiche FG)/ CB.

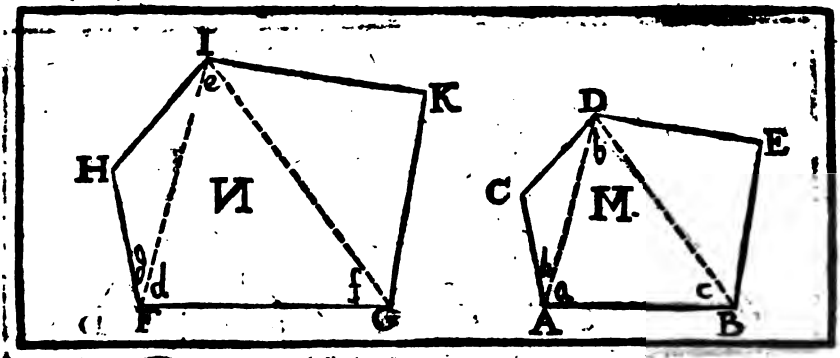
Beweiß. Weilen beyde ▭ AC/ und EC rechtwincklicht seynd/ und das ▭ AC ⊓/ dem ▭ EG. d. d. Vorg. d. d. Vorg.

So werden deßwegen ihre Seiten widerkehrlich geproportionirt seyn/ nemlich AB. EF :: FG. CB. d. 14. 6.

Es ist aber EF ⊓ der FG (wegen Machung deß □)

Dahero wird auch seyn AB. EF :: EF. CB.

Welches zu beweisen ware.



Die XVIII. Vorgab. Handgriff.

Auff einer vorgegebenen geraden Lini/ eine geradtliniſche Figur zu machen/ ſo einer andern vorgegebenen geradtliniſchen Figur gleichförmig / und gleicher Weiſe geſtölt ſeye.

Es iſt gegeben die gerade Lini AB/ auff welcher man eine Figur/ als wie M gleichförmig/ und gleichgeſtölter der gegebenen Figur N machen ſolte.

Handgriff. Aus einem ∠ nach Gefallen / in der Figur N/ ziehe ſoviel gerade Linien/ als nöthig ſeynd in die übrige ∠; als wie hier aus dem ∠ I in die zwey ∠ F und G. ſo wird die Figur N in die drey △ FHI. FIG GKI abgetheilt worden ſeyn.

Mache auff der Lini AB den ∠ a ⊓/ dem ∠ d.
und den ∠ c ⊓/ dem ∠ f. b. 23. 1.

Unterdeſſen werden die fortgezogenen Linien AD/ und BD nothwendig in einen Punct/ als wie hier in D/ zuſammen lauffen/ und den ∠ b in dem △ ADB ⊓ machen/ dem ∠ e in dem △ FIG. b. 32. 1.
Und folgends wird der △ ADB gleichförmig ſeyn/ dem △ FIG: b. 4. 6.

Hernach mache auff eben dieſe Weiſe auff der Lini AD/ den △ ACD gleichwincklicht dem △ FHI.
und auff BD/ den △ BED gleichwincklicht dem △ GKI.

So werden beyde △ ACD/ und BED auch gleichförmig ſeyn/ denen zwey △ FHI/ und GKI;
Und folgends die gantze Figur M wird hierdurch gleichförmig werden / der gegebenen Figur N.

Beweiß. Alle △ der Figur M ſeint gleichförmig gemacht/ und gleich geſtölt worden / allen △ der Figur N. Zu einem Exempel/ b. b. Hand.

Als wie der △ ADB/ iſt gleichförmig gemacht worden / dem △ FIG/ und der △ ACD gleichförmig / dem △ FHI. u. ſ. f.

Dahero wird ſich verhalten CA. AD :: HF. FI. b. 4. 6.
und AD. AB :: FI. FG.
und aus einer Gleichheit CA. AB :: HF. FG/ b. 22. 5.

Das iſt/ die Seiten CA und AB umb den ∠ h + a
in der Figur M ſeint gleichförmig / denen gleichförmig-haltnuß- b. 1. def. 6.
ſagenden Seiten HF/ und FG umb den gleichen ∠ g + d / in der Figur N.

Auff ſolche Beweiß-Art werden auch die übrige Seiten / und folgends die gantze Figur M gleichförmig und gleichgeſtölter der Figur N/ bewieſen.

Welches zu machen ware.

Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige Triangeln stehen gegen einander in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß sagenden Seiten.

Es seint gegeben die zwey gleichförmige △ ABC / und DEF. in welchen nemlich ist BA. AC :: ED. DF / und AC. CB :: DF. FE. Letztlich CB. BA :: FE. ED. und der ∠a ∏ / dem ∠g. der ∠c ∏ / dem ∠f. Letztlich der ∠d ∏ / dem ∠e.

Diesem nach saget man / daß sich der △ ABC / zu dem △ DEF in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-sagender Seite / zu einem Exempel deren Seiten AC / und DF / verhalte.

Was aber eine zweymahlige Verhaltnuß genandt wird / und seye / ist in der 10. def. deß 5. Buchs schon außgelegt worden.

Wann dahero die Grösse AC / und DF stäts proportionirlich in drey Absätze fortgeführt werden / so wird demnach bewiesen / daß der △ ABC / zu dem △ DEF sich verhalte / gleich wie der erste Absatz zu dem dritten. Seyen zu einer Erleuterung die zwey gleichförmig-haltnuß-sagende Seite / AC von 8 Schuhen / und DF von vier Schuhen lang gegeben. Wann man nun dieselbe in dreyen Absätze stäts proportionirlich fortführet / so wird es stehen 8. 4. 2.

Nunmehro wird in dieser Vorgab bewiesen / daß sich der △ ABC zu dem △ DEF verhalte / gleich wie 8 zu 2 (oder kürtzer) 4 zu 1.

Zubereitung.

Suche zu denen zwey Linien AC / und DF die dritte proportional-Linia AI / daß es seye AC. DF :: DF. AI. d. 11. 6.

Hange I. B. zusammen.

Beweiß.

Es ist gegeben BA. AC :: ED. DF. d. d. Vorg.

So wird auch durch die Verwerlung seyn BA. ED :: AC. DF. d. 16. 5.

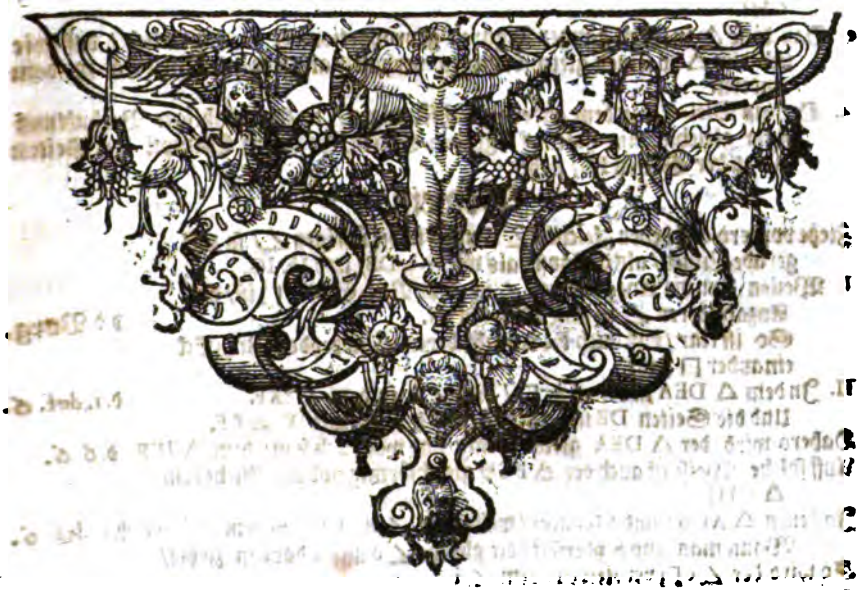
Es ist aber gemacht worden AC. DF :: DF. AI. d. d. Zub.

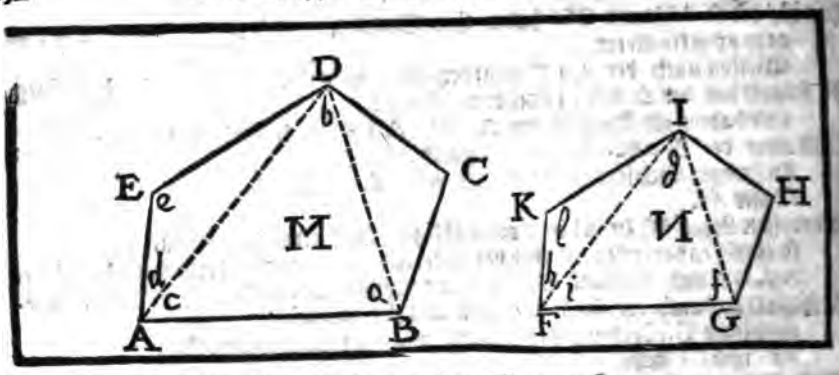
Dahero wird auch seyn BA. ED :: DF. AI. d. 11. 5.

Das iſt/ die △ ABI/ und DEF haben ihre Seiten widerkehrt- d. 2. def. 6.
geproportionirter.
Weilen auch der ∠ a ∏ gegeben iſt/ dem ∠ g. d. d. Vorg.
So folget/ daß der △ ABI ∏ ſeye/ dem △ DEF d. 15. 6
und dahero ein Ding iſt/ der △ ABC. △ DEF:: △ ABC. △ ABI. d. 7. 5.
Es iſt aber der △ ABC. △ ABI :: Baſis AC. Baſis AI. d. 1. 6.
Deßwegen auch ſeyn werde der △ ABC. △ DEF :: Baſis AC.
Baſis AI.
Unterdeſſen ſtehet AC zu AI in zweymahliger Verhältnuß derſelben,
ſo zwiſchen der erſten AC/ und der anderten DF iſt. (dann die drey Linien d. 10. def. 5.
AC. DF/ und AI/ ſeind ſtäts geproportionirt worden). d. d. Zuh.
So folget/ daß auch der △ ABC zu dem △ DEF in zweymahliger Verhältnuß/ der gleichförmig-haltnuß ſagenden Seiten
AC. und DF ſtehe.
Welches zu beweiſen ware.

Folge.

Wann drey gerade Linien ſtets geproportionirt gegeben werden/ als wie AC. DF :: DF. AI; So ſeye/ gleich wie die erſte Lini AC ſich zu der dritten AI verhalte: alſo wird ſich verhalten ein △ auff der erſten AC/ zu dem △/ welcher gleichförmig/ und gleicher Weiſe auff der anderten Lini DF iſt gemacht worden.
Das iſt AC. AI :: △ ABC. △ DEF.





Die XX. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige Viel-Ecke werden in Triangeln von gleicher Anzahl abgetheilt/ welche unter sich gleichformig/ und mit ihren gantzen Figuren geproportionirt seint; so stehen auch gleichförmige Viel-Eck gegen einander in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-sagenden Seiten.

Es seint gegeben die gleichförmige Viel-Ecke M/ und N. So sagt man:

1. Daß das Viel-Eck M in so viel △/ als das Viel-Eck N hat/ kan abgetheilt werden.
2. Daß ein jeder △ deß Viel-Ecks M gleichförmig seye/ einem jeden △ in dem Viel-Eck N. zu einem Exempel/ daß der △ DEA gleichförmig seye/ dem △ IKF/ und der △ ADB gleichförmig dem △ FIG/ und der △ BCD dem △ GHI.
3. Daß diese △ zu ihren gantzen Figuren geproportioniret seyn/ nemlich/ daß wie sich ein △ zu seinen gleichförmigen verhalte/ also seye ein Viel-Eck zu dem andern.
4. Daß ein Viel-Eck zu dem andern gleichförmigen/ in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß sagenden Seiten/ zu einem Exempel der Seiten AB zu der Seiten FG/ stehe.

Beweiß.

Ziehe vorhero auß denen gleichen ∠ D und I in die übrigen ∠/ so viel gerade Linien/ als du kanst/ als wie DA. DB/ und IE. IG.

I. Weilen nun die Anzahl deren ∠ in dem Viel-Eck M. ∏ ist/ der Anzahl deren ∠ in dem Viel-Eck N. d. d. Vorg.
So ist klar/ daß auch die Anzahl deren △ in beyden Viel-Eck einander ∏ seint.

II. In dem △ DEA ist der ∠ e ∏/ dem ∠ I. in dem △ IKF. d. 1. def. 6.
Und die Seiten DE ist zu der Seiten EA/ als wie IK. zu KE.
Dahero wird der △ DEA gleichförmig/ und winclich seyn/ dem △ IKF. d. 6. 6.
Auff solche Weise ist auch der △ BCD gleichförmig und winclicht dem △ GHI.

In denen △ ADB; und EIG aber/ weilen der ∠ d + c ∏ ist dem ∠ h + i. d. 1. def. 6.
Wann man nun beyderseits die gleiche ∠ d und h darvon ziehet/
So wird der ∠ c ∏ verbleiben/ dem ∠ i.

Auff ſolche Weiſe wird auch der ∠ a ∏ ſeyn/ dem ∠ f.
Woraus man ſchlieſſet/ daß auch letztlich die zwey △ ADB/ und FIG gleich- d. 32. Cor. 1.
Winckl icht/ und folgends auch gleichförmig einander ſeind. d. 4. 6.

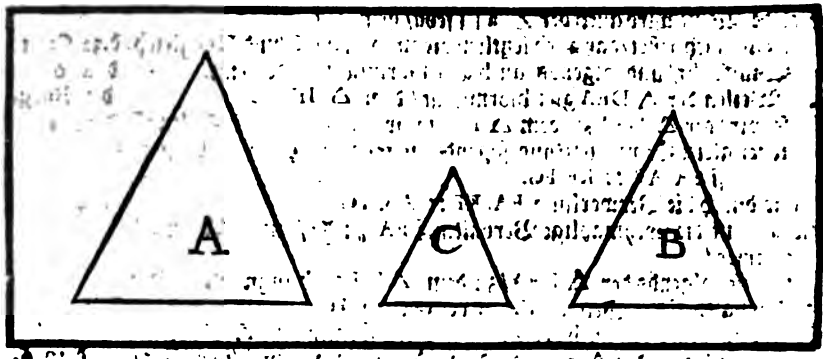
III. Weilen der △ DEA gleichformig iſt/ dem △ IKF. d. d. Borg.
ſo wird der △ DEA zu dem △ IKF in zweymahliger Verhaltnuß d. 19. 6.
ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden ſeite/ nemlich EA zu KF, ſtehen.
Unterdeſſen iſt EA AB :: KF. FG. d. d. Borg.
und durch die Verwexlung EA. KF :: AB. FG. d. 16. 5.
Deßwegen iſt die zweymahlige Verhaltnuß EA zu KF/ und AB zu GF einerley/
und iſt folgends der △ DEA/ zu dem △ IKF auch in zweymahliger Verhaltnuß der Seiten AB/ zu der Seiten FG.
Auß den vorgehenden iſt auch der △ ADB gleichförmig dem △ FIG.
Darumb auch der △ ADB zu dem △ FIG in zweymahliger Ver- d. 19. 6.
haltnuß derenſelben Seiten AB zu FG ſeyn werde.
Und ſchließlich wird ſeyn der △ DEA. △ IKF :: △ ADB. △ FIG.
Auff ſolche Weiſe iſt erſtlich der △ BCD zu dem △ GHI/ gleich wie der
△ ADB/ zu dem △ FIG; oder der △ DEA zu dem △ IKF/ auch
In zweymahliger Verhaltnuß derer Seiten AB zu FG.
Haben alſo alle vorgehende △ zu ihren nachgehenden △ einerley Verhaltnuß.
Und deßwegen wird ſeyn/ daß/ gleich wie ein △ deß Viel-Ecks M
ſich zu ſeinen gleichformigen △ in dem Viel-Eck N. verhaltet:
alſo verhalten ſich alle △ ſammentlich deß einen Viel-Ecks zu
allen △ ſammentlich andern Viel-Ecks/ das iſt/ als wie das gantze
Viel-Eck M zu dem gantzen Viel-Eck N. d. 12. 5.

IV. Nachdeme bewieſen worden iſt/ daß ſich das eine Viel-Eck M.
zu dem andern Viel-Eck N verhalte/ gleich wie ein △ deß einen
Viel-Ecks/ zu dem gleichförmigen △ deß andern.
Inzwiſchen aber ein jeder △ zu ſeinem gleichförmigen △ in zweymahliger Verhaltnuß der Seiten AB zu der Seiten FG zu ſeyn iſt bewieſen worden.
So wird endlich geſchloſſen/ daß auch das Viel-Eck M zu dem Viel-Eck N in zweymahliger Verhaltnuß der Seiten AB zu der Seiten FG iſt.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

Wann drey gerade Linien ſtets geproportionirt ſeind/ ſo ſeye/ gleich wie ſich die erſte Lini zu der dritten verhalte/ alſo verhalten ſich die Figur/ welche auff der erſten Lini iſt beſchrieben worden/ zu der Figur/ welche gleichformig und geſtalter auff der andern Lini iſt gemacht worden.



Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

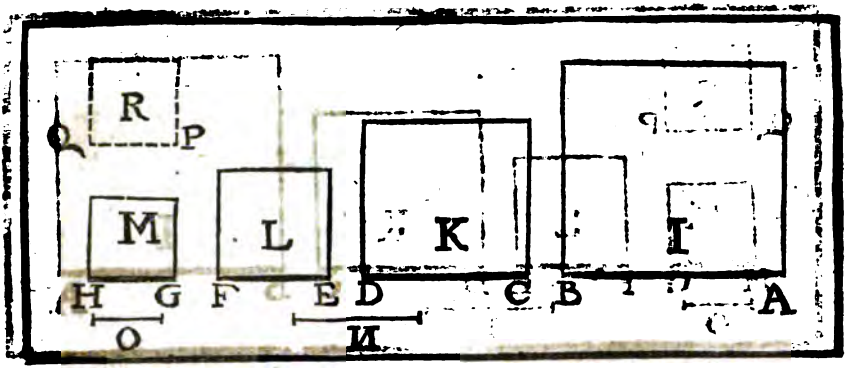
Die geradt-linische Figuren/ welche einer andern geradt-linischen Figur gleichförmig seint; die seint auch unter einander gleichförmig.

Es seint gegeben die Figuren A/ und B beyde gleichförmig der Figur C.
Diesem nach saget man/ daß die Figur A und B auch einander gleichförmig seint.

Beweiß.

Weilen die Figur A gleichförmig ist/ der Figur C. — d. d. Vorg.
So werden die ∠ der Figur A ⊓ seyn/ denen ∠ der Figur C. — d. 1. def. 6.
Imgleichen/ weilen die Figur B gleichförmig ist der Figur C.
So werden die Winckel der Figur B ⊓ seyn/ denen ∠ der Figur C.
Und folgends die ∠ der Figur A ⊓/ denen ∠ der Figur B. — d. 1. ax. 1.
Ferner indeme die Figur A gleichförmig ist der Figur C.
So werden die Seiten umb denen ∠ der Figur A geproportionirt seyn/ denen Seiten umb denen gleichen ∠ der Figur C. — d. 1. def. 6.
Auff solche Weise/ weilen die Figur B gleichförmig ist/ der Figur C.
So werden die Seiten umb denen ∠ der Figur A geproportionirt seyn / denen Seiten umb denen gleichen ∠ der Figur C.
Und folgends die Seiten umb denen ∠ der Figur A geproportionirt/ denen Seiten / umb denen Winckeln der Figur B.
Dahero ist die Figur A gleichförmig der Figur B. — d. 1. def. 6.
und folgends alle drey Figuren A. B. C. einander gleichförmig. — d. 1. ax. 1.

Welches zu beweisen ware.



Die XXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier Linien geproportionirt ſeynd/ und auff ſolchen gleichförmige/ und gleichgeſtellte Figuren gemacht werden. So werden auch ſolche geproportionirt ſeyn: und wann auff vier Linien gleichformige geradtliniſche Figuren gemacht ſeint/ ſo werden ſolche vier Linien geproportionirt ſeyn.

Es ſeint gegeben die vier geproportionirte Linien / nemlich AB. CD :: EF. GH. Dieſem nach ſaget man/ daß/ wann vier gleichförmige / und gleichgeſtellte Figuren / gleich wie I. K. L. M darauff gemacht werden/ auch ſolche geproportionirt ſeyn. I. K :: L. M.

Zubereitung.

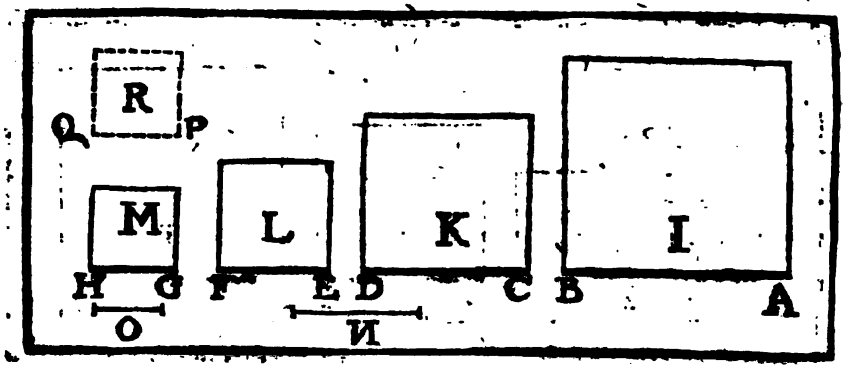
Mache AB. CD :: CD. N/ und E. F. G. H :: GH. O. } d. 11. 6.
Daß alſo ſeynd AB. CD :: EF. GH/ und CD. N :: GH. O. }
So wird auch dergleichen ſeyn AB. N :: EF. O. hiernach d. 22. 5.

Beweiß.

Weilen gemacht iſt AB. CD :: CD. N.
So iſt/ als wie die erſte AB/ zu der dritten N :: die Figur I zu der Figur K. d 20. Cor. 6.
Weilen abermahlen gemacht iſt EF. GH :: GH. O.
So iſt auch / als wie die erſte EF. zu der dritten O :: die Figur L zu der M. }
Unterdeſſen iſt AB. N :: EF. O. } d. d. Vorg. und Zub.
Dahero ſeyn werde die Figur IK :: LM. d. 11. 5.
Welches das erſte zu beweiſen ware.

II.

Wann entgegen auff denen gegebenen geraden Linien AB. CD. EF. und GH. die vier darauff gleichförmig- und gleichgeſtellte Figuren I K L. M. einander geproportionirt ſeint: ſo ſaget man/ daß alſo auch ſolche vier Linien geproportionirt ſeynd/ nemlich AB. CD :: EF, GH.



Zubereitung.

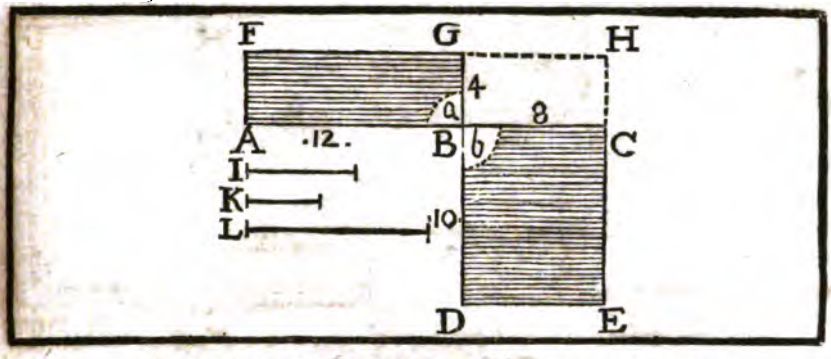
Mache AB. CD :: EF. PQ. 8. 12. 6.
Schreibe auff PQ die Figur R gleichförmig / und gleichgestellter der Figur L / welche auch deßwegen der Figur M gleichförmig und gestellter seyn werde. Alsdann 8. 21. 6

Beweiß.

Weilen die vier Linien AB. CD. EF. PQ. geproportionirt seynd
So wird durch das vorgehende seyn IK :: L. R.
Es verhaltet sich aber I. K :: L. M.
Dahero wird seyn L. R :: L. M. 8. 8. Vorg. 8. 11. 5.
und folgends wird R. ☐ seyn der M. 8. 9. 5.
Wegen der Gleichförmigkeit aber und Gleichstellung deren Figuren R und M werde auch nothwendig die Lini PQ ☐ seyn müssen / der Lini GH.
und deßwegen seyn EF. PQ :: EF. GH. 8. 7. 5.
Unterdessen ist AB. CD :: EF. PQ. 8. 8. Zus.
Dahero wird auch seyn AB. CD :: EF. GH. 8. 11. 5.
Welches zu beweisen ware.

Anmerckung.

Man mag auff denen ersten zwo geproportionirten Linien AB / und CD gantz eine andere Gattung von Figuren / als auff denen zwey letztern geproportionirten Linien EF / und GH stellen ; allein ist diß hierinnen zu beobachten / daß die zwey erste Figuren einander gleichförmig und gleich-gestellter seynd / gleich wie auch die zwey letztere Figuren einander gleichförmig / und gleichgestellter seyn müssen. Zu einem Exempel / es können auff AB / und CD zwey △ / auff denen EF / und GH zwey ☐ gemacht werden / und so fort: Der Beweiß hernach ist gleich dem Vorgehenden in dieser Vorgab.



Die XXIII. Vorgab. Betrachtung.

Gleichwincklichte Parallelogrammen halten ſich gegen einander in zuſammengeſetzter Verhaltnuß ihrer Seiten.

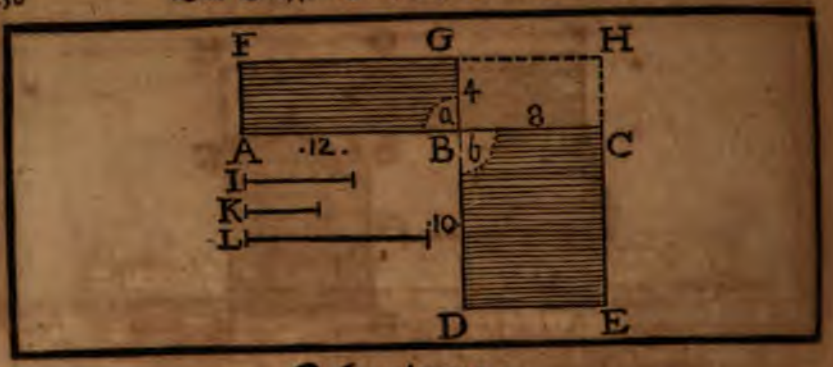
Es ſeint gegeben die zwey gleichwincklichte ▭ AG / und BE. Dieſem nach ſaget man / daß das ▭ AG / zu dem ▭ BE in zuſammengeſetzter Verhaltnuß ſtehen / ihrer Seiten AB zu BC / und BG zu BD / oder AB zu BD / und GB zu BC / welche umb die gleichen ∠ a / und b ſeint; Mercke hiebey / daß die zwey vorgehende in dem einen / und die zwey nachgehende in dem andern ▭ ſich einfinden müſſen. Alſo wird ſeyn

$$\frac{AB}{BC}\cdot\frac{GB}{BD} :: \square AG. \square BE.$$
$$\frac{AB}{BD}\cdot\frac{GB}{BC}$$

Was unterdeſſen eine zuſammengeſetzte Verhaltnuß genandt wird / und ſeye / iſt ſchon in der 5. Wort-Erklärung dieſes Buchs außgelegt worden. Seye demnach zu beſſerer Verſtändnuß gegeben / daß erſtlich die zwey ▭ rechtwincklicht / und hernach die Seiten AB von 12 / und BG von 4. die Seiten BC aber von 8 / und BD von 10 Schuhe lang ſeyen / ſo iſt klar / daß die Gröſſe der Verhaltnuß / oder der Nenner der Seiten AB 12 zu der Seiten BC 8 ($1\frac{1}{2}$); und BG 4 / zu BD 10 ($\frac{4}{10}$) ſeye.

Wann dann dieſe zwey Nenner / oder Gröſſe deren Verhaltnuſſe $1\frac{1}{2}$ und $\frac{4}{10}$ / einer durch den andern ordentlich vermehret wird / ſo krieget man letztlich eine neue Gröſſe / oder Nenner der Verhaltnuß $\frac{3}{5}$ / das iſt / unten ein- und zwey drittheil übertheilend / welche die zuſammen geſetzte Verhaltnuß der Seiten iſt / und wird demnach ſeyn / als wie 3 zu 5 :: ▭ AG ▭ BE / nemlich das ▭ AG iſt in unten ein- und zwey-drittheil-übertheilender Verhaltnuß gegen dem ▭ BE. Wird Kürtze halber alſo gedeutet:

$$\frac{AB.\ GB}{BC\ BD} :: \square AG. \square BE. \text{ oder ſo ein Ding } \frac{AB.\ GB}{BD\ BC} :: \square AG. \square BE.$$



Zubereitung.

Stosse beyde □ AG/ und BE solcher gestalt zusammen/ daß ABC eine gerade Lini seye/ und die gleiche ∠ a/ und b gegen einander über zu stehen kommen.

Verlängere FG/ und EC/ biß sie in einem Punct/ als wie in H zusammen lauffen; und das □ BH gestalten.

Hernach/ weilen die Seiten AB/ zu BC/ und GB zu BD nicht stets nacheinander gesetzte Gröſſe seint; so mache/ wie es in der Auſlegung über die 5. Wort-Erklärung dieses Buchs ist gelehret worden/ daß nemlich andere Gröſſe an statt deren AB zu BC/ und GB zu BD stets nach einander gehend/ welche dieselbe Verhaltnuß haben/ gesucht werden. das ist/

Man nehme nach Gefallen die gerade Lini I. und mache
AB zu BC :: I. zu einer andern/ nemlich zu K. 12. 6.

Abermahlen mache GB. BD :: K. L. nunmehro.

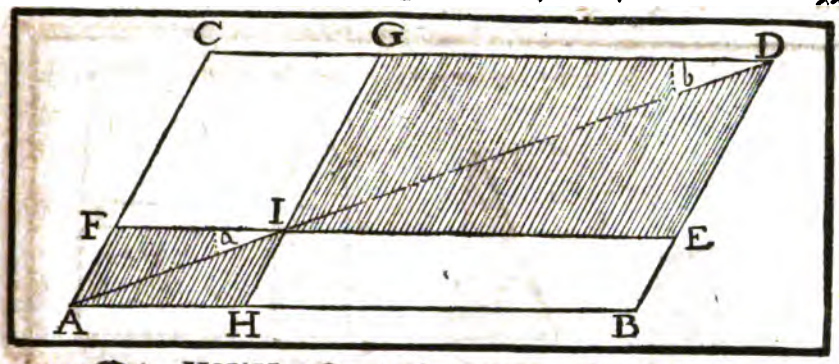
Beweiß.

Als wie sich verhaltet AB zu BC :: □ AG. □ BH. 1. 6.
Es ist aber gemacht worden AB BC :: I. K. d. d. Zus.
Dahero wie sich auch verhaltet I. K :: □ AG. □ BH.
Wiederumb/ als wie ist GB. BD :: □ BH. □ BE. 1. 6.
Es ist auch gemacht worden GB. BD :: K. L. d. d. Zus.
Folget/ daß auch seye K. L :: □ BE. □ BH.
Weilen dann ist I. K :: □ AG. □ BH.
und K. L :: □ BE. □ BH.
So ist durch die Gleichheit I. L :: □ AG. □ BE. 22. 5.
Unterdessen ist I zu L auß denen Gröſſe deren Verhaltnussen I zu K/ und K zu L/ (welche gleichförmig seint denen Verhaltnüsse AB/ zu BC/ und GB zu BD) zusammen gesetzt. d. d. Zus. und 5. def. 6.

Folget letzlich/ daß auch die Gröſſe/ oder Nenner die Verhaltnuß deß □ AG zu dem □ BE zusamen gesetzt seye/ auß denen Gröſſe oder Nenner deren Verhaltnusse deren Seiten AB zu BC/ und GB zu BD. Und dahero seye.

als wie $\frac{AB}{BC} \cdot \frac{GB}{BD}$ :: □ AG. □ BE. u. s. f.

Welches zu beweisen ware.



Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

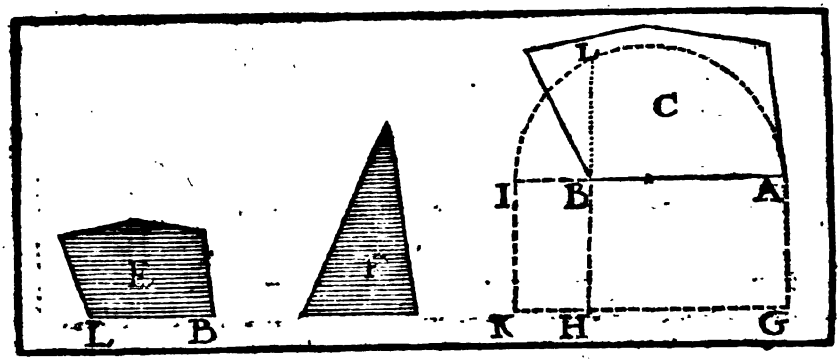
In einem jeden Parallelogram ſeint die Parallelogrammen / welche umb den Diameter ſtehen / dem gantzen und auch unter ſich ſelbſten einander gleichförmig.

Es iſt gegeben das ▭ ABCD / in welchen der Diameter AD / auß deſſen Punct als wie I / ſo darauff nach Gefallen genommen iſt / ſeynd die zwey gerade Linien EIF / und GIH = / denen Seiten AHB / und CEA gezogen / und hierdurch die zwey ▭ AI / und ID / ſo umb den Diameter AD ſtehen / geſtaltet worden; Dieſem nach ſaget man / daß dieſe zwey ▭ AI / und ID nicht allein dem gantzen ▭ ABCD / ſondern auch unter ſich ſelbſt gleichförmig ſeint.

Beweiß.

Weilen in dem △ CDA / die GI ═ iſt / der CA. — d. d. Vorg.
ſo wird ſeyn DG. GC :: DI. IA. — d. 2. 6.
Und durch die Zuſammenſetzung DG → GC. GC :: DI → IA. IA, — d. 18. 5.
Und durch die Verwexlung DG → GC. DI → IA :: GC. IA. — d. 16. 5.
GC iſt aber ⊓ / der IF / wegen der gleichen ═ CF GI. — d. 23 1.
Dahero wird mit einem Wort ſeyn DC. DA :: IF. IA. — d. 14. ax. 1.
unterdeſſen iſt der ∠ b ⊓ dem ∠ a (der äuſſere / dem innern). — d. 29. 1.
Folget deßwegen / daß der △ CDA gleichförmig ſeye / dem △ FIA. — d. 6. 6. und 4. 6.
Abermahlen wird es ſeyn in dem △ CDA wegen der ═ GI. CA. DG. GC :: DI IA. — d. 2. 6.
Und durch die Verkehrung CG. GD :: AI. ID. — d. 4. 5.
und durch die Zuſammenſetzung CG → GD. GD :: AI → ID. ID. — d. 18. 5.
Und durch die Verwexlung CG → GD. AI → ID :: GD. ID, — d. 16. 5.
(das iſt mit einem Wort DC. DA :: DG. DI.) — d. 14. ax. 1.
Unterdeſſen iſt der ∠ b beyden △ CDA / und GDI. gemein.
Dahero ſeynd beyde △ CDA / und GDI einander / und letztlich alle drey △ CDA. FIA. GDI unter ſich gleichförmig. — d. 6. 6. und 4. 6. d. 11. 5.
Es ſeint aber die △ CDA. FIA. GDI. gerade die Helffte deren ▭ AD. AI. ID. — d. 34. 1.
Darumb auch die ▭ AD AI. ID. einander gleichförmig ſeyn werden. — d. 15. 5.
Welches zu beweiſen ware.

(o)



Die XXV. Vorgab. Handgriff.

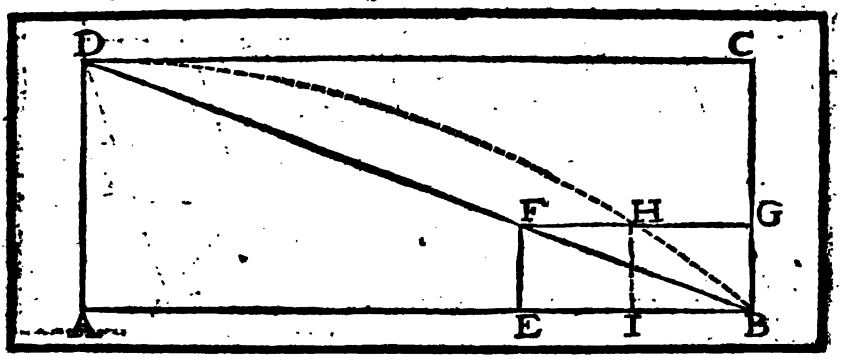
Einer vorgegebener geradtliniſchen Figur (c) eine andere gleichförmige und gleichgeſtellte Figur (E) zu machen/ welche gleich groß ſeye einer andern vorgegebener geradtliniſchen Figur (F).

Handgriff.

Mache auff einer Seiten/ als wie auff AB der Figur C/ das ▭ AH ⊓ d. 45. 1
der vorgegebenen Figur C: und an der Seiten BH in der geradten Lini d. 44. 1
AB fort/ mache ▭ BK ⊓ der Figur F.
Suche zwiſchen AB/ und BI/ die mittlere Proportional-Lini BL. d. 13. 6
Nehme BL/ und mache darauff die Figur E gleichförmig/ und d. 18. 6.
gleichgeſtelliter der Figur C/ welches das erſte iſt/ ſo man verlanget; hernach beweiſet man/ daß auch E und F gleichen Inhalt haben.

Beweiß.

Die Linien AB. BL. BI. ſeint ſtets geproportionirt/ d. d. Hand.
Dahero wie die erſte Lini AB ſich zu der dritten BI verhalten d. 20. Cor. 6.
Alſo iſt die Figur C auff der erſten Lini/ zu der Figur E/
welche auff der anderten BL iſt gemacht worden.
Das iſt/ es werde ſeyn AB. BI :: C. E.
Es iſt aber AB. BI :: ▭ AH (oder die gleichgroſſe Figur C) } d. 1. 6.
Zu dem ▭ BK (oder der gleich groſſen Figur F.) } und Hand.
Das iſt AB. BI :: C. F.
Dahero wird auch ſeyn C. E :: C. F d. 11. 5.
Und folgends wird die Figur E ⊓ ſeyn/ der Figur F. d. 9. 5.
Welches zu machen ware.



Die XXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann von einem Parallelogram / ein anders gleichförmiges / und gleichgeſtelltes abgezogen wird / welches einen gemeinen Winckel mit dem erſten hat/ ſo wird ein ſolches abgezogenes Parallelogram völlig umb den Diameter ſtehen.

Es iſt gegeben/ daß man von dem ▭ ABCD das ▭ EG (ſo ihme gleichförmig/ und gleichgeſtellter ware/ und den ∠ EBG mit einander gemein hatten) abgezogen habe: Dieſem nach ſaget man/ daß das ▭ EG umb den Diameter deß gantzen ▭ AC ſtehe. Das iſt/ wann man eine gerade Lini auß D in B ziehe/ auch durch den Punct F gehe.

Beweiß.

Wann es nicht geglaubt/ ſondern vorgebracht wird / daß eine ſolche Lini durch einen andern/ als den Punct F/ gehe (ſo ſeye/ wann es möglich iſt) daß ſie durch den Punct H gehe/ gleich wie DHB.

Ziehe darauff die Lini HI ‖ der Lini CB :: ſo wird alſo dieſes ▭ IG umb den Diameter deß ▭ AC ſtehen müſſen.

Und wegen deß gemeinen Winckels IBG/ das ▭ IG gleichförmig ſeyn/ dem ▭ AC. — d. 24. 6.

Das iſt/ es ſolte ſich verhalten BG. GH :: BC. CD. — d. 1. def. 6.

Es verhaltet ſich aber BG. GF :: BC. CD.

(dann das ▭ EG iſt gleichförmig gemacht worden dem ▭ AC) d. d. Vorg.

Darumb wird ſich verhalten müſſen BG. GH :: BG, GF. — d. 11. 5.

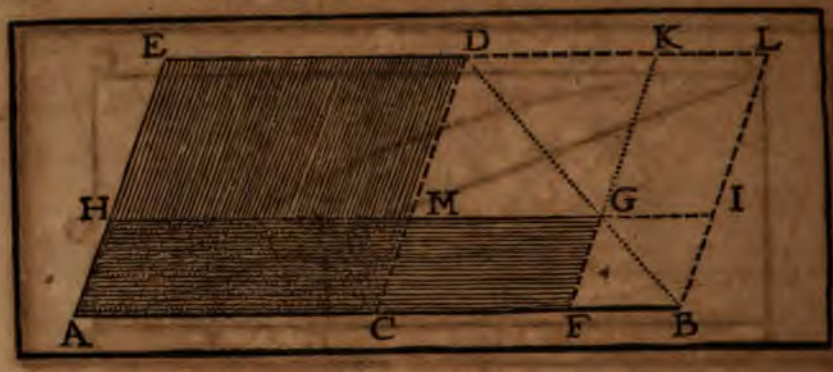
und deßwegen muß GH ⊓ ſeyn/ der GF. — d. 9. 5.

Ein Theil ſeinem gantzen/ ſo ungereimt iſt.

Woraus man ſchlieſſet/ daß eine gerade Lini/ ſo auß dem Punct D in B gezogen wird / bloß durch den Punct F. und nicht anderwerts durchgehe.

Und folgends/ daß das ▭ EG völlig umb den Diameter DFB deß ▭ AC ſtehen müſſe.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXVII. Vorgab. Betrachtung.

Unter allen Parallelogrammen / welche auff einer geraden Lini gestellt werden / und ihre Abgänge gleichförmig und gleich gestölter haben dem Abgang / so auff der geraden Lini ist beschrieben worden / ist das gröste / welches auff der andern Helffte der geraden Lini / gleichförmig ihrem Abgang ist gestölt worden.

Es ist gegeben das abgehende ▭ AD / welches auff der Helffte der Lini AB ist gestölt worden / nemlich auff AC / dessen Abgang aber (nach der 6. def. 6.) seyn werde das ▭ CL / welches auff der andern Helffte der Lini AB / nemlich auff CB / ist beschrieben worden. Es ist auch gegeben / daß / nach Gefallen gemachte ▭ AG / welches auff dem ungleichen Theil AF der Lini AB ist gestölt worden / und seinen Abgang FI gleichförmig / und gleichgestölter dem Abgang CL. hat. Diesem nach saget man / daß das ▭ AD ⌜ seye / als das ▭ AG. u. s. f.

Zubereitung.

Ziehe den Diameter DB / welcher auch nothwendig durch das ▭ FI geben werde (dann beyde ▭ CL / und FI einander gleichförmig / und gleich gestölter gegeben werden) d. 26. 6.

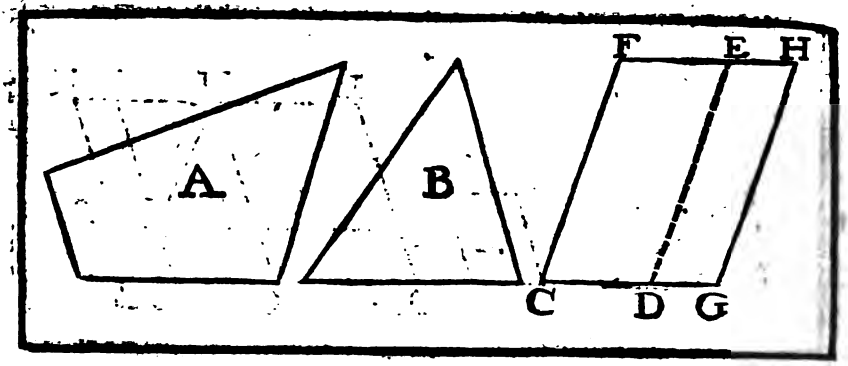
Hernach verlängere FG biß in K.

Beweiß.

In dem ▭ CL ist das ▭ CG ⊓ / dem ▭ GL. d. 43. 1.

Wann man das gemeine ▭ FI beyderseits hinzu setzet.

So wird das ▭ CI ⊓ seyn / dem ▭ FL.



Das □ CF aber/ iſt ∏/ dem □ AM. d. 36. I.
Dahero iſt auch das □ AM ∏/ dem □ FL.
Setze abermahlen hinzu das gemeine □ CG.
So iſt das □ AG ∏/ dem Winckelhacken CGL.
Unterdeſſen iſt klar/ daß das gantze □ CL ⌜ ſeye/ als
der Winckelhacken CGL/ oder das gleiche □ AG.
Folget/ daß auch das □ AD (welches ∏ iſt/ dem □ CL). d. 36. I.
⌜ ſeye/ als das □ AG.
Welches zu beweiſen ware.

Hülffe. (Lemma.)

Den Unterſcheidt zwiſchen zwey geradtliniſchen Figuren zu erfahren/ und welchem eine die andere übertreffe/ oder gröſſer ſeye.

Es ſeynd gegeben die Figuren A und B/ unter welchen A die gröſſere/ und B die kleinere iſt. Diſem nach verlanget man/ und wie viel die gröſſere A/ die kleinere B übertreffe.
Mache das □ CH ∏/ der Figur A. d. 45. I.
Hernach auff der Seiten FC/ und in gleichen Winckeln
mache das □ CE ∏/ der Figur B. d. 43. I.
So iſt klar/ daß das □ DH der Unterſcheid ſeye/
umb welchen die Figur A ⌜ iſt/ als die Figur B.

Die XXVIII. Vorgab. Handgriff.

Auff einer vorgegebenen geraden Lini ein abgehenden Parallelogram zu stöhlen/ welches gleich groß seye einer andern vorgegebenen geradtliniſchen Figur/ und ihren Abgang gleichförmig einem andern gegebenen Parallelogram habe: jedoch ist zu beobachten/ daß die gegebene geradtliniſche Figur nicht gröſſer seye/ als das Parallelogram/ welches auff der Helffte der vorgegebenen Lini gleichförmig seinem Abgang/ ist gestölt worden.

Es seynd gegeben die gerade Lini AB/ die geradtliniſche Figur M/ und das ▭ N. Doch die Figur M muß nicht ⌜ seyn/ als das ▭ AH/ welches auff der Helffte AG der gegebenen Lini AB/ gleichförmig seinem Abgang GK/ oder dem ▭ N ist gestölt worden. Diesem nach verlanget man ein abgehendes ▭/ als wie AC/ auff der Lini AB gestölter zu haben/ welches gleich groß seye der Figur M/ und den Abgang EF/ gleichförmig habe dem ▭ N.

Handgriff.

Auff der Helffte GB der gegebenen Lini AB/ mache das ▭ GK gleichförmig/ dem gegebenen ▭ N. d. 18. 6.

Hernach erfülle auff der Lini AB/ das ▭ AK/ wodurch daß ▭ AH/ das abgehende/ auff der Lini AB werde gestölt/ und sein Abgang GK sey/ welcher gleichförmig gemacht worden ist dem ▭ N. d. 6. def. 6.

Wann nun diß ▭ AH ⊓ wäre/ der gegebenen Figur M. so solte es schon gemacht seyn/ was man verlangt hätte.

Es wird aber die Figur M ⊓/ als das ▭ AH gesetzt. (dann gröſſer kan es nicht seyn/ wider diese/ sind 27 Vorgab. 6.)

Dahero suche durch die Hülffe der vorgehenden 27. den Unterscheid/ umb welchen das ▭ AH/ oder das gleiche GK⌜ ist/ als die Figur M. d. 36. 1.

Mache hernach mit dem gefundenen Unterscheid in dem □ GK
das □ SI/ so gleichförmig seye/ dem □ GK/ oder dem □ N. d. 18. 6.
Verlängere alsdann die Seiten IC in E/ und SC zu beyden Seiten in D und F.
So wird darauß entstehen das □ AC/ welches auff der gegebenen
Lini AB ist gestellt worden/ und ihren Abgang EF gleichförmig
hat dem gegebenen □ N. Dieses aber zu beweisen/
Ziehe vorgehends den Diameter HB/ welcher nothwendig wegen der
Gleichförmigkeit/ und Gleichstellung durch die □ SI und SF gehen werde. { d. 24. 6. / d. 26 6.

Beweiß.

Nunmehro ist klar/ daß die □ EF, SI/ und GK einander gleichformig seint. d. 24. 6.
Es ist aber das □ GK gleichformig gemacht worden dem □ N.
Dahero werden auch die □ EF/ nemlich der Abgang deß □ AC
und das □ SI/ nemlich der Unterscheid/ gleichförmig seyn/ dem
□ N.
Unterdessen ist augenscheinlich wahr/ daß (weilen in dem □ GK.
daß □ SI der Unterscheid zwischen dem □ GK/ d. d. Hand.
und der Figur M ist) der Winckelhacken GCK ⊓ seye/ der Figur M.
Nun aber ist das □ GC ⊓/ dem □ CK. d. 34. 1.
und wann man das gemeine □ EF hinzu setzet/
So wird auch das □ GF ⊓ seyn/ dem □ EK.
Dem □ GF aber ist ⊓ das □ AS. { d. 36. 1. / und Hand.
Darumb ist auch das □ AS ⊓/ dem □ EK.
Setze man beyderseits hinzu das gemeine □ GC.
So wird letzlich das □ AC ⊓ seyn/ dem Winckelhacken GCK.
oder/ durch das vorgehende/ der gleich grossen Figur M.
Welches zu machen ware.

Die XXIX. Vorgab. Handgriff.

Auff einer vorgegebenen geraden Lini ein übertreffendes Parallelogram zu machen / welches gleich groß seye einer andern vorgegebenen geradelinischen Figur / und den Uberschuß gleichförmig / und gleichgestellter habe einem andern vorgegebenen Parallelogram.

Es seynd gegeben die gerade Lini AB / die Figur N / und das ▭ M. Diesem nach solte man ein übertreffendes ▭ gleich wie AI / auff der gegebenen Lini AB stellen / welches gleich groß seye / der Figur N / und ihren Uberschuß BI gleichförmig / und gleichgestellter habe dem ▭ M.

Handgriff.

Zertheile gerad entzwey die gegebene Lini AB. b. 10. 1.
Auff der Helffte FB mache das ▭ FN gleichförmig dem ▭ M. b. 18. 6.
Hernach mache in einem besondern Ort das ▭ OR / das es erstlich der Figur N / und dem ▭ FN sammentlich gleich groß / gleichförmig aber / und gleichgestellter dem ▭ M / oder FN seye. b. 45. 1. und 25. 6.
Verlängere die Seiten KN / und KF.
nehme KL ⊓ / der QR / und KE ⊓ / der QO.
Nach diesem ziehe durch E die Lini DEI ═ / der Lini AB / b. 31. 1.
Und auß L die Lini LGI ═ / der Lini KFE.
Verlängere AB biß in G / und NB biß in H.
Letztlich ziehe auß A die Lini AD ═ / der Lini FE.
Nunmehro beweiset man / daß der Uberschuß BI gleichförmig und gleichgestellter seye dem ▭ M. hernach / daß das ▭ AI (welches ein übertreffendes ist) / auff der Lini AB gestellt / und gleich groß seye der Figur N.
Ziehe vorgehends den Diameter KI / welcher nothwendig wegen der Gleichförmigkeit / und Gleichstellung deren ▭ just durch beyde ▭ BI / und FN gehen werde. b. 26. 6.

Beweiß.

Erſtlich iſt klar/ daß die ▭ OR. FN. BI/ und EL einander gleichförmig ſeint. d. d. Hand.

Es iſt aber das ▭ OR/ oder das ▭ FN gleichförmig gemacht worden/ dem vorgegebenen ▭ M.

Dahero auch die andere ▭/ als wie der Uberſchuß BI/ und das ▭ EL. d. 21. 6. gleichförmig ſeyn werde dem ▭ M.

So erſtlich zu beweiſen ware.

Alsdann/ weilen KL/ und KE ⊓ ſeint/ denen QR/ und QO. d. d. Hand.

Und wegen der Gleichformigkeit auch der ∠ EKL ⊓/ dem ∠ OQR.

ſo folget/ daß das ▭ EL ⊓ ſeye/ dem ▭ OR. } d. 34. 1. } und 36. 1.

Das ▭ OR aber/ iſt vorhero ⊓ gemacht worden/ der Figur N/ und dem ▭ FN ſammenklich. d. d. Hand.

Dahero iſt auch das ▭ EL ⊓ / der Figur N → ▭ FN.

Wann man nun auß dem ▭ EL das ▭ FN darvon ziehet/ ſo wird verbleiben der Winckelhacken EBK ⊓/ der Figur N.

Unterdeſſen iſt das ▭ DF ⊓/ dem ▭ EB/ und das ▭ EB iſt ⊓/ dem ▭ BL. d. 34. 1. d. 43 1.

Dahero iſt auch das ▭ DF ⊓/ dem ▭ BL.

Wann man beyderſeits/ das gemeine ▭ FI hinzu ſetzet.

So wird das ▭ AI ⊓ ſeyn/ dem Winckelhacken EBL.

Es iſt aber ſchon bewieſen worden/ daß der Winckelhacken EBL ⊓ ſeye/ der Figur N.

Darumb wird auch das ▭ AI ⊓ ſeyn/ der Figur N.

Welches letztlich zu beweiſen und zu machen ware.

Die XXX. Vorgab. Handgriff.

Eine vorgegebene gerade Lini/ nach der mittlern und äusserſten Proportion abzutheilen.

Es iſt gegeben die gerade Lini AB/ welche alſo abzutheilen iſt/ daß ſich die gantze Lini AB/ zu dem gröſſern Stück AC verhalte: gleich wie daſſelbe Stück AC/ zu dem kleinern CB. Nemlich daß es ſeye AB. AC :: AC. CB.

Handgriff.

Zertheile die gerade Lini AB auff ſolche Weiſe/ daß das ▭ ſo groß gemacht iſt von der gantzen AB/ und dem kleinern Stück CB ⊓ ſeye dem □ /welches gemacht iſt von dem gröſſern Stück AC. d. 11. 2.

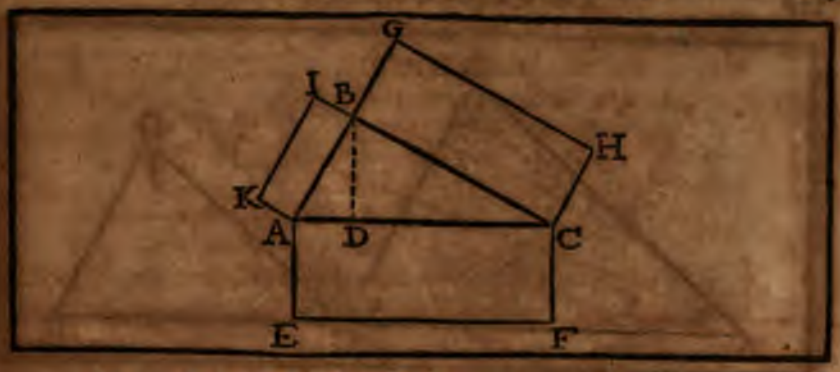
Dieſem nach ſaget man/ daß die vorgegebene gerade Lini AB in dem Punct C nach der mittlern und äuſſerſten Proportion abgetheilt worden ſeye.

Beweiß.

Dieweilen das ▭ CE ⊓ gemacht worden iſt/ dem □ CF. ſo wird ſeyn/ EB (oder die gleiche AB) AC :: AC, CB. d. 17. 6.

Dahero iſt die Lini AB nach der mittlern/ und äuſſerſten Proportion in Puncten C abgetheilt worden. d. 3 def. 6.

Welches zu machen ware.



Die XXXI. Vorgab. Betrachtung.

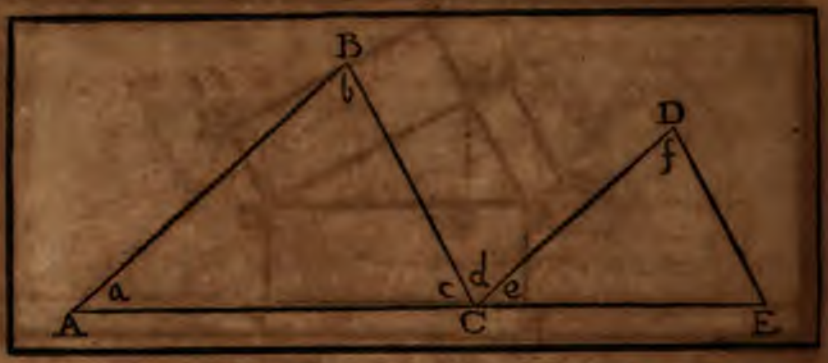
Wann auff denen drey Seiten eines rechtwincklichten Triangels drey gleichförmige und gleichgestellte Figuren beschrieben seint: So wird dieselbe (welche auff der Seiten/ die den rechten Winckel unterspannet/ beschrieben worden)/ gleich seyn denen andern zwey Figuren sammentlich/ welche auff denen andern zwey Seiten seint gemacht worden.

Es ist gegeben der △ ABC rechtwincklicht in ∠ B auff dessen Seiten AB. BC. CA seint gleichförmig und gleichgestellter/ zu einem Exempel die □ AI. BH. AF gemacht. Diesem nach saget man/ daß das □ AF/ so auff der Seiten AC/ welches den rechten ∠ B unterspannet beschrieben worden/ gleich groß seye/ beyden □ AI/ und BH sammentlich.

Lasse vorhero auß dem rechten ∠ B die ⊥ BD auff die Basis fallen. d. 12. 1.

Beweiß.

Durch die ⊥ BD ist gemacht worden/ daß es seye in dem △ ABC
AC. CB :: CB CD. d. 8. 2 Cor. 6.
Dahero wie sich verhaltet AC. CD :: das □ AF. □ BH. d. 20. Cor. 6.
und durch die Umbkehrung CD. AC :: das □ BH. □ AF. d. 4 5.
Es ist auch in dem △ ABC. AC :: AB. AD. d. 8. 2. Cor. 6.
Dahero wie sich auch verhaltet AC. AB. AD :: □ AF. □ AI. d. 20 Cor. 6.
und durch die Umbkehrung AD. AC :: □ AI. □ AF. d. 4. 5.
Mit einem Wort/ es ist CD (1). AC (2) :: □ BH (3) □ AF (4).
und AD (5) AC (2) :: □ AI (6). □ AF (4).
Derowegen seyn werde CD + AD. AC :: □ BH + AI. □ AF. d. 24. 5.
Die Linien CD + AD seint aber ⊓ / der gantzen AC
Folget/ das auch die □ BH + AI ⊓ seint/ dem □ AF.
Welches zu beweisen ware.



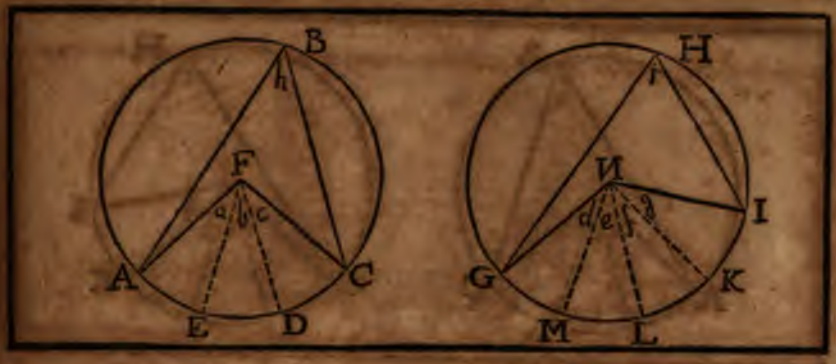
Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann in zwey Triangeln / zwo Seiten eines geproportionirt seind/ zweyen Seiten des andern/ und beyde Triangeln also an einander gestossen werden/ daß sie einen Winckel machen und die gleichförmig-haltnuß-sagende Seiten einander Parallel haben: so werden die übrige zwo Seiten in eine gerade Lini fort liegen.

Es ist gegeben/ daß die zwey △ ABC/ und CDE die zwo Seiten geproportionirt haben/ nemlich AB. BC :: CD. DE. Diese beyde △ werden hiernach also zusammen gestossen/ daß sie einen ∠/ nemlich den ∠ d machen/ und die gleichförmig-haltnuß-sagende Seiten AB. CD/ und BC DE einander Parallel kommen; diesem nach saget man/ daß die übrige zwo Seiten AC. CE in einer geraden Lini fort liegen.

Beweiß.

Dieweilen die Seiten AB = ist/ der Seiten CD. — d d. Vorg.
und auch die Seiten BC = ist/ der Seiten DE.
So wird der ∠ b ∏ seyn / dem ∠ d. } d. 29. 1.
und der ∠ d ∏ / dem ∠ f.
und folgends der ∠ b auch ∏ / dem ∠ f. d. n. g. a.
Unterdessen hält sich AB. BC :: CD. DE. d. d. Vorg.
Darumb ist der △ ABC gleichwincklicht dem △ CDE: d. 6. 6.
Und dahero ist ∠ a ∏ / dem ∠ e.
Wann man nun beyderseits die gleiche ∠ d / und b hinzu setzet
So ist auch der ∠ a / und b ∏ / denen ∠ d/ und e.
Setzet man abermahlen beyderseits den gemeinen ∠ c hinzu/
So seind alle drey ∠ a/ b/ c ∏/ denen drey ∠ c/d/e.
Diese drey ∠ a + b + c seind aber ∏/ zwey rechten ∠. d. 32. 1.
Folget/ daß auch die ∠ c + d + e zwey rechten ∏ seyen / und
deßwegen wird die Lini ACE eine gerade Lini fort seyn. d. 14. 1.
Welches zu beweisen wäre.



Die XXXIII. Vorgab. Betrachtung.

In gleichen Zirckeln halten sich/ sowol die Winckel bey dem Mittel-Puncte/ als die/ so in dem Umbkreiß stehen/ gegen einander/ als wie die Stücke deren Umbkreisse/ oder Bögen/ darauff sie stehen: also halten sich auch gegen einander die Außschnitze/ gleich wie ihre Stücke deß Umbkreiß oder Bögen.

Es seynd gegeben die zwey gleiche Zirckeln ABC/ und GHI/ bey dero Mittel-Puncten F/ und N seint gemacht die ∠ AFC/ oder a → b → c. und GNI/ oder d → e → f → g. Diesem nach saget man/

I. Daß sich also verhalte der ∠ a → b → c/ zu dem ∠ d → e → f → g/ als wie der Bogen AC zu dem Bogen GI.

Zubereitung.

Suche einen gemeinmäßlichen Theil/ welcher beyde Bögen AC/ und GI gerad auffmesset.

Setze AE ein solcher Theil/ welcher den Bogen AC gerad dreymahlen/ und den Bogen GI gerad viermahlen auffmesset.

Ziehe die Puncten E. D in F/ und M. L. K. in N zusammen.

Beweiß.

Dieweilen die Theile/ oder kleine Bögen AE. ED. DC/ und GM. ML. LK. KI einander seint ⊓ gemacht worden. d. d. Zub.

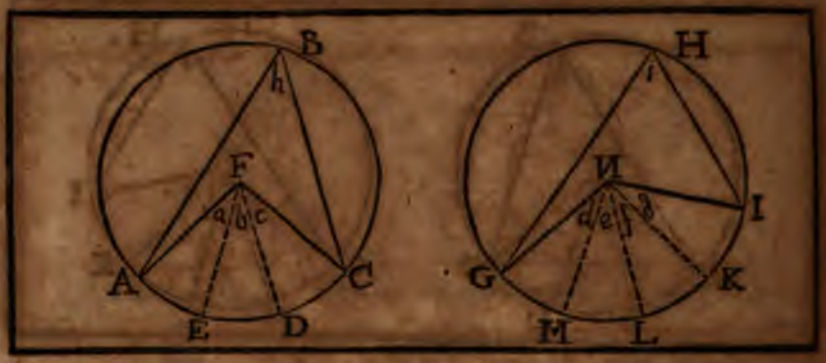
So werden auch die ∠ a. b. c/ und die ∠ d. e. f. g. einander ⊓ seyn. d. 27. 3.

Und die Anzahl deren kleinen ∠ ⊓ seyn/ der Anzahl deren kleinen Bögen/ oder Umbkreiß-Stücke.

Der Bogen AC aber/ ist gerad in drey gleiche Theile/ und der Bogen GI gerad in vier gleiche Theile abgetheilt worden. d. d. Zub.

Dahero wird der gantze ∠ AFC/ auch gerad in die drey kleine gleiche ∠/ und der ∠ GNI in vier kleine/ und gleiche ∠ abgetheilt seyn.

Und wegen gleicher Anzahl in einem und andern sich verhalten.



Daß wie offt der kleine Bogen AE in dem gantzen Bogen GI begriffen ist: so offt auch der kleine ∠a in dem gantzen ∠d → e → f g begriffen seye.

Und ferners/ wie offt die zwey kleine / und gleiche Bögen AE → ED in dem gantzen Bogen GI begriffen seint: so offt auch die zwey kleine / und gleiche ∠a → b in dem gantzen ∠d → e → f → g begriffen seint.

Letztlich/ wie offt die drey kleine und gleiche Bögen AE → ED → DC (das ist/ der gantze Bogen AC) in dem gantzen Bogen GI begriffen seint:

so offt auch die drey kleine und gleiche ∠ a → b → c (das ist/ der gantze ∠ AFC) in dem gantzen ∠d → e → f → g (das ist/ in dem ∠ GNI) begriffen seyn. d. 1. 3. ax. 5.

Dahero/ als wie sich verhaltet der Bogen AC zu dem Bogen GI :: ∠AFC, ∠ GNI. d. 6. def. 5. 7.

II.

Saget man/ daß die ∠ in dem Umbkreisse/ gleich wie die ∠ h/ und i/ sich gegen einander verhalten/ gleich wie ihre Bögen AC/ und GI/ worauff sie stehen.

Die Ursach ist/ weilen die ∠ h und i gerad die Helffte von denen ∠ a → b → c/ und d → e → f → g seint. d. 20. 3.

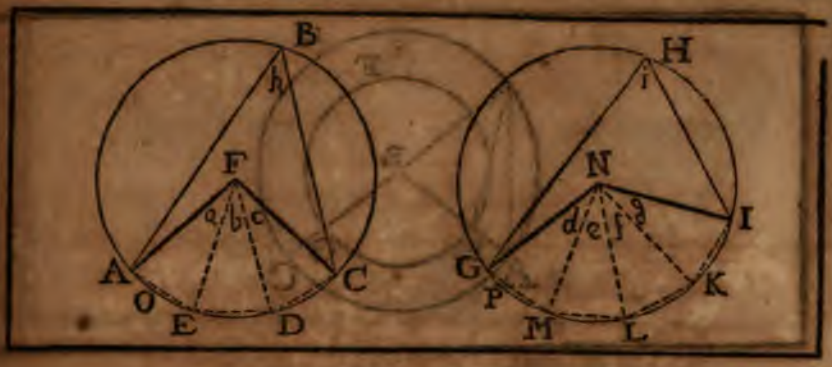
Diese aber halten sich gegen einander/ gleich wie ihre Bögen AC. GI. d. d. Vorg.

Dahero auch seyn werde der ∠ b. ∠ i :: der Bogen AC/ zu dem Bogen GI. d. 15. 5.

III.

Saget man/ daß der Außschnitz AFCDE/ zu dem Außschnitz GNIKLM sich verhalte/ gleich wie der Bogen AC zu dem Bogen GI.

Ziehe vorhero die Puncten A E. D. C/ und G. M. L. K. mit geraden Linien zusammen



Nun ist klar/ daß wegen der gleichen Linien AF. EF/ und GN. MN/ und deren gleichen ∠ a/ und d. — d.15.def.1. d.d.Vorg.
Der △ AFE ⊓ seye/ dem △ GNM. — d.4.1.
So ist auch der Zirckel ABC ⊓/ dem Zirckel GHI. — d.d.Vorg.
Wann man nun von diesen gleichen Zirckeln die beyde gleiche △ darvon ziehet/
So wird überbleiben der kleine Zirckel-Schnitz AOE ⊓/ dem kleinen Schnitz GPM.
Setze diese gleiche Schnitze beyderseits zu den gleichen △ AFE/ und GNM hinzu.
So werden die kleine Außschnitze AFEO/ und GNMP darauß entstehen/ welche auch ⊓ einander seyn werden. — d.2.ax.
Unterdessen so viel kleine Bögen in einem und andern gantzen Bogen seint/ so viel werden auch kleine und gleiche Außschnitze in einem/ und andern gantzen Außschnitze seyn.
Es seint aber in dem Bogen AC drey kleine und gleiche Bögen und in dem Bogen GI vier kleine und gleiche Bögen gemacht worden/ — d.d.Zub.
Deßwegen auch der Außschnitz AFC. DEA geradt drey kleine und gleiche Außschnitze / und der Außschnitz GNIKLM geradt vier kleine und gleiche Außschnitz begreiffen werde.
Und wegen gleicher Anzahl in einem und andern seyn.
Wie offt der kleine Bogen AE in dem gantzen Bogen GI begriffen ist: so offt wird auch das Außschnitzl AFE in dem gantzem Außschnitz GNIKLM begriffen seyn/
Und wie offt die zwey Bögen AE → ED in dem gantzen Bogen GI begriffen seint: so offt werder auch die

Mm

Zwey Außschnitzeln AFE → EFD in dem gantzen Außschnitz GNIKLM begriffen seyn.

Letzlich wie offt die drey kleine und gleiche Bögen AE → ED → DC (das ist der Bogen AC) in dem gantzen Bogen GI begriffen seint/ so offt werden auch die drey kleine und gleiche Außschnitze AFE → EFD → DFC (das ist der Außschnitz AFCDE) ist dem gantzen Außschnitz GNIKLM begriffen seyn.

Und dahero seyn als wie der Bogen AG zu dem Bogen GI: also ist der Außschnitz AFCDE/ zu dem Außschnitz GNIKLM Welches zu beweisen ware. { d. 6. Lib. 5. 7.

Folge I.

Es verhaltet sich ein Außschnitz zu dem andern/ gleich wie ein Winckel zu dem andern/ welche von denen Außschnitze gemacht werden.

II.

Der Winckel bey dem Mittel-Punct (als wie der ∠B in dem Zirckel ADC) verhaltet sich gegen vier rechte Winckeln; gleich wie das Umbkreiß-Stück AC / worauff er stehet/ zu dem gantzen Umbkreiß deß Zirckels (ADC):

III.

Die Umbkreiß-Stücke / oder Bögen (gleich wie AC. EG) in ungleichen Zirckeln (ADC. EFG.) welche gleiche Winckeln unterspannen/ (es seyen umb den Mittel-Punct / oder in dem Umbkreiß): seint einander gleichförmig.

IV.

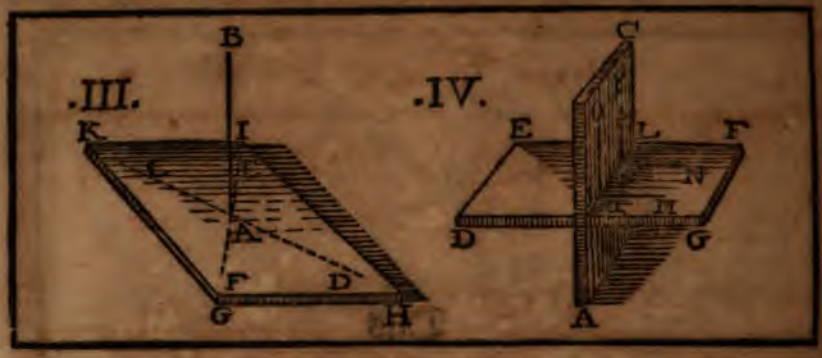
Zwey halbe Diameter/ als wie AB. CB schneiden in denen Zirckeln ADC. EFG/ welche auß einerley Mittel-Punct B beschrieben seint/ gleichformige Bögen AC. EG. ab.

Das

Eilffte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

I.

Etwas dichtes (Solidum) oder ein Cörper ist/ welches eine Länge/ Breite/ und Dicke hat.

II.

Das eusserste eines Cörpers/ ist die Fläche.

III.

Man sagt/ daß eine gerade Lini (AB) auff einer Fläche (GHIK) bleyrecht stehe/ wann sie auff allen geraden Linien (gleich wie auch EF. CD) welche auff derselben Fläche liegen/ und sothane gerade Lin (AB) berühren/ auch bleyrecht stehet. Fig. III.

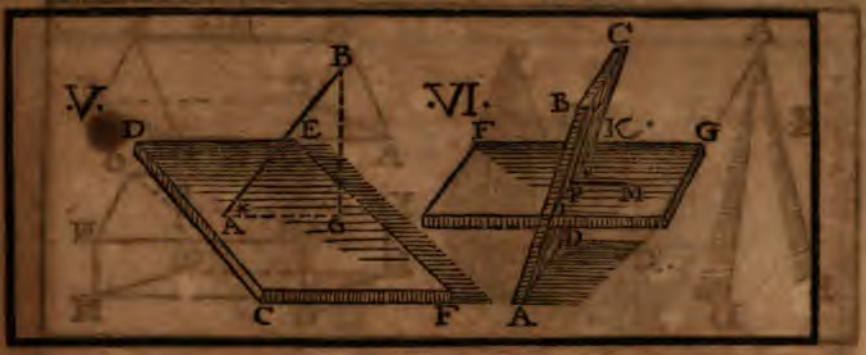
Das ist; wann AB mit denen geraden Linien EF. CD (welche sie an Punct A berühren/ und auff der Fläche GHIK liegen) die ∠ FAB. DAB. EAB. CAD unter einander gleich machet.

IV.

Eine Fläche (AC) stehet auff einer andern Fläche (DEFG) bleyrecht/ wann die gerade Linien (OQ. PK.) welche auß dem gemeinen Durchschnitt (LKQL) gezogen worden/ sowohl auff einer Fläche (AC) als auff der andern (DEFG) bleyrecht stehen. Fig. IV.

Das ist/ OQM. PKN müssen rechte Winckeln seyn.

Mercke/ daß der gemeine Durchschnitt zweyen oder mehr Cörpern eine gerade Lini allein seye/ welche/ wann sich zwey oder mehr Cörper durchschneiden/ solche zugleich berühret; gleich wie allhier ist der gemeine Durchschnitt die gerade Lini IQKL/ welche zugleich die Fläche AC/ und die Fläche DEFG berühret.



V.

Wann von dem einen Ende (B) einer geraden Lini (AB) auff dieselbe Fläche (CDEF)/ worauff die gerade Lini (AB) auffstehet/ eine bleyrechte Lini (BG) herunter gelassen wird (als wie in dem Punct G)/ und das andere Ende (A)/ und solcher Punct (G) mit einer geraden Lini zusammen gezogen werden: so sagt man hernach/ daß der scharffe Winckel (*)/ welcher von der auffstehenden (AB)/ und zusammen gezogenen Lini (AG) gemacht wird/ die Neigung (inclinatio) der geraden Lini (AB) zu der Fläche (CDEF) seye. Fig. V.

Merckt/ nachdem der ∠ * groß/ oder klein ist/ nach diesem wird die Neigung der Lini AB zu der Fläche CDEF/ groß oder klein genant.

VI.

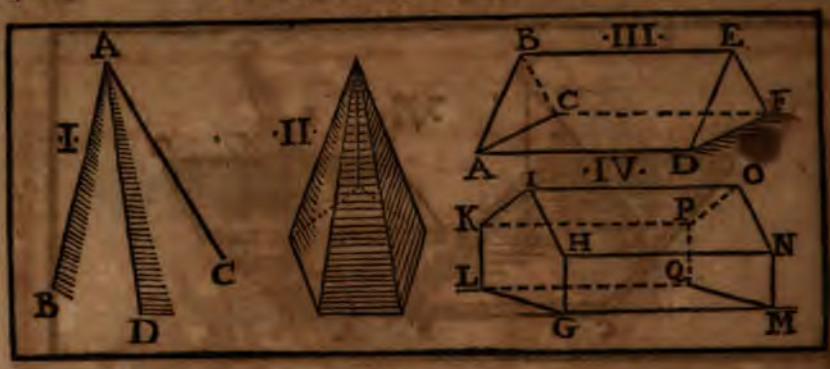
Eine Fläche (ABCD) neiget sich zu einer andern Fläche (FG) wann die zwey gerade Linien (PL. PM)/ welche auß dem gemeinen Durchschnitt (IPK)/ und bleyrecht in beyde Fläche seynd gezogen worden/ einen scharffen Winckel (*) mit einander machen. Fig. VI.

VII.

Die Fläche neigen sich gleichförmig zu andern Flächen/ wann sie ihre Neigungs-Winckeln (anguli inclinationum) einander gleich haben.

VIII.

Parallel/ oder gleich weit abstehende Fläche seynd/ welche allzeit in gleicher Weite von einander stehen/ und niemahlen zusammen kommen.



IX.

Gleichförmige dichte Figuren / oder Cörper seint/ welche mit gleichförmigen/und an der Anzahl gleichen Fläche beschlossen seint.

X.

Gleichgroß und gleichförmige dichte Figuren/ oder Cörper seynt / welche mit gleichförmigen/ und an der Anzahl und Grösse gleichen Fläche beschlossen seint.

XI.

Ein dichter Winckel (A) ist/ welcher von mehr als zweyen Fläche / (auff das wenigst von dreyen / gleich wie allhier BAC. CAD. BAD)/ so nicht auff einerley Fläche liegen / doch aber in einem Punct (A) zusammen stossen / gemacht wird. Fig. I.

XII.

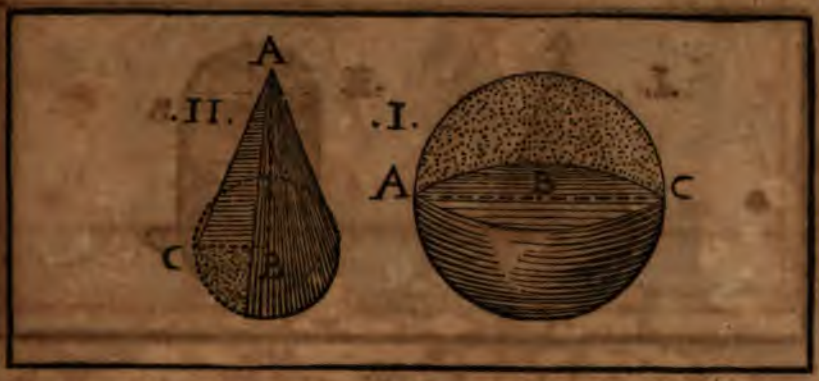
Spitz-Säule (Pyramis) ist eine dichte Figur/ mit etlichen Fläche umbschlossen/ welche von einer Fläche in einen Punct zusammen gezogen seint.

Mercke/ wann die eine/ oder untere Fläche/ drey- vier- oder fünff-eckicht/ u. s. f. ist/ so wird nachmahlen die dichte Figur / eine drey- vier- oder fünff-eckichte Spitz-Säule/ u. s. f. genant Fig. II.

XIII.

Eck-Säule (Prisma) ist eine dichte Figur mit etlichen Fläche beschlossen/ deren die zwey gegen überstehende/ gleich groß und gleichförmig/ und Parallel einander / die übrige aber Parallelogramen seint. Fig. III. IV.

Die Fig. III. ist eine dreyeckichte und IV. eine fünff-eckichte Eck-Säule. ABC/ DEF/ und GHIKL. MNOPQ seynd die zwey gegenüber stehende Fläche/ so einander gleich groß/ gleichförmig und Parallel seint. Die andern Fläche ABED. ACFD. CBEF. und GHNM. HION. IKPO. KLPQ. LGMQ. seint ▭.



XIV.

Eine Kugel (Sphæra) ist eine dichte Figur / welche entstehet / wann man einen halben Zirckel umb seinen Diameter rings herumb / biß an das Ort / allwo man hat angefangen / umbdrähet. Fig. I.

XV.

Die Achse (Axis Sphæræ) ist der Diameter / oder solche gerade Lini (ABC) / umb welche der halbe Zirckel ist gedrähet worden.

XVI.

Der Mittel-Punct deß halben Circkels (B) ist auch der Mittel-Punct der Kugel (Centrum Sphæræ).

XVII.

Der Diameter einer Kugel ist eine gerade Lini / welche durch den Mittel-Punct gezogen / sich beyderseits an der Kugel Fläche endet.

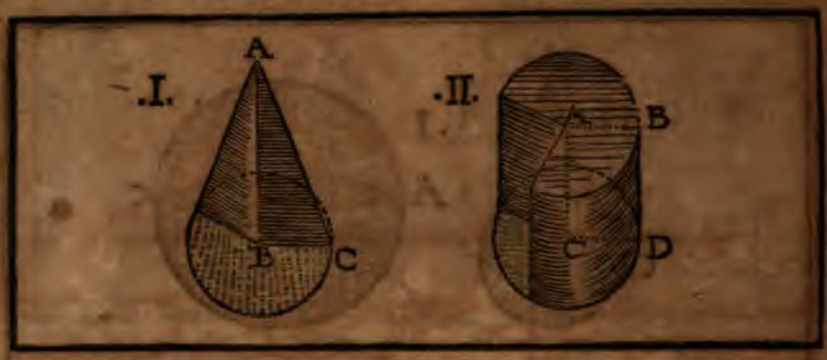
XVIII.

Ein Kögel (Conus) ist eine dichte Figur / welche erwaret / wann ein rechtwincklichter Triangel (CBA) / umb eine derjenen Seiten / welche den rechten Winckel mitmachet (als wie umb BA) rings herum / biß an das Ort / allwo man angefangen hat / gedrähet wird. Fig. II.

Mercke / wann AB und BC einander gleich seint; so wird die Figur ein rechter Kögel; ist aber AB kleiner als BC / ein stumpffer; und letztlich wann AB gröſſer ist als BC / ein spitziger Kögel genandt.

XIX.

Die Achse deß Kögels (AB) ist diejene Lini / umb welcher der Triangel ist gedröhet worden.



XX.

Die Basis deß Kögels ist ein Zirckel/ welcher von der herum geträhten Lini ist gestaltet worden. Fig. I.

XXI.

Eine Waltze (Cylindrus) ist eine dichte Figur/ welche gemacht wird/ wann ein rechtwincklichtes Parallelogram (ABCD) umb seiner Seiten eine (als wie umb CA) rings herum biß an das Ort/ allwo man hat angefangen/ geträhet wird. Fig. II.

XXII.

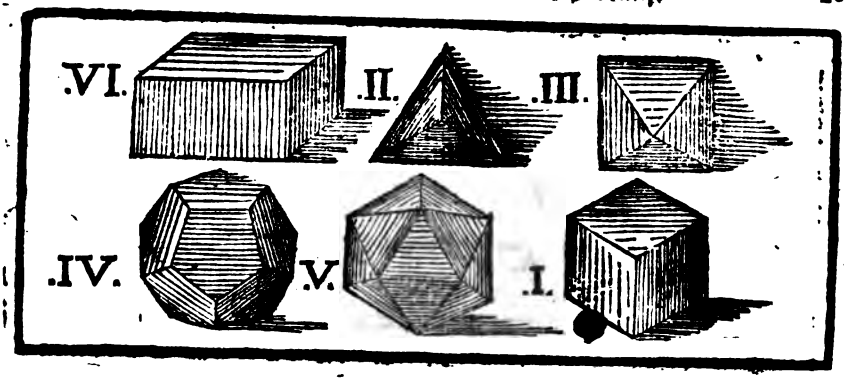
Das Achse der Waltze ist diejene Seiten (CA) umb welcher man das Parallelogram geträhet hat.

XXIII.

Die Basen der Waltzen seint Zirckeln / welche von denen zwey gegen über stehenden Seite (AB. CD) in Herumdrähen seint gestaltet worden.

XXIV.

Gleichförmige Kögleu und Waltze seint/ welche die Achse und die Diameter ihrer Basen einander geproportionirter haben.



XXV.

Ein Würffel (Cubus) iſt eine dichte Figur/ welche von ſechs gleichen Quadraten beſchloſſen iſt. Fig. I.

XXVI. Tetraedrum iſt eine dichte Figur/ welche von vier gleichſeitigen/ und gleichen Triangeln beſchloſſen iſt. Fig. II.

XXVII. Octoedrum iſt eine dichte Figur/ welche von acht gleichſeitigen und gleichen Triangeln umbſchloſſen iſt. Fig. III.

XXVIII. Dodecaedrum iſt eine dichte Figur/ welche von zwölff gleichſeitigen/ gleichwincklichten/ und gleichen fünffecken umbſchloſſen iſt. Fig. IV.

XXIX. Icoſaedrum iſt eine dichte Figur/ welche von zwantzig gleichſeitigen und gleichen Triangeln beſchloſſen iſt. Fig. V.

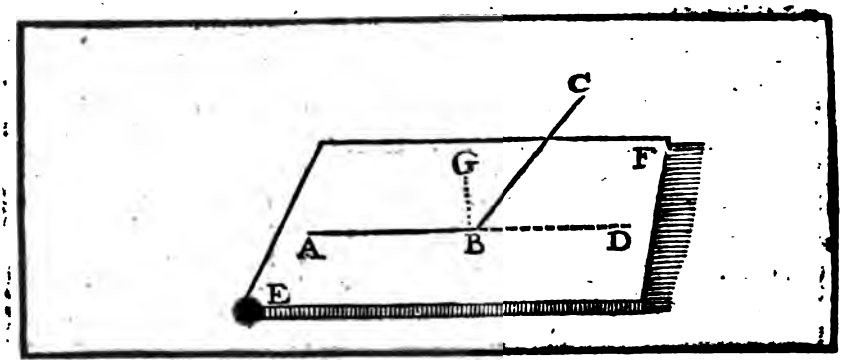
XXX. Parallelepipedum iſt eine dichte Figur/ welche von ſechs vierſeitigen Figuren/ deren gegen über ſtehende allzeit einander Parallel ſeint/ beſchloſſen iſt. Fig. VI.

Mercke; daß deren Parallelepipeden ſo vielerley Art gebe/ als deren Parallelogrammen ſeynd.

XXXI. Eine dichte Figur ſaget man/ ſeye in eine dichte Figur eingeſchrieben/ wann alle Winckeln der Figur/ welche ſolte eingeſchrieben werden/ oder in denen Winckeln/ oder in denen Seiten/ oder endlich in denen Fläche der Figur/ in welche die eine eingeſchrieben wird/ geſtellt ſeynd.

XXXII. Eine dicke Figur/ ſagt man/ ſeye umb eine dichte Figur umbſchrieben/ wann die Winckeln/ oder die Seiten/ oder letztlich die Fläche der Figur/ welche umbſchrieben ſolte werden/ alle Winckeln der Figur/ umb welche die eine umbſchrieben wird/ berühre.

Anmerckung. In folgenden Büchern wird gemeiniglich ein dichter Winckel mit vier Buchſtaben angedeutet/ darvon der erſte den Spitz/ oder den Punct deß Winckels anweiſet. Zu einem Exempel/ wann geſchrieben iſt/ der ∠ ABCD. ſo verſtehe/ daß der Spitz oder Puncten deß dichten Winckels ſeye/ allwo der Buchſtaben A ſtehet.



Die I. Vorgab. Betrachtung.

Eine gerade Lini kan nicht mit einem Theil auff einer Fläche / und mit dem übrigen Theil / auff einer andern Fläche liegen.

Seye gegeben / daß in der unterlegten Fläche EF ein Theil von einer geraden Lini / als wie AB / seye; so sagt man / daß auch der übrige Theil BC von der geraden Lini nothwendig auff derselben Fläche / und nicht ausserhalb derselben liegen müsse. Gesetzt / man sagte dannoch / daß BC ausserhalb der Fläche EF seye.

Beweiß.

Nun ist es klar / daß auff der Fläche EF eine gerade Lini gleich wie BD kan gezogen werden / welche mit AB in einer geraden Lini fort liege.

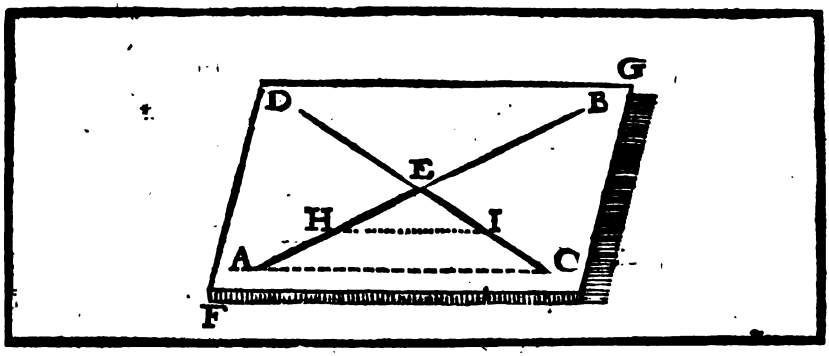
Dann / man kan auß B die Lini BG solcher gestalt ziehen / daß die zwey ∠ ABG und DBG eingander gleich / und dahero zween rechte werden.

Und folgends die ABD in einer geraden Lini fort liege §. 14. 1.

Unterdessen aber würden BC und BD auß der geraden Lini AB entspringen. Welches ungereimt ist. §. 13. ax. 1.

Dahero schliesset man / daß nothwendig beyde Theile einer geraden Linien auff einer Fläche allein / und nicht ausserhalb derselben / liegen müssen.

Welches zu beweisen ware.



Die II. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey gerade Linien ſich einander in einem Punct durchſchneiden: ſo werden ſie auff einer Fläche allein liegen. Und ein jeder Triangel lieget auch nur auff einer Fläche allein.

Es iſt gegeben / daß die zwey gerade Linien AB und CD ſich einander in dem Punct E durchſchneiden / und das mit der geradtgezogenen Lini AC / der △ AEC ſeye geſtaltet worden. Dieſem nach ſagt man / daß der gantze △ AEC / und die gerade Linien AB und CD völlig auff der einigen Fläche FG liegen.

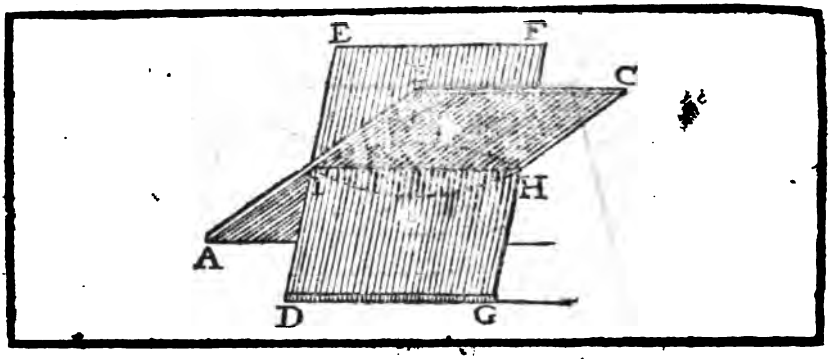
Beweiß.

Wann es nicht geglaubt werde / ſo ſeye es / (wofern es möglich iſt) / daß von dem △ AEC ein Theil / gleich wie AHIC auff einer Fläche / und der andere Theil HEI auff einer andern Fläche liege:

So folgete ſtracks darauff / daß der Theil AH von der geraden Lini HE auff einer Fläche / und der andere Theil HE darvon / auff einer andern Fläche liegete.

Und auch der eine Theil CI von der geraden Lini CE / auff einer Fläche / und der andere Theil IE darvon / auff einer andern Fläche liegete. Welches aber nicht ſeyn kan. d. I. II.

Dahero ſchlieſſet man / daß noch der gantze △ AEC nur auff einer Fläche allein / und eben durch dieſen Beweiß auch die gantze gerade Linien AEB / und CED auff derſelben Fläche allein liegen müſſen. Welches zu beweiſen ware.



Die III. Vorgab. Handgriff.

Wann zwey Fläche ſich einander durchſchneiden: ſo iſt ihr gemeiner Durchſchnitt nur eine gerade Lini allein.

Es iſt gegeben daß die Fläche ABC/und DEFG ſich einander durchſchneiden. Dieſem nach ſaget man/ daß ihr gemeiner Durchſchnitt IH nur eine gerade Lini allein ſeye.

Beweiß.

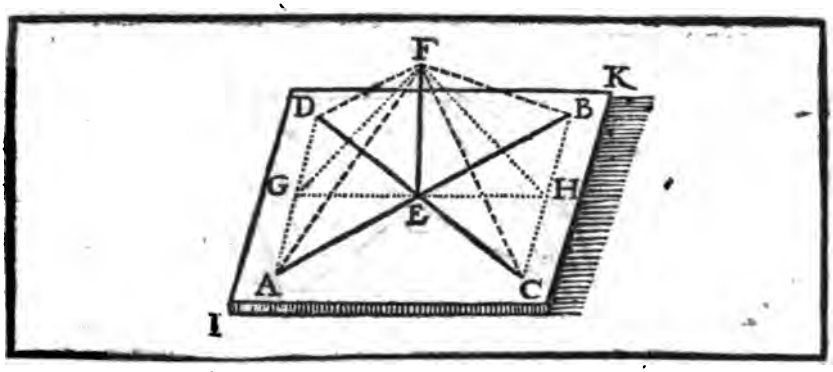
Wil man diß nicht glauben/ ſondern einwerffen/ es wäre in der Fläche ABC die gerade Durchſchnitts-Lini IKH (wenn es doch möglich iſt)/ und in der Fläche DEFG die andere gemeine gerade Durchſchnitts-Lini ILH.

Darauff aber geantwortet wird/ doch auff ſolche Weiſe (indeme beyde gerade Linien IKH/ und ILH aus einerley Ende gezogen werden) den Platz IKHL einſchlieſſeten.

So aber nicht ſeyn kan: 9. 12. ax. 9.

Dahero nothwendig zu ſagen iſt/ daß der gemeine Durchſchnitt HI nur eine gerade Lini allein ſeye.

Welches zu beweiſen ware.



Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine auß dem gemeinen Durchſchnitt gezogene gerade Lini auff zwey geraden Linien (welche einander ſich durchſchneiden/ bleyrecht ſtehet: ſo wird ſie auch auff der Fläche/ welche durch die zwey gerade Linien durchgezogen verſtanden wird/ oder darauff ſie würcklich liegen/ bleyrecht ſtehen.

Es iſt gegeben/ daß die gerade Lini EF bleyrecht ſtehe auff denen geraden Linien AB/ und CD/ welche einander ſich durchſchneiden in E/ alſo/ daß die ∠ AEF. DEF. BEF. CEF. vier rechte ∠ ſeint. Dieſem nach ſagt man/ daß dieſelbe Lini EF auch auff der Fläche IK/ auff welcher die gerade Linien AB und CD liegen/ bleyrecht ſtehe.

Das iſt/ eine jede nach Gefallen genommene gerade Lini auff der Fläche IK/ und durch den gemeinen Durchſchnitts-Punct E gezogene/ gleich wie die gerade Lini GEH wird jederzeit mit EF einen rechten Winckel machen.

Zubereitung.

Mache EA. ED. EB. EC einander gleich.

Ziehe AD und CB zuſammen: ſo wird hierdurch die nach Gefallen genommene Lini GEH in denen Puncten G und H durchgeſchnitten.

Hange AF. GF. DF. BF. HF. CF zuſammen. Dieſem nach/

Beweiß.

In denen △ FEA. FEB. FEC. FED iſt die Seiten EF allen gemein.

Und die Seiten EA. ED. EB. EC. ſeynd einander ∏ gemacht worden. d. d. Zub.

und die ∠ AEF. DEF. BEF. CEF ſeynd auch einander gleich. d. d. Vorg.

Folget/ daß auch die Baſen AF. DF. BF. CF einander gleich ſeint. d. 4. 1.

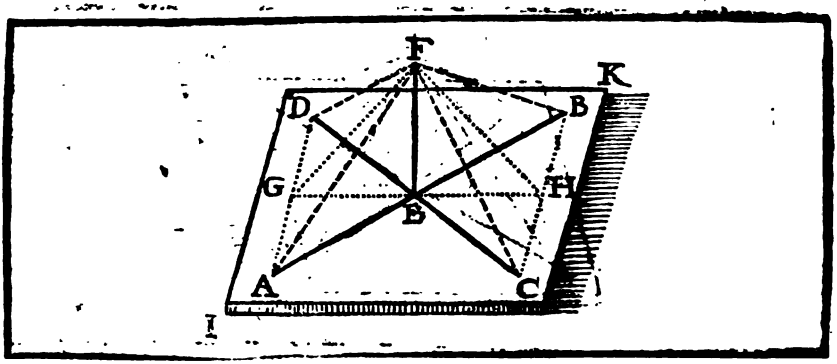
Ferners/ in denen zwey △ AED/ und CEB/ ſeint

Die zwo Seiten EA ED ∏/ denen zwo Seiten EC. EB. d. d Zub.

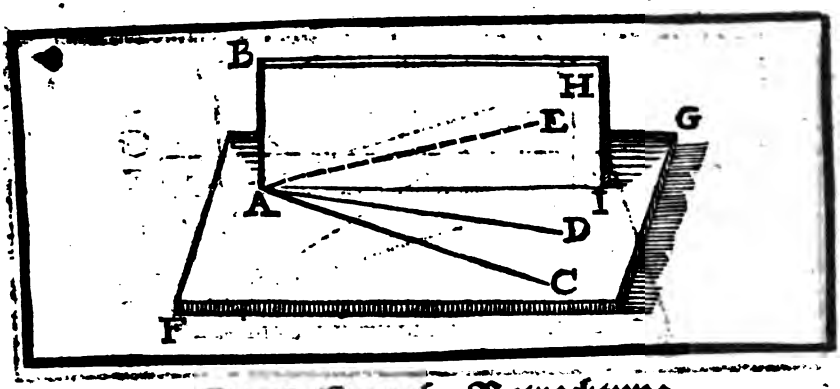
und der ∠ AED ∏/ dem gegenüberſtehenden ∠ CEB. d. 15. 1.

Dahero auch AD ∏ ſeyn werde/ der CB. d. 4. 1.

Und alſo der ∠ EDA ∏/ dem ∠ ECB. u. ſ. f.



Nunmehro in denen zwey △ DGE / und CHE,
ist der ∠ DEG ∏ / dem ∠ CEH / d. 15. 1.
Der ∠ GDE / ist auch bewiesen worden ∏ / dem ∠ ECH. d. d. Vorg.
und die Seiten ED ist auch ∏ / der Seiten EC. d. d. Zus.
Folget / daß die Seiten DG. GE ∏ seint / denen Seiten CH. HE. d. 26. 1.
Mehrmahlen in denen zwey △ AFD / und CFB.
seynd die zwo Seiten AF. DF ∏ / denen zwo Seiten CF. BF. d. d Vorg
und die Basis AD ist schon bewiesen worden / der Basis CB.
Deßwegen die drey ∠ eines △ ∏ seint / denen drey ∠ deß andern △ / d. 8. 1.
Als wie der ∠ FDA ist ∏ / dem ∠ FCB. u. s. f.
Weilen aber in denen zwey △ FDG und FCH ist bewiesen worden /
daß die zwo Seiten FD / DG ∏ seind / denen zwo Seiten FC. CH /
und der ∠ FDG ∏ seye / dem ∠ FCH.
So wird auch die Basis GF ∏ seyn / der Basis FH. d 4. 1.
Letztlich in denen zwey △ FEG / und FEH ist
die Seiten EF beyden △ gemein.
Und die zwo Seiten EG / GF ∏ / denen zwo Seiten HE / FH. d. d. Vorg.
Dahero auch der ∠ FEG ∏ ist / dem ∠ FEH. d. 8. 1.
Und deßwegen beyde ∠ zwey rechte seyn werden / und d. 10. def. 1.
die Lini EF auff der / nach Gefallen durch E gezogener geraden
Lini GEH bleyrecht stehen u. s. f.
Diese GEH aber lieget auff der Fläche IK / worauff die andere d. d. Zus.
zwey Linien AB. CD liegen.
Folget letztlich / daß auch EF auff derselben Fläche IK bleyrecht stehe. d. 3. def. 11.
Welches zu beweisen ware.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine gerade Lini auff drey geraden Linien (welche in einem Punct ſich einander berühren) bleyrecht ſtehet; ſo werden ſolche drey Linien auff einer Fläche allein liegen.

Es iſt gegeben / daß die gerade Lini AB auff denen drey geraden Linien AC. AD. AI / welche einander ſich im Punct A berühren / bleyrecht ſtehen. Dieſem nach ſaget man / daß dieſe drey Linien AC. AD. AI auff einer Fläche allein / nemlich auff der Fläche FG liegen.

Beweiß.

Wil man es nicht zulaſſen: ſo ſeye dann / daß eine auß ihnen / nemlich AI / nicht auff der Fläche FG / ſondern von derſelben erhöhter / als wie AE ſeye.

Unterdeſſen ſeye aber durch BA und AE die Fläche AH gezogen / welche die Fläche FG unterhalb der erhöhten AE durchſchneiden / und den gemeinen Durchſchnitt AI / welcher zugleich die gerade Lini AI iſt / machen werde. d. 3. 11.

Nun iſt klar / weilen AB bleyrecht auff AC und AD ſtehet / daß dieſelbe AB auch bleyrecht auff der Fläche FG ſtehen werde: und folgends auch bleyrecht auff dem Durchſchnitt AI. d. d. Berg. d. 4. 11. d. d. ſelbs.

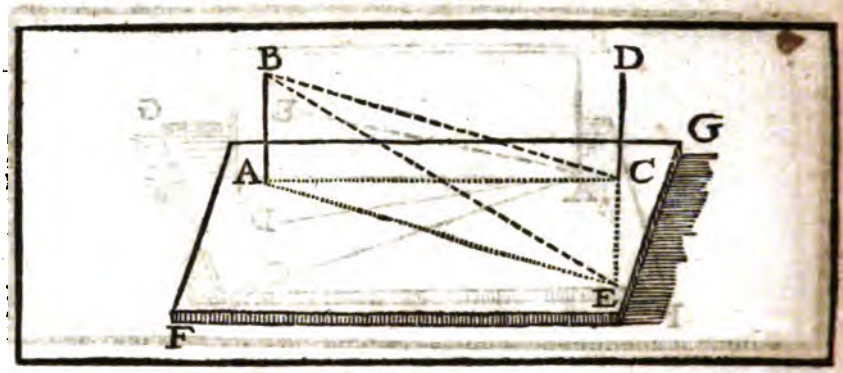
Derowegen iſt der ∠ BAI ein rechter ∠. d. d. Voraus.
Es wird auch der ∠ BAE ein rechter ∠ ſeyn.

Folget / daß alſo dann ∠ BAE ⊓ ſeye / dann ∠ BAI. (dann beyde auff der Fläche AH wären)

So aber nicht ſeyn kan; daß nemlich ein Theil ⊓ ſeye / ſeinem Gantzen.

Darum ſchlieſſet man / daß die drey Linien AC. AD. AI. nur auff der Fläche FG allein ligen.

Welches zu beweiſen ware.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

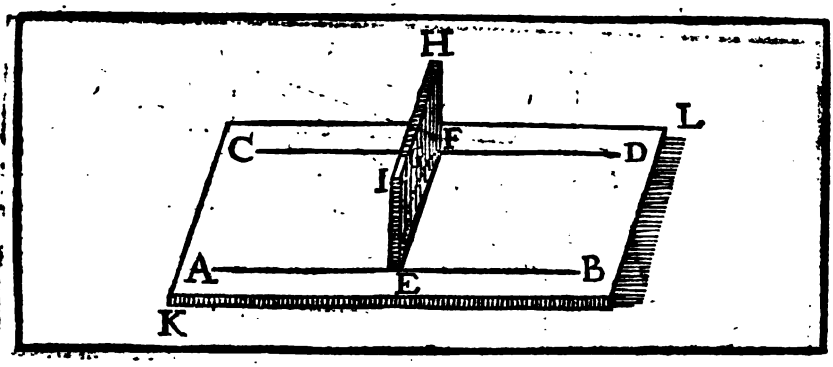
Wann zwey gerade Linien auff einerley Fläche bleyrecht ſtehen: ſo ſeynd ſothane Linien einander Parallel.

Es ſeynd gegeben die zwey gerade Linien AB. CD/ welche bleyrecht ſtehen auff der Fläche FG. Dieſem nach ſaget man/ daß ſie einander Parallel ſeynd. Ziehe vorhero A. C. zuſammen/ ſo iſt klar/ daß die ∠ BAC, DCA zween rechte ſeynd; hernach in der Fläche FG auff AC erhöhe die bleyrechte EC. Mache EC ⊓/ der AB. Letztlich ziehe zuſammen AE. BE, BC.

Beweiß.

In denen zwey △ CAB/ und ACE iſt die Seite AC beyden △ gemein.
und die Seiten AB ⊓/ der Seiten CE. d. d. Zuß.
und der ∠ BAC ⊓ dem ∠ ACE (dann beyde rechte ſeynd).
Dahero auch die Baſis BC ⊓ iſt/ der Baſis AE. d. 4. I.
Abermahlen in denen zween △ BEA. CBE iſt die Baſis BE beyden △ gemein.
und die zwo Seiten AB. AE ſeynd ⊓ bewieſen denen zwo Seiten CE. BC.
Folget/ daß auch der ∠ BAE ⊓ ſeye/ dem ∠ BCE. d. 8. I.
der ∠ BAE iſt aber ein rechter; dahero auch der ∠ BCE ein rechter iſt.
Es iſt auch der ∠ DCE ein rechter. d. 9. def. XI.
Deßwegen wird die Lini EC auff denen drey Linien CD. CB. CA. I. ſtehen:
und folgends die drey Linien CD. CB. CA. werden auff einer Fläche liegen. d. 5. II.
Das iſt; CD iſt in der Fläche/ welche durch die Linien CD. CB. CA gezogen/ verſtanden wird.
So iſt auch AB in derſelben Fläche/ in welcher CB. CA ſeynd. d. 2. II.
Dahero ſeynd CD und AB in einer Fläche.
Dieweilen nun die inwendige ∠ BAC. DCA. zween rechte ∠ ſeynd. d. d. Vorg.
So wird letztlich AB ⊓ ſeyn/ der CD. d. 28. I.
Welches zu beweiſen ware.

(o)



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Wann zween Puncten in zweyen Parallel-Linien genommen/ und mit einer geraden Lini zuſammen gezogen werden: ſo wird ſothane Lini in derſelben Fläche / worauff die Parallel ſeynd/ liegen.

Es iſt gegeben/ daß in denen zwey Parallel-Linien AB/ CD/ zween Puncten/ gleich wie E und F/ nach Gefallen ſeynd genommen/ und mit einer geraden Linien zuſammen gezogen worden. Dieſem nach ſagt man/ daß die gerade Lini EF eben auff derſelben Fläche KL/ worauff die Parallel-Linien ſeynd/ liege.

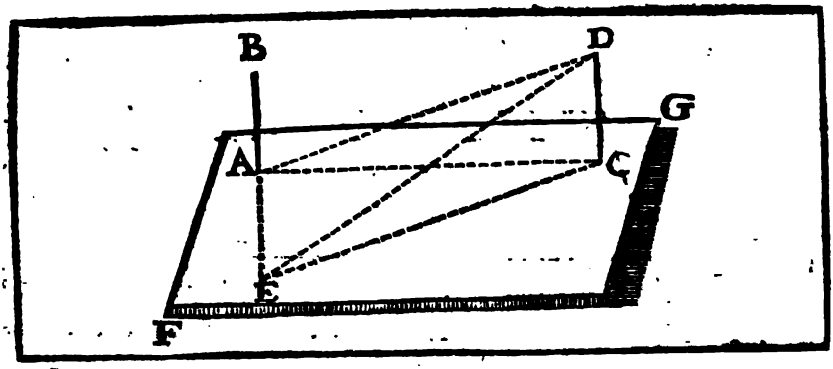
Beweiß.

Solte man es nicht geſtehen/ ſondern einwenden/ daß die gerade Lini EF nicht auff der Fläche KL/ ſondern gleich wie EGF/ auſſerhalb derſelben/ in einer andern Fläche IH/ (welche verſtanden wird durch die zween Puncten E und F durchgezogen zu ſeyn) lige.

Worauff aber folgete/ daß hierdurch zwey gerade Linien EGF und EF/ welche aus einerley Endes Puncten E und F gezogen ſeint/ den Platz EGF einſchlieſſeten/ welches ungereimt iſt. d. 12. ax. 11

Dahero ſchlieſſet man/ daß die gerade EF nothwendig auff derſelben Fläche KL/ worauff die Parallel-Linien AB/ CD ſeynd/ ligge.

Welches zu beweiſen ware.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Parallel-Linien ſeint/ von welcher eine auff einer Fläche bleyrecht ſtehet/ ſo wird auch die andere auff derſelben Fläche bleyrecht ſtehen.

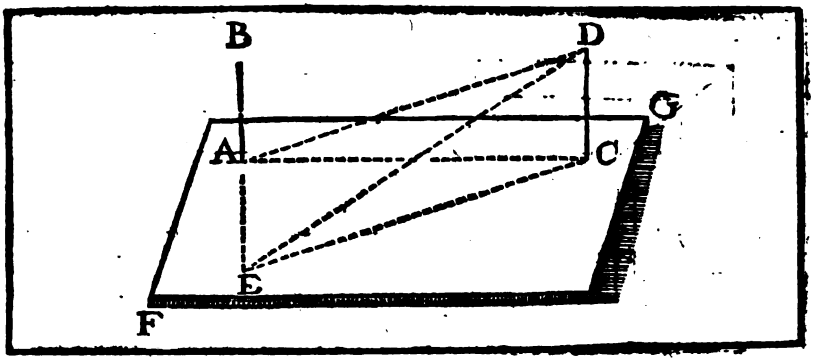
Es iſt gegeben/ daß die zwey Linien AB und CD einander Parallel ſeint/ und daß die eine CD auff der Fläche FG ⊥ ſtehe. Dieſem nach ſagt man/ daß auch die andere AB auff derſelben Fläche FG bleyrecht ſtehe.

Zubereitung.

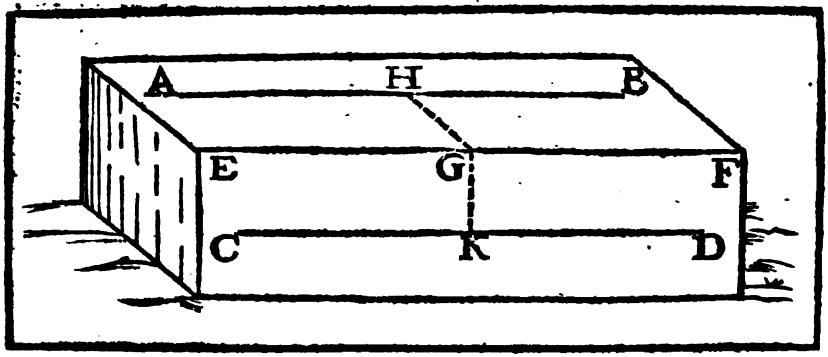
Ziehe AC und AD zuſammen.
Auff AC und auff A/ mache die ∠ AE ⊓ / der Lini CD.
Hange EC/ und ED zuſammen.

Beweiß.

Erſtlich iſt klar (weilen die gezogene gerade Lini AC auff der Fläche FG lieget/ worauff auch CD ⊥ ſtehet) / daß der ∠ DCA ein rechter ſeye. d. 3. def. 11.
Es ſeynd unterdeſſen die zween ∠ DCA/ und BAC ⊓ / zwey rechten ∠. d. 29. 1.
Folget/ daß auch der ∠ BAC ein rechter ∠ ſeye.
Nunmehro ſeynd in denen zween △ DCA/ und EAC
die Seiten CD ⊓ / der Seiten AE/ und die Seiten AC iſt beyden △ gemein/ d. d. Zub.
und der ∠ DCA ⊓ / dem ∠ BAE (dann ſie beyde rechte ſeynd).
Dahero iſt auch die Baſis AD ⊓ / der Baſis EC. d. 4 1.
Abermahlen in denen zween △ DCE und EAD iſt die Seiten
ED beyden △ gemein / und die Seiten CD iſt ⊓ / der Seiten AE/ d. d. Zub.
ſo iſt auch bewieſen worden/ daß AD ⊓ ſeye / der EC.



Folget / daß der △ DCE ∏ ſeye / dem △ EAD.
und alſo der ∠ DCE ∏ / dem ∠ EAD. d. 8. I.
Der ∠ DCE iſt aber ein rechter ∠. d. 3. def. I.
Dahero auch der ∠ EAD ein rechter ∠ ſeyn werde.
Weilen nun die gerade Lini EA auff beyden geraden Linien
AC und AD ⊥ ſtehet
So ſtehet ſie auch ⊥ auff der Fläche (welche durchgezogen zu ſeyn
durch die Linien AC und AD verſtanden wird) d. 4. II.
In ſelbiger Fläche aber ſtehet auch die gerade Lini BA.
(dann AC / und AD ſeynd in derſelben Fläche / worauff die Parallel- d. 7. II.
Linien AB und CD liegen).
Dahero ſtehet die gerade Lini EA auch ⊥ auff AB.
Auß dieſen ſchlieſſet man / daß alſo AB / indeme ſie ſo wol auff EA /
als auff AC / ⊥ ſtehet / auch auff der Fläche / welche durch EA und
AC durchgezogen verſtanden wird (das iſt / auff der Fläche
FG) ⊥ ſtehe. d. 4. II.
Welches zu beweiſen ware.



Die IX. Vorgab. Betrachtung.

Gerade Linien / welche einer andern geraden Lini Parallel seynd (obwolen sie nicht auff einerley Fläche liegen /) seynd auch unter einander Parallel.

Es seynd gegeben AB/ und CD ∥ / der geraden Lini EF; wie wohl nun AB und CD in verschiedenen Fläche liegen/ so saget man/ daß dennoch AB ∥ seye/ der CD. und dahero alle drey Linien AB/ EF/ CD einander ∥.

Zubereitung.

Auff der Fläche ABFE ziehe auß AB nach Gefallen an die Lini EF die ⊥ HG. d. 11. 1.

Wiederumb auff der Fläche EFDC ziehe aus CD in Punct G die ⊥ GK. d. 12. 1.

Beweiß.

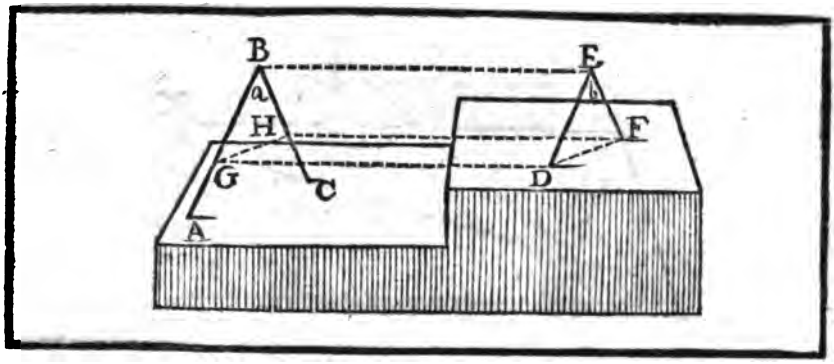
Weilen EF ⊥ ist beyden GH und GK. d. d. Zub.
so wird sie auch ⊥ stehen auff der Fläche / welche durchgezogen verstanden wird/ durch HGK. d. 4. 11.

Unterdessen ist gegeben / daß AB ∥ seye/ der EF/ und
EF ist bewiesen worden / daß sie ⊥ seye auff der Fläche/ welche durch HGK gezogen verstanden wird.

Folget/ daß auch AB auff eben derselben Fläche ⊥ stehe. d. 8. 11.
auff solche Weise stehet auch CD auff derselben Fläche ⊥.

Dahero schliesset man/ weilen die gerade Linien AB/ CD auff einer Fläche/ nemlich auff der Fläche / welche durch HGK gezogen/ verstanden wird / ⊥ stehen/ daß AB ∥ seye/ der CD. d. 6. 11.

Welches zu beweisen ware.



Die X. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey gerade Linien / welche ſich einander anrühren / Parallel ſeint / andern zwey geraden Linien / welche ſich auch einander anrühren; wiewolen ſie nicht auff einer Fläche allein liegen oder ſtehen; ſo werden ſie dannoch gleiche Winckeln machen.

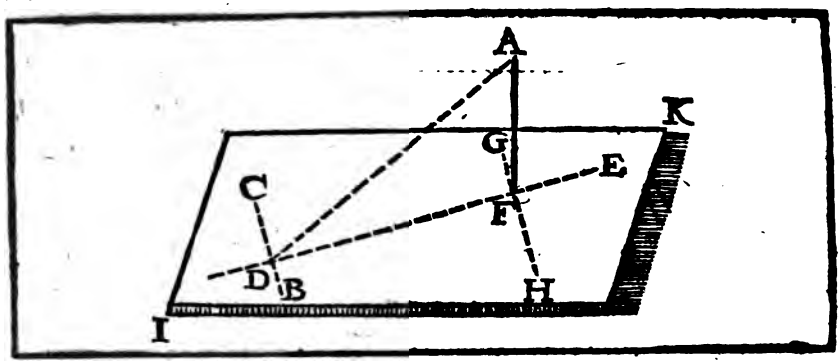
Es ſeynd gegeben die gerade Linien AB / CB / welche ſich anrühren in B / und Parallel ſeint / denen zwo geraden Linien DE / FE / welche ſich anrühren in E / es ſeint auch AB / CB in einer verſchiedenen Fläche / als DE / FE. Dieſem nach ſaget man / daß nichts deſtoweniger der ∠ a ∏ ſeye / dem ∠ b.

Zubereitung.

Mache BG ∏ / ED / und BH ∏ / der EF.
Hange zuſammen GD / BE / HF / und GH / DF.

Beweiß.

Die Lini GB iſt ∏ / und = / der Lini DE. — d. d. Zub. u. d. Vorg.
Dahero iſt die Lini GD auch ∏ / und = / der Lini BE. — d. 33. 1.
Eben auff ſolche Weiſe iſt die Lini HF ∏ / und = / der Lini BE.
und folgends die Lini GD ∏ / und = / der Lini HF. — d. 9. 11. und ax. 1.
Auch deßwegen iſt die Lini GH ∏ / und = / der Lini DF. — d. 33. 1.
Weilen nun in denen zween △ GBH / und DEF / die zwo Seiten GB und HB ∏ ſeynd / denen zwo Seiten DE / und FE. und die Baſis GH iſt ∏ bewieſen worden / der Baſis DF, — d. d. Zuh.
So folget letztlich / daß der ∠ a ∏ ſeye / dem ∠ b. — d. 8. 1.
Welches zu beweiſen ware.



Die XI. Vorgab. Handgriff.

Auß einem Puncten in der Höhe (gleich wie auß A) eine bleyrechte Lini (nemlich AF) in die untergelegte Fläche (IK) herunter zu laſſen.

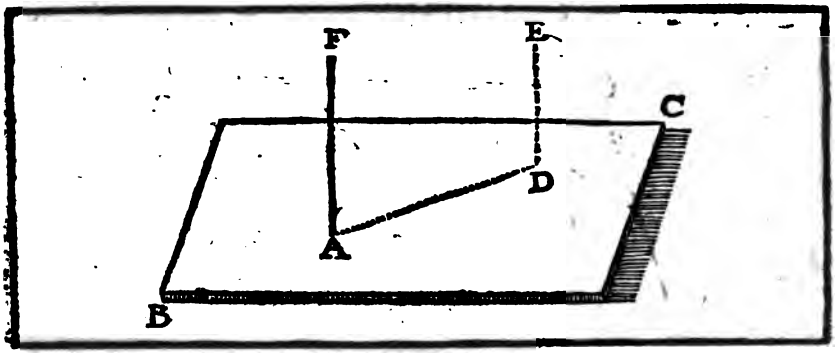
Handgriff.

Ziehe auff der Fläche IK nach Gefallen eine gerade Lini CB.
Auß A ziehe auff CB hinunter/ die ⊥ AD. d. 12. 1.
Mache auß dem Punct D auff CB die ⊥ DE. d. 11. 1.
Auß A auff DE/ laſſe herunter die ⊥ AF fallen. d. 12. 1.
Nun ſage ich/ daß AF auch ⊥ ſtehen werde auff der Fläche IK.
Ziehe vorhero durch F die Lini GFH ═/ der Lini CDB. d. 31. 1.

Beweiß.

Die gerade Lini BC iſt ⊥ auff denen zwo Linien DA und DE. d. d. Hand.
Darum ſtehet ſie auch ⊥ auff der Fläche / welche durch DA und DE gezogen / verſtanden wird. d. 4. 11.
Weilen auch GH ═ iſt/ der CDB/ ſo wird eben GF ⊥ d. 8. 11.
ſtehen/ auff derſelben Fläche/ welche durch DA und DE gezogen verſtanden wird.
Jndeme aber AF in derſelben Fläche/ worauff die Linien DA/ und DE ſeint/ lieget/ und GF in F berühret.
So wird der ∠ GFA ein rechter ∠ ſeyn. d. 3. def. 11.
Es iſt auch der ∠ AFD ein rechter ∠ gemacht worden. d. d. Hand.
Dahero/ weilen AF auff denen zwey Linien DE und GF ⊥ ſtehet/ ſo wird dieſelbe AF auch ⊥ auff der Fläche IK ſtehen. d. 4. 11.

Welches zu machen ware.



Die XII. Vorgab. Handgriff.

Auff einer Fläche / und auß einem darauff gegebenen Puncten eine bleyrechte Lini zu erhöhen.

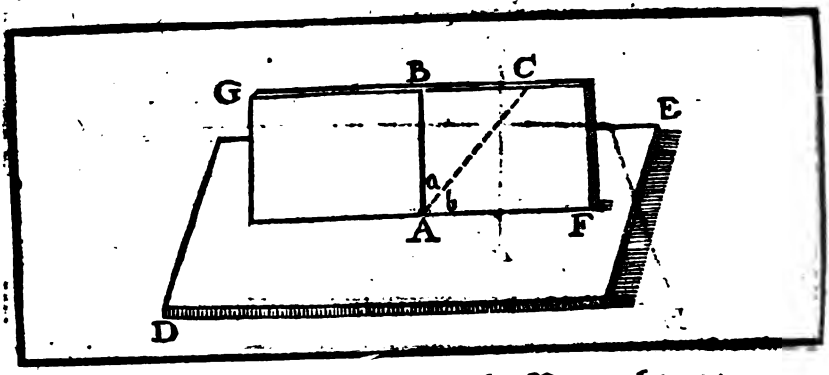
Es iſt gegeben auff der Fläche BC der Punct A / auß welchem eine ⊥ zu erhöhen ſeye.

Handgriff.

Nehme nach Gefallen in der Höhe den Punct E.
Laſſe auß E die bleyrechte Lini ED hinunter fallen. 9. 12. E.
Auß dem Punct A ziehe AF = / der DE. 9. 31. I.
ſo wird AF die verlangte ⊥ ſeyn / welche auff der Fläche BC hat ſollen erhöhet werden.
Ziehe A. D. zuſammen.

Beweiß.

Die Lini AF iſt = / der DE. 9. d. Hand.
Die Lini DE aber ſtehet ⊥ auff der Fläche BC. 9. d. Vorg.
Folget / daß auch die Lini AF ⊥ ſtehe auff derſelben Fläche BC. 9. 8. II.
Welches zu machen ware.



Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Auß einem Puncten auff einer Fläche/ kan nur eine bleyrechte Linj auff einerley Seiten erhoben werden.

Es iſt gegeben die Fläche DE/ und der Punct A darauff. Dieſem nach ſagt man/ daß auß dem gegebenen Punct A nicht mehr bleyrechte / als nur die eine AB. auff einerley Seiten könne erhoben werden.

Beweiß.

Wann es möglich iſt/ zulaſſe man / daß zu einem Exempel die zwey bleyrechte AB. BC auß dem Punct auff der Fläche DE ſeynd erhoben worden.

Seye unterdeſſen verſtanden / als wann die Fläche GF durch beyde ⊥ AB/ AC/ (welche dahero auff einer Fläche ſeynd) gezogen wäre.

Dieſem nach folget (weilen beyde Linien AB. AC ⊥ auff der Fläche DE ſeynt)/ daß der ∠ a + b und der ∠ b zwey rechte ∠ ſeynd. d. 3. def. 11.

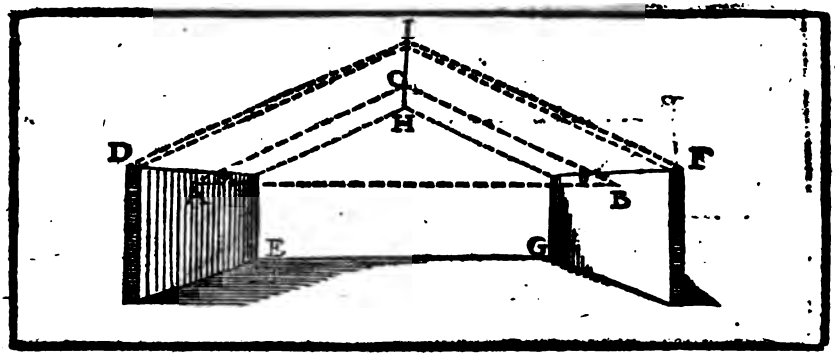
und darumb einander gleich/ (nemlich ein gantzes ſeinem Theil)/ welches ungereimt iſt.

Darauß dann zu ſchlieſſen iſt/ daß auff der vorgegebenen Fläche DE/ und auß dem darauff gegebenen Punct A nur eine ⊥/ gleichwie AB/ auff einerley Seiten kan erhoben werden;

Welches zu beweiſen ware.

Anmerckung.

So können auch nicht zwey ⊥ auß einem Punct/ welcher in der Höhe iſt/ auff die unterlegte Fläche gezogen werden. Die Urſach iſt/ daß (wann ſolche zwey ⊥ auff einer Fläche allein gezogen würden) wegen gleichen / das iſt / rechten ∠ ſothane ⊥ einander = wären. (d. 8. 11.) Diß aber iſt ungereimt/ maſſen ſie auß einem Puncten gezogen ſeynd.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

Diejenige Fläche/ darauff eine gerade Lini beyderſeits bleyrecht ſtehet/ ſeynd einander Parallel.

Es iſt gegeben/ daß die gerade Lini AB beyderſeits bleyrecht ſtehet auff denen Fläche DE und GF, Dieſem nach ſagt man/ daß die Fläche DE ═ ſeye/ der Fläche GF.

Beweiß.

Sagete man/ es wären die zwey Fläche DE/ FG nicht einander ═; ſo gebt man ſtracks zur Antwort/ daß ſolche dann/ nothwendig gegen einer Seiten werden zuſammen kommen müſſen; Seye dahero ihr gemeiner Durchſchnitt HI.

In dieſem Durchſchnitt nehme ohngefehr den Punct C/ und ziehe AC und BC auff denen Fläche DE und GF.

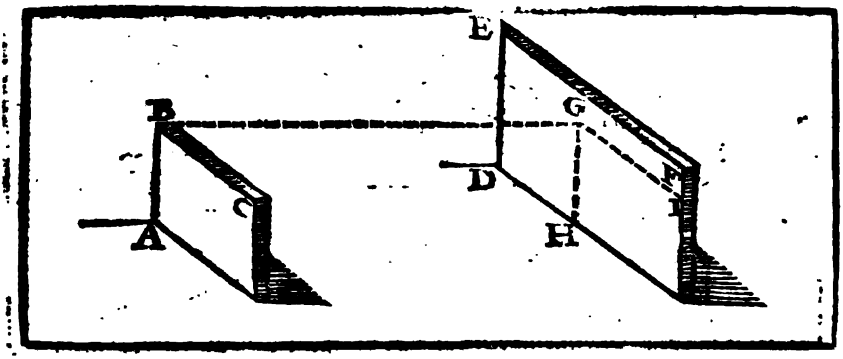
Dieweilen nun die gerade Lini AB/ ſo wohl auff der Fläche DE/ als auff der Fläche GF ⊥ ſtehet. b.d.Vorg.

So folget/ daß in dem △ ACB/ die zwey ∠ a und b zwey rechte ∠ ſeynd.

Diß aber kan nicht ſeyn/ maſſen alle drey ∠ ſammenklich eines △ nur zwey rechten ∠ gleich ſeint. b.17.I.

Dahero ſchlieſſet man/ daß noch wahr ſeye/ daß die Fläche DE/GF/ worauff beyderſeits die gerade Lini AB ⊥ ſtehet/ einander ═ ſeynd.

Welches zu beweiſen ware.



Die XV. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey gerade Linien/ welche einander sich berühren / Paralel seynd zweyen andern geraden Linien/ welche sich auch in einem Punct berühren/ nicht aber auff einerley Fläche liegen: so seynd auch die Fläche/ welche durch sothane Linien gezogen werden/ einander Paralel.

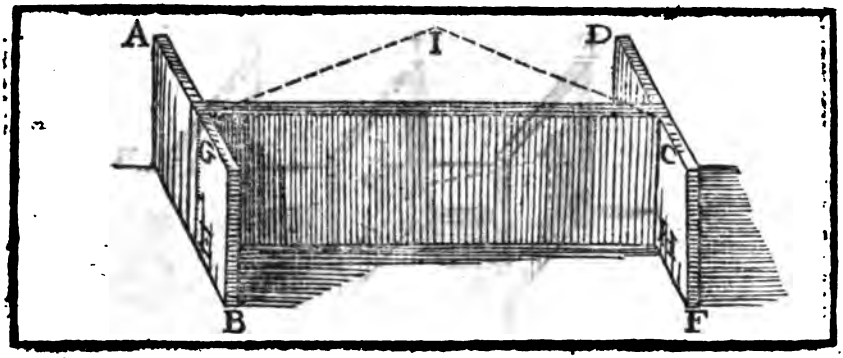
Es ist gegeben/ daß die zwey gerade Linien AB/ BC/ welche sich in B berühren/ = seynt/ andern zwey geraden Linien DE/ EF/ welche sich auch berühren in E/ und in einer andern Fläche liegen. Diesem nach sagt man/ daß die Fläche ABC und DEF/ welche durch die Linien AB/ BC/ und DE/ EF gezogen worden/ einander = seynd.

Ziehe vorhero auß B die Lini GB ⊥ auff die Fläche DEF. d. 11. 11.
Hernach auß G ziehe GH und GI = denen ED und EF. d. 31. 1.

Beweiß.

Es ist klar/ daß die Linien GH/ GI = seynt/ denen BA und BC. d. 9. 11.
Nunmehro/ weilen BC = ist/ der GI.
so werden die zween ∠ GBC und BGI ⊓ seyn/ zween rechten ∠. d. 29. 1.
Der ∠ BGI aber/ ist ein rechter gemacht worden. d. d. Zus.
Darumb auch der ∠ GBC ein rechter ∠ seyn werde.
Eben auff diese Weise wird bewiesen/ daß auch der ∠ GBA ein rechter seye.
Darauff folget/ daß also die Lini GB ⊥ auff der Fläche ABC stehe. d. 4. 11.
Es ist auch dieselbe GB ⊥ gemacht worden auff der Fläche DEF d. d. Zus.
Dahero schliesset man/ daß die Fläche ABC = seye / der Fläche DEF. d. 14. 11.

Welches zu beweisen ware.



Die XVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Paralle-Fläche mit einer andern Fläche durchſchnitten werden / ſo werden auch ihre gemeine Durchſchnitte einander Parallel ſeyn.

Es iſt gegeben / daß die zwey Parallel-Fläche AB / DF mit der Fläche EGCH durchſchnitten worden ſeynd. Dieſem nach ſaget man / daß ihre gemeine Durchſchnitte BG / HC auch einander Parallel ſeynd.

Beweiß.

Wil man es nicht geſtehen / daß dieſe zwey Durchſchnitte / oder gerade Linien EG / HC einander = ſeynd: ſo werden ſie nothwendig in einen Punct (geſetzt als wie in I.) zuſammen kommen müſſen.

Worauff aber folget / daß nothwendig die Fläche AB und DF auch in denſelben Punct I werden zuſammen kommen / und ſich allorten durchſchneiden müſſen. d. 1. II.

(dann die gerade Lini EGI völlig auff der Fläche AB / und die gerade Lini HCI völlig auff der Fläche DF zu ligen kommet).

Diß aber kan nicht ſeyn / indeme die Fläche AB anfänglich = gegeben worden iſt / der Fläche DF. d. d. Vorg.

Dahero noch warhafftig iſt / daß die gemeine Durchſchnitte EG und HC einander = ſeyn müſſen.

Welches zu beweiſen ware.

Die XVII. Vorgab. Betrachtung.

Zwey gerade Linien werden mit Parallel-Fläche proportionirlich durchschnitten.

Es seynd gegeben die zwey gerade Linien AB/ CD/ welche durchschnitten seynd von denen Parallel-Flächen EF/ HG/ KI/ in denen Puncten A/ L/ M/ und C/ N/ O. Diesen nach sagt man/ daß die zwey gerade Linien AB/ CD proportionirlich durchschnitten seynd/ nemlich daß seye AL/ LM :: CN/ NO.

Zubereitung.

Ziehe AC/ MO zusammen.

So hange auch AO mit einer geraden Lini zusammen/ welche die Fläche HG durchschneidet in Punct P.

Ziehe PL/ PN zusammen.

Beweiß.

Nunmehro/ weilen die Parallel-Fläche KI/ HG durchschnitten seint mit der Fläche deß △ AOM.

So werden ihre gemeine Durchschnitte MO/ LP einander = seyn. d. 16. 11.

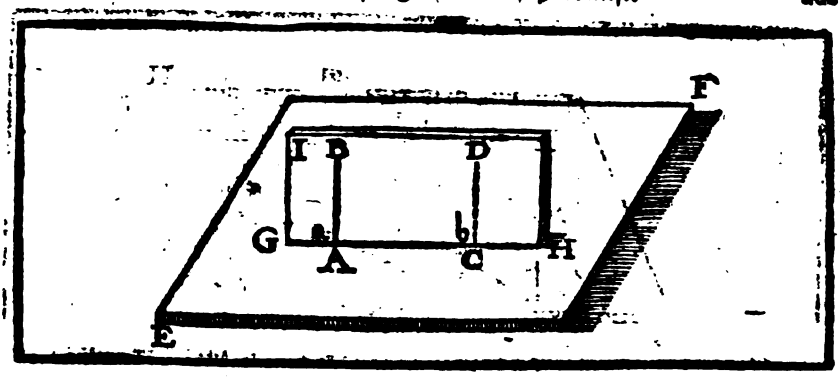
Eben auff diese Weise werden AC/ und PN einander = seyn.

Dessentwegen ist AP/ PO :: AL. LM. d. 2 6.

und auch AP/ PO :: CN/ NO.

Letztlich AL/ LM :: CN. NO. d. 9. 5.

Welches zu beweisen ware.



Die XVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine gerade Lini auff einer Fläche bleyrecht stehet: so werden alle die jene Fläche/ welche durch diese gezogen werden / auch auff derselben Fläche bleyrecht stehen.

Es ist gegeben die Lini AB ⊥ auff der Fläche EF. Diesem nach sagt man / daß alle Fläche / gleich wie die Fläche GIH/ welche durch AB gezogen seynd/auch ⊥ auf derselben Fläche EF stehen.

Beweiß.

Seye erstlich der gemeine Durchschnitt der Fläche GIH und EF die gerade Lini GH.

Nehme darauff nach Gefallen den Punct C

Auß C in der Fläche GIH ziehe CD ==/ der AB. d. 31. 1.

Diesem nach/ weilen die Lini AB == ist/ der Lini CD/

Die Lini AB aber gegeben ist ⊥ auff der Fläche EF. d. d. Vorg.

So wird CD auch auff derselben Fläche EF ⊥ stehen. d. 8. 11.

und darumb ist sie auch ⊥ auff dem gemeinen Durchschnitt GH: d. 3. def. 11.

Auff solche Weise werden alle Linien / welche in der Fläche GIH der geraden Lini AB == gezogen seynd / ⊥ auff der Fläche EF/ und folgends auch ⊥ auff dem gemeinen Durchschnitt GH. stehen.

Und dahero muß auch die Fläche GIH auff der Fläche EF ⊥ stehen. d. 4 def. 11.

Welches zu beweisen ware.

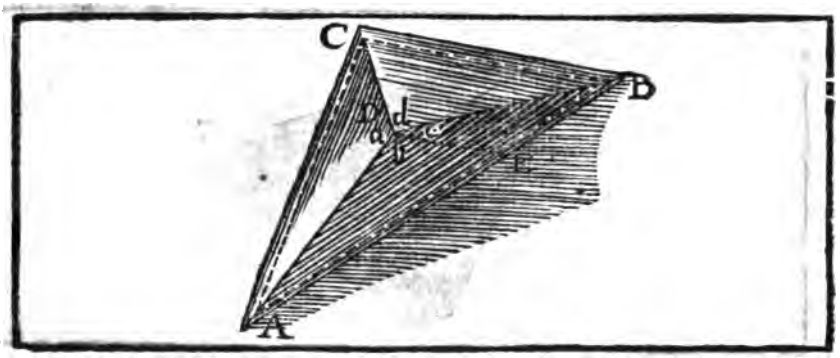
Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Fläche sich einander durchschneiden / und auff einerley Fläche bleyrecht stehen: so wird auch der Gemeine Durchschnitt auff derselben Fläche bleyrecht stehen.

Es seynd gegeben die zwey Fläche AB/CD/welche bleyrecht auff der Fläche GH stehen / und sich einander durchschneiden. Diesem nach sagt man / daß auch ihr gemeiner Durchschnitt KI auff derselben Fläche Bleyrecht stehe.

Beweiß.

Die zwey Fläche AB und CD stehen ⊥ auff der Fläche GH. d. d. Vorg.
Dahero kan auff der Fläche GH auß dem gemeinen Punct K in beyde Fläche AB und CD eine ⊥ gezogen werden. d. 4. def. 11.
Auß einem Punct K aber können nicht mehr / als nur eine ⊥ (gleich wie KI) auff der Fläche GH erhoben werden. d. 13. 11.
Folget dahero / daß der gemeine Durchschnitt KI (welcher dieselbe einige Lini ist) ⊥ auff der Fläche GH stehen müsse. d. 3. 11.
Welches zu beweisen ware.



Die XX. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey flache Winckeln einen dichten Winckel machen; ſo werden darvon/ zwey zuſammen genommen allzeit gröſſer ſeyn/ als der dritte Winckel allein.

Es iſt gegeben der dichte ∠ D zuſammengeſetzter von denen drey flachen ∠ a/d und b → c: Dieſem nach ſagt man/ daß auß dieſen dreyen ∠ zwey zuſammen genommen/ allzeit ⌜ ſeint/ als der dritte allein.

Wann nun erſtlich alle drey ∠ a/d/b → c einander gleich ſeint/ ſo iſt klar/ daß auß dieſen zwey zuſammen genommen allzeit ⌜ ſeint/ als der dritte allein.

Zum anderten/ wann nur zwey einander gleich/ und der dritte ∠ kleiner/ als ein jeder von beyden/ iſt: ſo iſt abermal klar/ daß von dieſen zwey zuſammen genommen/ allzeit ⌜ ſeint/ als der dritte.

Letzlich/ wann alle drey ∠ einander ungleich ſeint/ und zwar ſolcher geſtalt/ zu einem Exempel/ daß der ∠ b → c unter ihnen der gröſte geſetzt ſeye.

So beweiſet man hiermit/ daß dannoch die andere zwey ∠ a und d zuſammen genommen/ ⌜ ſeint/ als der gröſte ∠ b → c allein.

Zubereitung. Auff der Fläche ADB ziehe nach Gefallen die gerade Lini AB/ und mache mit der Lini DE (welche gezogen wird auß D biß in AB) den ∠ b ⊓ /dem ∠ a. B. 23. I.

Nehme CD ⊓ der DE/ und hange AC/ CE zuſammen.

Beweiß. In denen zwey △ ADC/ und ADE iſt die Seiten AD beyden △ gemein/ und die Seiten CD ⊓ der Seiten DE. B. d. Zub.

und der ∠ a ⊓ / dem ∠ b.

Dahero iſt auch die Baſis AC ⊓ /der Baſis AE. B. 4. I.

Unterdeſſen ſeint die Seiten AC/ und CB ⌜ / als die Seite AE. B. 20. I.

Wann man nun von denenſelben die zwey gleiche Linien AC/ AE darvon zieht

So wird doch CB ⌜ verbleiben/ als EB. B. 5. ax. I.

Nunmehro iſt in denen zween △ CDB/ und EDB/ die Seiten DB beyden △ gemein.

Und die Seiten DC iſt ⊓ /der Seiten DE.

Die Baſis CB aber iſt ⌜ / als die Baſis EB. B. d. Vorg.

Dahero iſt auch der ∠ d ⌜ / als der ∠ c. B. 25. I.

Wann man nun zu dieſen ungl. ∠ d und c die gleiche ∠ a und b beyderſeits hin zu ſetzet;

So folget/ daß auch die zween ∠ a und d ⌜ ſeint/ als der ∠ b → c. B. 4. ax. I.

Welches zu beweiſen ware.

Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

Alle flache Winckeln sammentlich/ welche einen dichten Winckel machen/ seint kleiner/ als vier rechte Winckeln.

Es ist gegeben der dichte ∠ A/ so zusammen gesetzt ist von denen drey flachen ∠ DAB. BAC. CAD. Diesem nach sagt man/ daß diese drey ∠ sammentlich ⌐ seynt/ als vier rechte ∠.

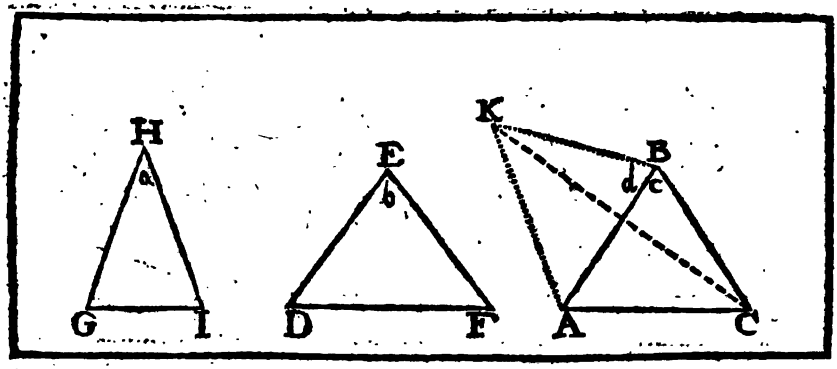
Zubereitung.

Hange zusammen die auff der Basis nach Gefallen genommene Puncten DBC. Woraus entstehen die drey dichte ∠ bey D/ B/ C/ von denen ein jeder auß drey flachen ∠ zusammen gesetzt ist. Nemlich der ∠ D ist von denen ∠ CDB/ CDA/ BDA/ und der ∠ B ist von denen ∠ DBC/ DBA/ CBA. Letztlich der ∠ C ist von denen ∠ BCD/ BCA/ DCA zusammen gesetzt.

Beweiß.

In dem dichten ∠ D seynd die zween ∠ CDA + BDA ⌐/ als der ∠ CDB. d. 20. 11.
Auff solche Weise seynd auch die zween ∠ DBA + CBA ⌐/ als der ∠ DBC.
Und die zween ∠ BCA + DCA auch ⌐/ als der ∠ BCD.
Das ist/ die sechs ∠ CDA + BDA. DBA + CBA. BCA + DCA seynd ⌐/ als die drey ∠ CDB. DBC. BCD deß flachen △ CDB.
Unterdessen seynd die drey letztere ∠ Π/ zweyen rechten ∠. d. 32. 1.
Folget/ daß auch diese sechs ∠ ⌐ seynd/ als zween rechte ∠.
Nun aber alle neun ∠/ deren drey △ DAB/ BAC/ CAD seynd Π sechs rechten ∠. d. 32. Cor. 2.
Wann man jetzund von denen sechs rechten ∠/ die sechs ∠ CDA + BDA. DBA + CBA. BCA + DCA (welche ⌐/ als zween rechte seynd) abziehet/
So werden die übrige flache ∠ umb A ⌐ seyn müssen/ als vier rechte ∠.

Welches zu beweisen ware.



Die XXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann dreye flache Winckeln ſeynd/ deren jede zwey zuſammen genommen gröſſer ſeynd / als der dritte; und die Seiten/ welche ſothane Winckeln begreiffen/ einander gleich haben: So iſt möglich/ daß man aus denen geraden Linien / welche die gleichen Seiten an einander hangen/ einen Triangel machen könne.

Es ſeynd gegeben die drey ∠ a/ b/ c/ darvon zween zuſammen genommen / gleichwie die ∠ b + c / jederzeit ⌜ ſeynd/ als der dritte ∠ a; ſolche drey ∠ auch von gleich langen Linien GH/ HI und DE/ EF und AB/ BC begriffen ſeynd. Dieſem nach ſagt man/ daß es möglich ſeye / auß denen drey Linien GI/ DF und AC/ welche die drey gleiche Seiten an einander hangen/ einen △ zu machen.

Das iſt/ wann bewieſen wird / daß geſtalt dieſer Sachen / auß dieſen drey Linien / zwey zuſammen genommen/ (als wie allhier DF + AC) allzeit ⌜ ſeynd/ als die dritte GI; ſo kan alsdann ein △ gemacht werden. (nach d. 22. 1.)

Mache vorhero den ∠ d ⊓/ dem ∠ b: und BK ⊓/ BA/ ziehe zuſamen KA/ KC.

Beweiß.

Weilen KB ⊓ iſt/ der AB: AB aber ⊓ iſt/ der DE/ oder EF/ und der ∠ d ⊓ gemacht worden iſt/ dem ∠ b: ſo wird KA ⊓ ſeyn der DF. d. 4. 1.

Unterdeſſen iſt der ∠ d + c ⌜ / als der ∠ a; folget/ daß auch KC ⌜ ſeye/ als GI. (dann BC/ KB/ GH/ HI einander ⊓ ſeynd). d. d. Vorg. d. 24. 1.

Entgegen aber iſt KC ¬/ als AC + AK) oder die gleiche AC + DF). d. 20. 1.

darum wird GI noch ¬ ſeyn / als AC + DF/ und

Deßwegen kan auß dieſen drey Linien GI/ DF/ AC ein △ gemacht werden. d. 22. 1.

Welches zu beweiſen ware.

Die XXIII. Vorgab. Betrachtung.

Auß drey vorgegebenen flachen Winckeln / deren nach Gefallen zwey zusammen genommen / allzeit gröſſer als der dritte seynd / einen dichten Winckel zu machen: die drey vorgegebene Winckeln aber müssen sammentlich kleiner seyn als vier rechte Winckeln.

Es seyen gegeben die drey flache ∠ c/a/b/ welche sammentlich ⌐ seynd / als vier rechte ∠/ und jede zwey zusammen/ ⌐ seint/ als der dritte. Diesem nach solte man auß diesen drey ∠ c/a/b einen dichten ∠/ gleich wie NKLM machen.

Handgriff. Mache die Linien GH/ IH/ AB/ CB/ DE/ FE einander gleich.

Hange GI/ AC/ DF zusammen.

Auß diesen drey Linien GI/AC/DF mache den △ KLM. } d. 22. 1. } d. 22. 11.

daß nemlich die Seite KM ⊓ seye der GI: und KL ⊓/ der AC: und LM ⊓/ der DF.

Umbschreibe diesen △ KML mit einem Zirckel. d. 5. 4.

Auß dem Mittel-Punct O ziehe in die ∠ K/M/L die gerade Linien OK/OM/OL.

Auß dem Mittel-Punct O auff der Zirckels-Fläche erhöhe die ⊥ ON. d. 11. 11.

Nach diesen/ weilen eine jede Lini / als wie AB / oder CB. s. f. welche die ∠ a/b/c machen ⌐ ist/ als der halbe Diameter OL.

so von andern nach der Länge schon bewiesen worden ist.

Mache/ daß die zwey □ auff OL und ON ⊓ seynd/ dem □ auff AB (oder dergleichen auff CB) u. s. f. d. 47. 1.

Letzlich ziehe NL/NK/ NM zusammen: so wird der verlangte dichte ∠ NKLM gemacht seyn.

Beweiß.

In dem △ NOL ist der ∠ d ein rechter. d. d. Hand.

Dahero wird auch das □ auff LN ⊓ seyn/ denen zwey □ auf NO und OL d. 47. 1.

Denen zwey □ aber auff NO und OL/ ist auch ⊓ das □ auff AB. d. d. Hand.

Folget/ daß also das □ auff LN ⊓ seye/ dem □ auff AB.

und darumb ist die Lini LN ⊓ der Lini AB. d. 46 an. 1.

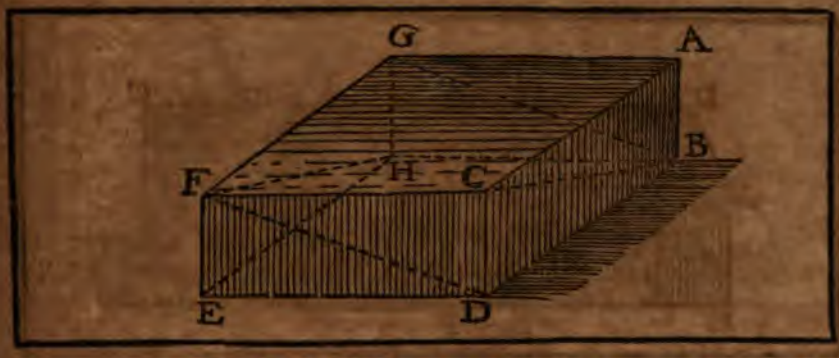
Auff solche Weise ist auch KN ⊓/ der BC. Unterdessen ist KL ⊓ gemacht worden/ der AC.

Dahero ist der △ KNL ⊓/ dem △ ABC d. 8. 1.

Eben auff diese Art ist der △ KNM ⊓/ dem △ GHI. und der △ MNL ⊓/ dem △ DEF.

Und folgends der ∠ KNL ⊓/ dem ∠ a/ der ∠ KNM ⊓/ dem ∠ c. Letztlich der ∠ MNL ⊓/ dem ∠ b. Worauß man schliesset/ daß also der dichte ∠ NKLM auß denen drey vorgegebenen flachen ∠ a/ b/ c ist zusammen gesetzt worden.

Welches zu beweisen ware.



Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

In denen Parallelepipeden ſeynd die gegenüberſtehende Fläche / gleichförmige und ein ander gleiche Parallelogrammen.

Es iſt gegeben das ▱ EFAB/ welches mit denen ſechs vierſeitigen Fläche DF/ CB/ GB/ FH/ und EB/ FA umbſchloſſen iſt/ von denen jederzeit die zwey gegen überſtehende Seiten einander Parallel ſeynd (nach d. 30. def. 11.) Dieſem nach ſagt man/ daß allzeit die zwey gegenüber ſtehende Fläche / gleich wie zu einem Exempel/ FD/ GB/ gleichförmige und einander gleiche ▭ ſeynd. Ziehe vorhero FH/ FD/ GB/ CB zuſammen.

Beweiß.

Weilen die Parallel-Fläche DF/ GB durchſchnitten ſeynd mit der Fläche CB: ſo wird die Lini CD = ſeyn/ der Lini BA. — d. d. Vorg. d. 16. 11.
Auff ſolche Weiſe iſt eben EF = / der HG.
Indeme auch die Parallel-Fläche DF/ GB durchſchnitten ſeynd mit der Fläche FA: ſo wird die Lini FC = ſeyn/ der Lini GA.
Auff dieſe Weiſe iſt auch die Lini ED = / der Lini HB/ und darumb ſeynd FD und GB ▭. — d. 35. def. 1.
Eben auff ſolche Weiſe ſeynd auch die übrige überſtehende Fläche / ▭
Ferners/ maſſen FE/ ED = ſeynd/ denen GH/ HB. — d. d. Vorg.
ſo wird der ∠ FED ⊓ ſeyn/ dem ∠ GHB, — d. 10. 11.
Es ſeynd auch FE/ ED ⊓/ denen Linien GH/ HB, — d. 33. 1.
darum iſt der △ FED ⊓/ dem △ GHB. — d. 4. 1.
Und deßwegen iſt auch der △ FED gleichförmig dem △ GHB. — d. 4. 6.
Und folgends das ▭ FD ⊓/ und gleichförmig/ dem ▭ GB u ſſ. — } d. 6. 21. 1. } 34. 1.
Welches zu beweiſen ware.

Die XXV. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Parallelepipedum mit einer Fläche/ welche denen gegenüberstehenden Fläche Parallel lauffet/ durchschnitten wird: so wird seyn/ gleich wie ein Stücks Basis sich verhaltet zu des andern stückes Basis/ also ist ein dichtes Stück zu dem andern dichten Stück.

Es ist gegeben/ daß das ▱ ABGH durchschnitten seye mit der Parallel-Fläche KIML. Dieses nach sagt man/ daß wie die Basis HK/ Basis KG .: ▱KD ▱KC.

Zubereitung.

Suche einen Theil/ welcher beyde Bases KH/ KG gleich auffmesset.
Seye ein solcher Theil/ die Fläche KO/ welcher in der Basis KH just dreymahlen/
Und in der Basis KG just fünff mahlen begriffen ist.
Ziehe unterdessen durch PO die Fläche QQ = / der Fläche LI/
Woraus der dichte Theil LO entstehet. Diesem nach

Beweiß.

Nun ist klar/ daß wegen gleichfachen Theile/ und Parallel-Linien der dichte Theil LO/ so offt in dem dichten Stück KD seye/ als offt der flache Theil in der einen Basis KH ist/ nemlich just dreymahlen.
Und eben wird derselbe dichte Theil LO/ so offt in dem dichten Stück KC seyn/ als offt der flache Theil KO in der andern Basis KG ist/ nemlich just fünff mahlen.
Dahero wie offt die Basis KH einen fünfften Theil von der Basis KG begreiffet/ so offt das dichte Stück KD einen fünfften dichten Theil von dem dichten Stück KC begreiffen werde.
Und auch/ wie offt die Basis KH zwey fünfftheile von der Basis KG begreiffet; so offt auch das dichte Stück KD zwey Fünfftheile von dem dichten Stück KD begreiffen werde. u.s.f. { d.6. def.5. u.7.
Darum sich verhalten thut die Basis HK. Basis KG .: ▱KD. ▱KC.
Welches zu beweisen ware.

Die XXVI. Vorgab. Handgriff.

Auß einem Punct auff einer vorgegebenen geraden Lini einen dichten Winckel/ gleich einem andern vorgegebenen dichten Winckel zu machen.

Es ist gegeben der Punct B auff der Lini AB/ auß welchen ein dichter ∠/ gleich dem vorgegebenen dichten ∠ FIHG zu machen sepe.

Handgriff und Beweiß.

Mache auß H auff der Fläche IHG die bleyrechte HK. d. 11. 11.

Ziehe zusammen KF/ KI/ IH/ HG/ GK.

Mache auff der Lini AB/ die BL ∏/ der FI.

Und den flachen ∠ LBC ∏/ dem flachen ∠ IFG. d. 23. 1.

Nehme die Länge BC ∏/ der Länge FG.

Mache auff der Fläche LBC den ∠ LBE ∏/ dem ∠ IFK, auff der Fläche IFG.

Nehme BE ∏/ der FK.

Auß dem Punct E auff der Fläche LBC erhöhe die ⊥ ED ∏/ der ⊥ KH. d. 12. 11.

Hange letzlich BD/ DC/ CE/ EL/ LD zusammen.

Der Beweiß ist auß dem gemachten Handgriff gantz klar und leicht/ daß nemlich der dichte ∠ BLC ∏ sepe dem gegebenen dichten ∠ FIHG.

Welches zu machen ware.

Die XXVII. Vorgab. Handgriff.

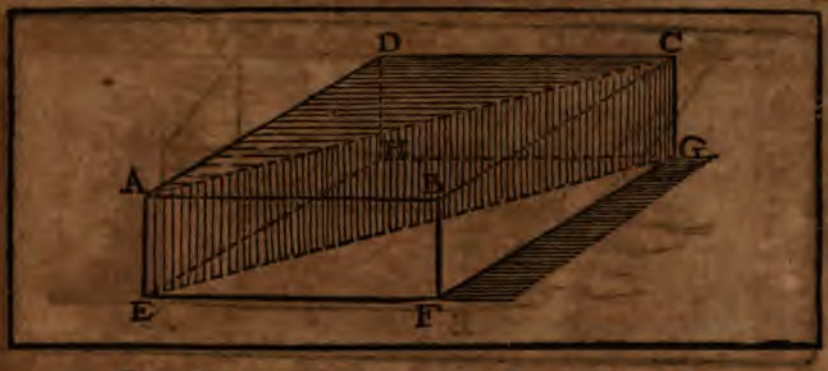
An einer vorgegebener geraden Linî (AB) ein Parallelepipedum (BE) zu beschreiben/ welches einem andern vorgegebenen Parallelepipedum (FH) gleichförmig und gleichgestölt seye.

Handgriff.

Auß dem Punct B auff der Linî AB mache den dichten ∠ BADC ∏/ dem dichten ∠ FGIK. d. 26. 6.
Alsdann mache GF/ FI :: AB/ BD. d. 12. 6.
und FI/ FK :: BD/ BC.
So wird hernach auch der gleichen seyn GF/ FK :: AB/ BC. d. 22. 6.
Nunmehro verfertige das ▭ BE/ so wird solches dem vorgegebenem ▭ FH gleichförmig und gleichgestölter seyn.

Beweiß.

Die drey ▭ AC/ AD/ DC seynd gleichförmig und gleichgestölt worden/ denen drey ▭ GK/ GI/ IK. } d. d. Hand. } 1. 1. def. 6.
Es seynd auch die gegenüberstehende/ gleich und gleichförmige ▭: d. 24. 11.
Dahero werden die sechs Fläche deß ▭ BE gleich und gleichförmig seyn/ denen sechs Fläche deß ▭ FH.
Und folgends wird hierdurch das ▭ BE gleichförmig und gleichgestölt seyn/ dem ▭ FH.
Welches zumachen ware.



Die XXVIII. Vorgab. Betrachtung.

Ein jedes Parallelepipedum wird durch diejene Fläche/ welche durch die überzwerg stehende Winckeln gezogen ist/ just entzwey geschnitten.

Es ist gegeben/ das das ▱ AG mit der Fläche ACGE/ so durch die überzwerg stehende ∠ A/ C/ E/ G gezogen ist/ durchschnitten seye. Diesem nach sagt man/ daß das ▱ AG hiermit just entzwey geschnitten worden seye.

Beweiß.

Dieweilen die Fläche BG ein ▭ ist: so werden die Seiten CG/ BF einander ⊓/ und = seyn. ..... d. 34. 1.

Auff solche Weise werden auch AE/ BF einander ⊓ und = seyn. und folgends AE ⊓/ und = seyn/ der CG. d. 9. 11.

Deßwegen ist auch die Lini AC ⊓/ und =/ der Lini EG. d. 33. 1.

und darumb ist ACGE ein ▭. d. 34 def. 1.

Unterdessen ist das ▭ ABCD ⊓/ und gleichformig/ dem ▭ EFGH. d. 24. 11.

Dahero auch die △ ADC/ ABC ⊓/ und gleichförmig seyn werden denen △ EHC/ EFG. { d. 34. 1. und 4. 6.

Ferners/ seynd die ▭ ABFE/ BCGF ⊓/ und gleichförmig/ denen ▭ CGHD/ und DHEA. d. 24. 11.

Folget/ daß also in der Eck-Säule AECGDH alle Fläche ⊓/ und gleichförmig seynd allen Fläche in der Eck-Säule AECGBF/ eine jede der seinen.

Dahero ist eine Eck-Säule ⊓/ der andern Eck-Säule. d. 10. def. 11.

Weilen nun diese zwey Eck-Säulen/ das gantze ▱ AG machen: so ist klar/ daß das ▱ AG mit der Fläche ACGE gerad entzwey seye geschnitten worden.

Welches zu beweisen wäre.

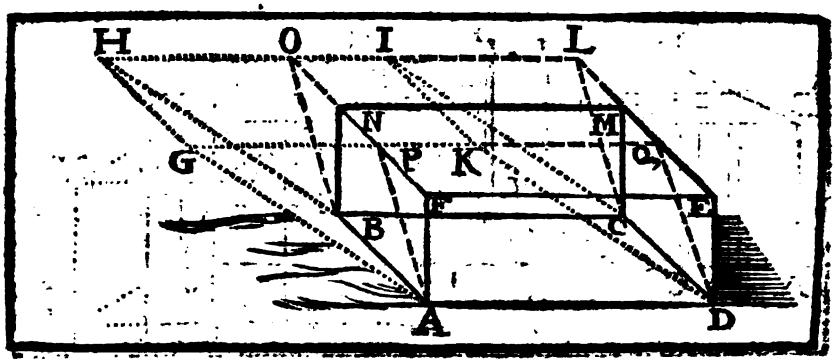
Die XXIX Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelepipeden / welche auff einerley Basis stehen / und einerley Höhe haben / auch ihre auffstehende Linien in einerley geraden Lini fort haben / seynd einander gleich groß.

Es seynd gegeben die zwey ▱ AEFBDHGC und AKLB DIMC / welche auff einerley Basis ABCD stehen / und einerley Höhe / auch ihre auffstehende Linien AE / AK / BF / BL / DH / DI / CG / CM in einerley geraden Linien EFL und HGM fort haben. Diesem nach sagt man / daß das ▱ AEFDHG ∏ seye / dem ▱ AKLDIM.

Beweiß.

Das ▭ DG ist ∏ / dem ▭ DM. d. 35. 1.
Wan darvon das gemeine Trapezium DIGC abgezogen wird.
So bleibet dannoch der △ DIH ∏ / dem △ CMG.
Auff solche Weise ist auch der △ AKE ∏ / dem △ BLF.
und das ▭ EKIH ist ∏ / dem ▭ FLMG. d. 36. 1.
Auch die Fläche AEHD ist ∏ der Fläche BFCG.
und die Fläche AKID ist ∏ / der Fläche BLMG. } d. 24. 11.
Folget / daß also die Eck-Säule AEKIDH ∏ seye / der Eck-Säul BFLMGC. d. 10. def. 11.
Wann nun beyderseits das dichte Stück AKFBCGID hinzu gesetzt wird /
So wird letztlich das ▱ AEFDHGC ∏ seyn / dem ▱ AKLBDIMC.
Welches zu beweisen ware.



Die XXX. Vorgab Betrachtung.

Die Parallelepipeden / welche auff einerley Baſis ſtehen / und einerley Höhe / nicht aber ihre auffſtehende Linien in einerley Lini fort geſetzter haben / ſeynd auch einander gleich.

Es ſeynd gegeben die zwey ▱ AFNBCMED / und AGHBCIKD / welche auff einerley Baſis ABCD ſtehen / und einerley Höhe / die auffſtehende Linien aber AF / AG / und BN / BH / und CM / CI / und DE / DK / nicht in einerley Linien EF / MN fort haben. Dieſem nach ſagt man / daß dannoch das ▱ AFNBCMED ∏ ſeye / dem ▱ AGHBCIKD.

Zubereitung.

Verlängere HI und EM / biß ſie zuſammen ſtoſſen in Punct L.
Verlängere auch GK biß in Q / und FN biß in O.
Hange zuſammen AP / BO / und DQ / CL.

Beweiß.

Das ▱ AFNBCMED iſt ∏ / dem ▱ APOBCLQD. d. 29. 11.
(dann ſie auff einerley Baſis ABCD ſtehen / und einerley Höhe / und ihre auffſtehende AF / AP : BN / BO : CM / CL : DE / DQ in einerley Lini FNO und EML fort haben).

Das ▱ APOBCLQD aber iſt ∏ / dem ▱ AGHBCIKD. d. 29. 11.
(dann ſie auch auff einerley Baſis ABCD ſtehen / und einerley Höhe / und ihre auffſtehende Linien AN / AG : BO / BH : CL / CI : DQ / DK in einerley geraden Lini QPG und LOH fort haben)

Dahero iſt auch das ▱ AFNBCMED ∏ / dem ▱ AGHBCIKD.
Welches zu beweiſen ware.

Die XXXI. Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelepipeden/ welche gleiche Baſes/ und einerley Höhe haben/ ſeynd einander gleich.

Es ſeynd gegeben die zwey ▱ AHGC/ und IPOM/ welche gleiche Baſes AB/IK/ und einerley Höhe haben. Dieſem nach ſagt man/ daß das ▱ AHGC ⊓ ſeye/ dem ▱ IPOM.

Zweyerley Fähle können ſich hierinnen ereignen/ erſtlich/ wann die auffſtehende Linien AE/ DH/ BG/ CF/ IQ/ LP/ KO/ MN bleyrecht auff ihren Baſen AB/IK ſtehen; Dieſem nach/

Zubereitung.

Verlängere IM gerad hinauß/ und mache MS ⊓/ der AD.
Aus dem Punct M auff MS mache den ∠ SMR ⊓/ dem ∠ DAC.
Nehme MR ⊓/ der AC.
Auß R ziehe RT ⊓/ und = der MS/ und ziehe TS zuſammen.
Alsdann erfülle das ▱ RNWT mit der Höhe MN/ welche die Höhe iſt deren zwey gegebenen ▱.
Unterdeſſen verlängere KM/ und TR biß ſie zuſammen ſtoſſen in Punct a.
Hernach durch S/ ziehe cSb =/ der KMa.
Verlängere LK/ biß ſie an die Lini bSc in Punct c anſtoſſe.
Letztlich erfülle die zwey ▱ aNWb und MOdS mit der Höhe MN/ welche die gegebene Höhe deren zwey ▱ iſt.

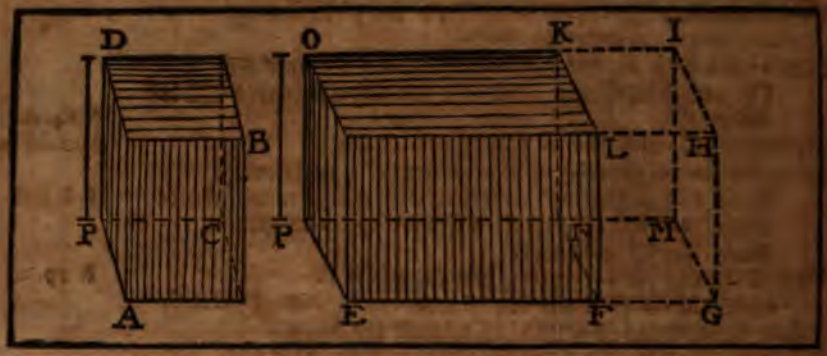
Beweiß.

Die zwey Linien MS/ MR ſeynd ⊓/ denen zwey AD/ AC. und der ∠ SMR iſt auch ⊓ gemacht worden/ dem ∠ DAC. d. d. Zud.
Folget/ daß das ▭ MT ⊓/ und gleichförmig ſeye/ dem ▭ AB. } d. 46. 1.
Weilen auch MS/ MN ⊓ ſeynt/ denen AD/ AE. } d. 20. 6.
(dann AE und MN die gleiche Höhe deren ▱ ſeynd)
und beyde ▭ rechte ∠ begreiffen.
Darum wird das ▭ MW auch ⊓/ und gleichförmig ſeyn/ dem ▭ AH:
Auff ſolche Weiſe wird bewieſen/ daß eben das ▭ MX ⊓/ und gleichförmig ſeye/ dem ▭ AF.

Nun hat man drey ▭ deß ▱ RNWT ⊓/ und gleichförmig/ deren drey ▭ deß ▱ AHGC.
Dahero seynd auch die drey gegenüber stehende ▭ eines ▱ ⊓/ und gleichförmig/ denen drey gegenüber stehenden ▭ deß andern ▱. d. 24. 11.
Und folgends ist das ▱ RNWT ⊓/ dem AHGC. d. 10. def. 11.
Herüber/ und weme die zwey ▱ aNWb/ und RNWT auff einerley Basis MW stehen/ und einerley Höhe/ auch ihre auffstehende Linien Mb/ MR: NY/NX: Wf/ WV: Sb/ST in geraden Linien Ta/ VY fort haben. d. d. Zub.
So wird das ▱ aNWb ⊓ seyn/ dem ▱ RNWT. d. 29. 11.
das ▱ RNWT ist aber bewiesen worden ⊓/ dem ▱ AHGC.
Folget/ daß auch das ▱ aNMb ⊓ seye/ dem ▱ AHGC.
Unterdessen siehet man/ daß das ▱ IPdS durchschnitten seye mit der Fläche ONMK.
Deßwegen ist/ Bas. IK. Bas. MC :: ▱ IPOM. ▱ MOdS. d. 25. 11.
Abermahlen/ weilen man siehet/ daß das ▱ aOdb durchschnitten seye/ mit der Fläche MNWS.
So wird auch seyn/ Bas. aS. Bas. Mc :: ▱ aNWb. ▱ MOdS.
Es ist aber die Basis IK ⊓/ der Basis aS. d. d. Vorg.
(dann das ▭ aS ist ⊓/ dem ▭ MT. d. 35. 1.
und das ▭ MT ist ⊓ gemacht worden/ dem ▭ AB. d. d. Zub.
und das ▭ AB ist ⊓ gegeben worden/ dem ▭ IK) d. d. Vorg.
Darum wird das ▱ IPOM ⊓ seyn/ dem ▱ aNWb. d. 9 1
Dieweilen auch das ▱ aNWb schon bewiesen ist ⊓/ dem ▱ RNWT. d. d. Vorg.
und das ▱ RNWT ist ⊓ gemacht worden/ dem ▱ AHGC. d. d. Zub.
Folget letztlich/ daß auch das ▱ IPOM ⊓ seye/ dem ▱ AHGC.
Welches zum ersten zu beweisen ware.

II. Wann die auffstehenden Linien auff denen Basen schrög stehen.

So schreibet man auff denenselben Bases/ und in einerley Höhe andere ▱/ welche ihre auffstehende (wie vorgehends geschehen) bleyrecht auff denen Bases haben.
Sothane ▱ werden hernach einander gleich seyn. d. 31. 11.
Diese aber seynd ⊓/ ihren schrögen ▱. } d. 23. 11. 30. 11.
Dahero auch die Schröge ▱ einander ⊓ seyn werden.
Welches zu beweisen ware.



Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelepipeden/ welche in einerley Höhe seynd/ verhalten sich gegen einander/ gleich wie ihre Bases.

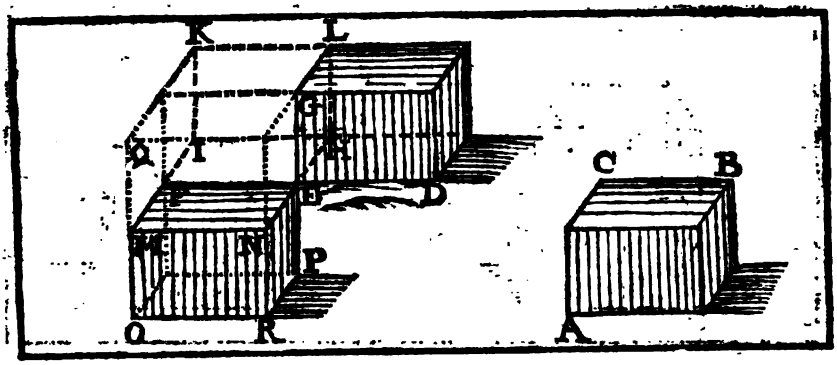
Es seynd gegeben die ▱ ADB/ EOL/ welche einerley Höhe haben. Diesem nach sage man/ daß sich verhalte/ das ▱ ADB/ ▱ EOL :: Bas. AC, Bas. EN.

Zubereitung.

An der Lini FN mache das ▭ FM ⊓/ dem ▭ AC. p. 45. 1.
Also/ daß der ∠ NFG ⊓ seye/ dem ∠ PEF/ und
hierdurch die Basis EM gleichsam ein ▭ allein werde.
Hernach außfülle das ▱ EOIG.

Beweiß.

Es ist klar/ daß das ▱ FKIG ⊓ seye/ dem ▱ ADB, { d. 31. 11.
(dann sie einerley Höhe haben; hernach ist die Basis FM ⊓/ der { d. d. Zuth.
Basis AC gemacht worden).
Dahero seyn werde ▱ FKIG. ▱ EOKF :: ▱ ADB. ▱ EOKF. d. 7. 5.
Es verhaltet sich aber das ▱ FKIG/ ▱ EOKF :: Bas. FM. Bas. EN. d. 25. 11.
(oder der gleichen AC).
Folget/ daß auch seye das ▱ ADB/ ▱ EOKF :: Bas. AC. Bas. EN.
Welches zu beweisen ware.



Die XXXIII. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige Parallelepipeden ſtehen gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß/ ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seiten.

Es ſeynd gegeben die gleichformige ▱ DL und AB/ und die Seiten DE gleichförmig-haltnuß ſagend/ der Seite BC. Dieſem nach ſagt man/ daß das ▱ DL ſich verhalte/ zu dem ▱ AB in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seiten DE zu BC.

Zubereitung.

Verlängere DE/ und mache EF ⊓/ der BC.

An EF mache ſolcher geſtalt das ▱ EO/ daß es nicht allein ⊓/ gleichförmig und gleichgeſtölt ſeye dem ▱ AB/ ſondern auch/ das DEF/HEN/ GEP in einer geraden Lini fort liegen. { d. 45. 1. / u. 27. 11.

Hernach erfülle das ▱ EQ auff die Art/ als wann das ▱ PQ nur ein ▱ allein wäre. Eben auff dieſe Weiſe erfülle das ▱ EK alſo/ daß das ▱ DK nur ein ▱ allein zu ſeyn ſcheine.

Dieſem nach ſtehet zu beweiſen/ daß erſtlich die vier ▱ DL/ EK/EQ / EO vier ſtets geproportionirte Gröſſe ſeynd/ und zwar in der Verhaltnuß/ welche DE zu EF (oder dergleichen CB) hat; das übrige folget vor ſich ſelbſt.

Beweiß.

Erſtlich iſt klar/ daß wegen der Gleichförmigkeit deren ▱ DL und EO ſich verhalte DE/ EH :: EF/ EN. { d. 9. def. 11. / u. 1. def. 6.

Und durch die Verwexlung DE/ EF :: EH. EN. d. 16. 5.

ſich auch verhalte DE/ EG :: EF/ EP.

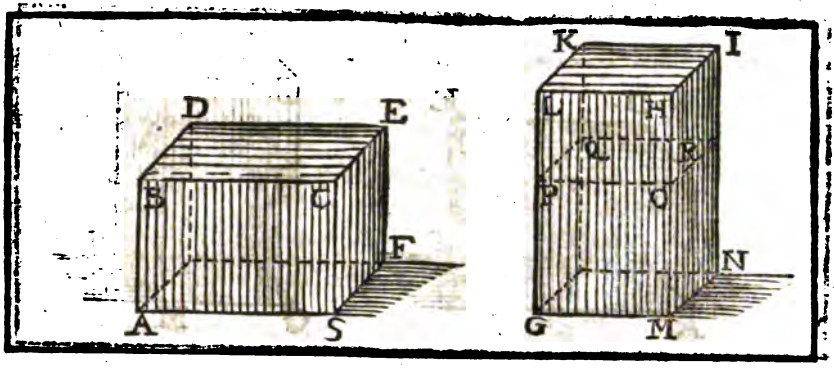
Und durch die Verwexlung DE/ EF :: EG/ EP. d. 16. 5.

Darum ſeynd die Verhaltnuſſen DE zu EF/ und EH zu EN/ und EG zu EP d. 11. 5. einander gleich/ nemlich alle ⊓/ der Verhaltnuß DE zu BC. Dieſem nach/

Weilen das ▱ DK durchschnitten ist mit der Parallel-Fläche EL. d. d Zub.
so wird seyn als wie Basis DH/ Basis EI :: ▱ DL, ▱ EK. d. 25. 11.
Es ist aber die Basis oder ▭ DH/ ▭ EI :: DE/ EF. d. 1. 6.
Darum ist auch wie DE/ EF :: ▱ DL/ ▱ EK. d. 11 5.
Weilen auch das ▱ HQ durchschnitten ist mit der Parallel-Fläche FG. d. d. Zub.
so wird auch seyn das ▱ EK/ ▱ EQ :: als wie Basis HF/
Basis EM. d. 25. 11.
Und die Basis oder ▭ HF ist zu den ▭ EM :: als wie EH/ EN. d. 1. 6.
Dahero auch seyn werde / als wie EH/ EN :: ▱ EK/ ▱ EQ. d. 11 5.
Letztlich ist wiederumb das ▱ GO mit der Parallel-Fläche EM durch-
schnitten. d d. Zub.
Darum wird seyn das ▱ EQ/ ▱ EO :: als wie die Basis GF/
Basis FE. d 25. 11.
Es ist aber Basis oder ▭ GF/ ▭ EF :: EG/ EF. d. 1. 6.
Deßwegen ist auch das ▱ EQ / ▱ EO :: als wie EG/ EF. d. 11 5.
Nun ist klar/ daß diese 4 ▱ DL/ EK/ EQ / EO stets geproportionirt d. 9. außleg. 5.
seynd/ und zwar in der Verhaltnuß/ welche haben die Linien DE
zu EF/ EH zu EN / und EG zu EF.
Diese Verhaltnuß ist aber unter sich/ und auch gleich der Verhaltnuß
DC zu BC bewiesen. d. d. Vorg.
Dahero stehet das ▱ DL zu dem ▱ EO (oder dergleichen ▱ AB) in drey- d. 10. def. 5.
mahliger Verhaltnuß/ welche ED zu BC hat.
Welches zu beweisen ware.

Folget

Wann vier stets geproportionirte Linien seynd/ daß/ wie sich die erste zu der vierten verhaltet; also sich auch das ▱ / so auff der ersten Lini gemacht ist/ zu dem ▱/ welches gleichförmig und gleich gestölt auff der anderten Lini gemacht ist) verhalte: Auß diesen erhellet auch / daß die Dopplirung eines Cubus oder Würffels/ allein in der Erfindung zweyer mittlern Proportional-Linien/ bestehe.



Die XXXIV. Vorgab. Betrachtung.

Gleiche Parallelepipeden haben ihre Baſes und Höhe widerkehrlich geproportionirter; und die Parallelepipeden/ welche ihre Baſes und Höhe wiederkehrlich geproportionirter haben/ ſeynd einander gleich.

Es ſeynd gegeben die gleiche ▱ (verſtehe/ gleiches Inhalts) ADES/ GKIM/ deren Baſes ſeynd AF/ GN/ und die Höhe AB/ GL. Dieſem nach ſagt man/ daß die Baſes AF/ GN/ und die Höhe AB/ GL in einer wiederkehrlichen Proportion ſeynd/ nemlich/ daß ſeye Baſ. AF/ Baſ. GN :: Höhe GL/ Höhe AB.

Seye jetzund geſetzt/ daß erſtlich die auffſtehende Seiten AB/ GL bleyrecht auff denen Baſen AF/ GN ſtehen.

Wann nun die zweygleiche ▱ einerley Höhe haben: ſo iſt klar/ daß ſie auch gleiche Baſes/ und alsdann augenſcheinlich eine wiederkehrliche Proportion haben müſſen.

Man ſetze aber/ daß das ▱ GI höher ſeye/ als das ▱ AE.

Zubereitung.

Schneide ab von der Höhe GL/ die GP ⊓/ der Höhe AB.

Hernach ziehe durch P die flache PQRO ═/ der Baſis GN/ oder LI.

Beweiß.

Weilen die ▱ AE/ GR einerley Höhe haben; ſo wird ſeyn

das ▱ AE/ ▱ GR :: Baſ. AF/ Baſ. GN. d. 32. 11.

Es iſt aber das ▱ AE/ ▱ GR :: ▱ GI/ ▱ GR. d. 7. 5.

(dann die ▱ AE/ und GI einander ⊓ gegeben worden ſeynd.) d. d. Vorg.

Dahero auch ſeyn werde Baſ. AF/ Baſ. GN :: ▱ GI/ ▱ GR.

Unterdessen/weilen das ▱ GI durchschnitten ist mit der Fläche PQRO. d. d. Zub.

So wird seyn/ das ▱ PI/ ▱ GR :: Bas. LO. Bas. PM. d. 25. 11.

Es haltet sich aber die Basis LO. Bas. PM :: LP. PG. D. 1. 6.

Deßwegen ist auch das ▱ PI/ ▱ GR :: LP/ PG.

und durch die Zusammensetzung/ das ▱ GI (oder das gleiche ▱ AE) d. 15. 5.

▱ GR :: GL/ PG (oder dergleichen Lini AB).

Dahero letzlich seyn werde Bas. AF/ Bas. GN :: Höhe GL / Höhe AB.

Welches zum ersten zu beweisen ware.

Wann nun gegeben ist/ das die Bases/ und Höhe deren ▱ AE und GI widerkehrlich geproportionirt seynd/ nemlich Bas. AF/ Bas. GN :: GL/ AB.

So sagt man zum anderten/ daß das ▱ AE ⊓ seye/ dem ▱ GI.

Die Zubereitung verbleibet als wie oben.

Indeme sich verhaltet das ▱ AE/ ▱ GR :: Bas. AF. Bas. GN. d. 32. 11.

und die Basis AF/ Bas. GN :: Höhe GL/ Höhe AB (oder die ⊓ GP. d. d. Vorg.

So wird auch seyn/ das ▱ AE/ ▱ GR :: GL. GP.

Es ist aber GL/ GP :: ▭ GH/ ▭ GO. d. 1. 6.

Und als wie die Bas. GH. Bas. GO :: ▱ GI/ ▱ GR. d. 32. 11.

Darum auch seyn werde das ▱ AE/ ▱ GR :: ▱ GI/ ▱ GR.

Und dekwegen ist das ▱ AE ⊓/ dem ▱ GI. d. 9. 5.

Welches zum anderten zu beweisen ware.

Wann letztlich gegeben wird/ das die auffstehende AB/ GL nicht bleyrecht/ sondern schrög auff denen Bases stehen/ so ist der Beweiß/ und die Zubereitung/ wie folget: nemlich/

Man machet erstlich auff denenselben Bases AF/ GN/ die auffgehende L/ und mit denen schrögen ▱ in einerley Höhe.

Woraus alsdann erscheinet/ daß diese Schröge ⊓ seyn/ denen rechten ▱. d. 30. 11.

die rechte ▱ aber haben ihre Basen und Höhe in widerkehrlicher d. 14. 11.

Proportion.

Folget/ daß auch die Schröge ▱ in widerkehrlicher Proportion ihrer Basen und Höhe seynd/ u. s. f.

Welches zu beweisen ware.

Anmerckung.

Was geſagt und bewieſen worden iſt/ in denen 29. 30. 31. 32. 33. 34. Vorgaben von denen ⊜/ das jene wird auch geſagt und bewieſen von denen drey-eckichten Eck-Säulen. Die Urſach iſt/ weilen ſie deren ⊜ gerad die Helffte ſeyn/ wie es in der 28. Vorgab dieſes Buchs bewieſen iſt. Nemlich man ſagt:

I.

Die drey-eckichte Eck-Säule/ welche einerley Höhe haben/ verhalten ſich gegen einander/ gleich wie ihre Baſes.

II.

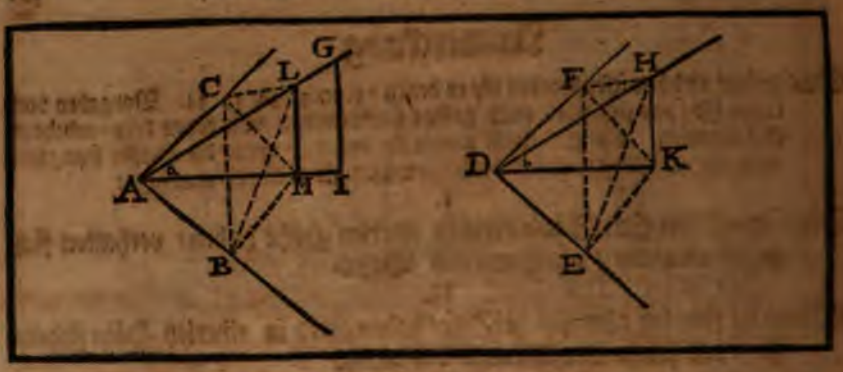
Wann ſie einerley oder gleiche Baſes haben/ und in einerley Höhe ſtehen/ ſo ſeynd ſolche alsdann einander gleich.

III.

Wann ſie einander gleichförmig ſeynd: ſo ſtehen ſie gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seiten.

IV.

Wann ſie einander gleich ſeynd: ſo haben ſie ihre Baſes und Höhe in einer widerkehrlichen Proportion: und hinwiederum/ wann ſie ihre Baſes und Höhe in widerkehrlicher Proportion haben/ ſo ſeynd ſie einander gleich.



Die XXXV. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey flache Winckeln (BAC/ EDF) einander gleich seynd/ und aus ihren Spitze (A/D) gerade Linien (AG/DH) in die Höhe gehen/ welche mit denen ersten Linien beyderseits gleiche Winckeln mitmachen. (nemlich den ∠ BAG ⊓/ dem ∠ EDH/ und CAG ⊓/ FDH). Unterdessen in denen in die Höhe gehenden Linien (AG/DH) einige Puncten/ (als wie G und H) nach Gefallen genommen/ und auß selben auff die Fläche (BAC/ EDF) (worauff anfänglich die flache Winckeln (BAC/ EDF) gesetzt seyn/ bleyrechte Linien (GI, HK) herunter gelassen; und alsdann auß denen Puncten (I/K) welche von denen bleyrechten auff denen Flächen seynd gemacht worden) in die flache Winckeln gerade Linien (IA/ KD) gezogen werden: So werden sothane Linien mit denen in die Höhe stehenden (AG/DH) einander gleiche Winckeln (a und b) machen.

Zubereitung.

Mache AL ⊓/ der DH. Ziehe LM ═/ der GI.
Auß M mache MB bleyrecht auff AB/ und MC ⊥ auff AC. d. 12. 1.
Auch auß K mache KE ⊥ auff DE/ und KF ⊥ auff DF.
Hange BL/ LC/ und EH/ FH zusammen.

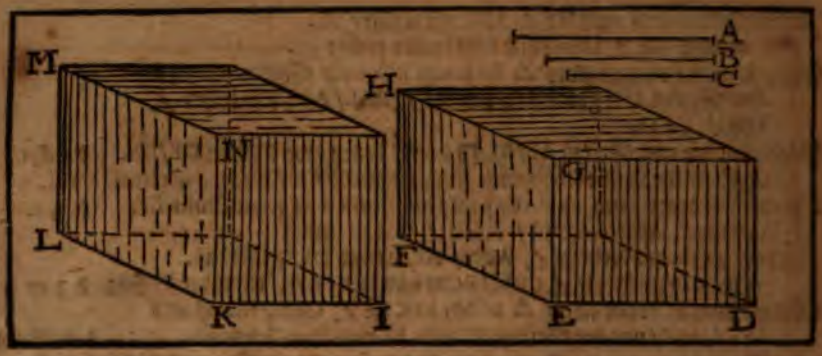
Beweiß.

Weilen LM ═ ist/ der IG/ welche auff der Fläche BAC ⊥ ist. d. d. Vorg.
so wird auch LM auff derselben Fläche BAC stehen. d. 8. 11.
Dahero seynd die ∠ LMC/ LMA/ LMB rechte ∠. d. 3. def. 11.
Und deßwegen ist das □ auff AL ⊓/ dem □ auff LM/ und AM. d. 47. 1.
Das □ auff AM ist aber ⊓/ denen □ auff AC/ und CM. d. 47. 1.
Darumb ist das □ auff AL ⊓ denen □ auff LM/ AC/ CM
Denen □ auff LM und CM ist aber ⊓/ das □ auff CL.
Folget/ daß das □ auff AL auch ⊓ seye/ denen □ auff AC und CL.
Dahero ist der ∠ ACL ein rechter ∠. d. 48. 1.

Auff ſolche Weiſe iſt auch der ∠ ABL ein rechter ∠.
Und auch die ∠ DFH/ und DEH zwey rechte ∠.
Nunmehro iſt in denen zwey △ BAL und EDH die Seiten AL ∏/
Der Seiten DH gemachte/ und die ∠ BAL/ ABL ∏/ denen ∠
EDH/ DEH.
Folget/ daß die zwo Seiten AB/ BL ∏ ſeynd/ denen zwo Seiten DE/ EH. d. 26. 1.
Auff ſolche Weiſe ſeynd auch die Seiten AC/ CL ∏/ denen Seiten DF/ FH.
Darum iſt in denen zwey △ BAC/ EDF/ die Baſis BC ∏/ der Baſis EF, d. 4. 1.
und die ∠ ABC/ ACB ∏/ denen ∠ DEF/ DFE.
Dieſe dieſe von denen rechten ∠ ABM/ ACM/ und DEK/ DFK ab.
ſo werden auch die ∠ CBM/ BCM und FEK/ EFK einander ∏ ſeyn. d. 3. ax. 1.
Weilen dann/ in denen zween △ BCM/ EFK die ∠ CBM/ BCM/ und
EEK/ EFK/ und die Seiten BC und EF einander ∏ ſeynd. d. d. Vorg.
So werden auch die Seiten BM/ CM ∏ ſeyn/ denen Seiten EK/ KF. d. 26. 1.
Indeme aber in denen zween △ ACM/ DFK die Seiten AC/ CM/ und DF/
FK einander ∏ ſeynd bewieſen worden/ und die ∠ ACM/ DFK zween
rechte ∠ ſeynd: ſo wird darum die Baſis AM ∏ ſeyn/ der Baſis DK. d. 4. 1.
Wann unterdeſſen auß denen gleichen □/ welche auff denen gleichen AL/
und DH ſeynd gemacht worden/ die gleiche □ auff denen gleichen
AM/ und DK abgezogen werden.
So wird annoch verbleiben das □ auff LM ∏/ dem □ auff HK. } d. 47. 1. und 1. ax. 1.
Und dahero iſt auch die Lini LM ∏/ der Lini HK. d. 9. 46. 1.
Nunmehro ſchlieſſet man/ weilen in denen zween △ ALM/ DHK
die drey Seiten AM/ AL/ LM ∏ ſeynd/ denen drey DK/ DH/ HK.
Daß letztlich der ∠ a ∠ ſeye/ dem ∠ b: d. 8. 1.
Welches zu beweiſen ware.

Folget.

Wann zwey flache und einander gleiche ∠ gegeben ſeynd/ und auß ihren
Spitzen gerade Linien in die Höhe auffſtehen/ welche mit denen
anfänglich gegebenen geraden Linien beyderſeits gleiche Winckeln
mit machen/ daß die ⊥ einander ∏ ſeynd/ welche von denen äuſ-
ſerſten Puncten deren auffſtehenden gleichen Linien/ in dieſelbe
Fläche/ (worauff die flache ∠ ſtehen) ſeynd gezogen worden/
nemlich LM iſt ∏/ der HK.



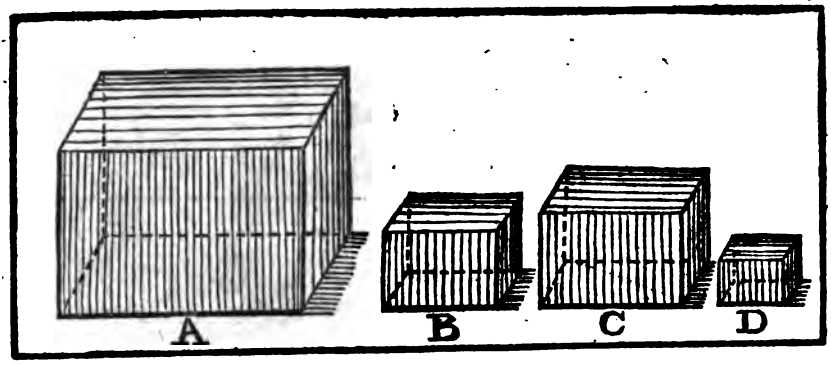
Die XXXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey gerade Linien geproportionirt seynd: so ist das Parallelepipedum/ welches gemacht wird von diesen drey Linien/ gleich dem Parallelepipedum/ so auß der mittlern Linien zwar gleichseitig/ gleichwincklicht aber dem ersten Parallelepipedum gemacht ist.

Es seynd gegeben die drey geproportionirte Linien A/B/C/ das ist/ es stehet A/B :: B/C. Auß diesem seynd auff solche Art die gleichwincklichte ▱ DH/IM. gemacht worden/ daß nemlich DE ⊓/ A: EF ⊓/ B: EG ⊓/ C. und IK/KL/KN/ ⊓/ der mittlern B seynd. Und der dichte ∠ K ⊓/ dem dichten ∠ E: Diesem nach sagt man/ daß das ▱ IM ⊓ seye/ dem ▱ DH.

Beweiß.

Indeme gemacht ist DE/ KI :: KN. EG. d. d. Vorg.
so wird das ▭ IN ⊓ seyn/ dem ▭ DG. d. 14. 6.
Unterdessen/ weilen der dichte ∠ K ⊓/ dem dichten ∠ E.
Und die KL ⊓ ist gemacht worden/ der EF. Wann man nun d. d. Vorg.
den dichten ∠ K auff den andern ∠ E legen solte/
So werden beyde just auff einander eintreffen/ und der Punct L
wird just auff den Punct F einfallen. d. 8. ax. 1.
Dahero werden die bleyrechten Linien/ welche auß denen Puncten
L und F auff dieselbe Fläche (worauff die Bases IN und DG
stehen) gezogen seynd/ auch einander ⊓ seynd/ und d. 35. Cor. 11.
Deßwegen beyde ▱ IM/ und DH einerley Höhe haben/
Letztlich aber wegen dergleichen Bases IN und DG und dergleichen Höhe/
ist das ▱ IM ⊓/ dem ▱ DH. d. 31. 11.
Welches zu beweisen ware.



Die XXXVII. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier gerade Linien geproportionirt ſeynt: ſo werden die Parallelepipeden / welche auff ihnen gleichförmig und gleichgeſtölter beſchrieben worden/ auch geproportionirt ſeyn: und hinwiederum/ wann die Parallelepipeden geproportionirt ſeynd: ſo werden auch die vier Linien/ worauff ſie gleichförmig und gleichgeſtölter beſchrieben ſeynd/ geproportionirt ſeyn.

Es ſeynd gegeben die vier geproportionirte gerade Linien A/B :: C/D. Darauff ſeynd vier gleichförmig und gleichgeſtölte ▱ gemacht worden. Dieſem nach ſagt man/ daß erſtlich ſeye das ▱ A/▱ B :: ▱ C/ ▱ D.

Beweiß.

Das ▱ iſt zu den ▱ B in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche die Linî A zu B hat. d. 33. 11.

Alſo auch iſt das ▱ C zu dem ▱ D in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche die Lini C zu D hat.

Es iſt aber die Verhaltnuß A zu B ∏ gegeben/ der Verhaltnuß C zu D. d. d. Vorg.

Folget/ daß auch die Verhaltnuß deß ▱ A/ zu dem ▱ B ∏ ſeye/ der Verhaltnuß deß ▱ C/ zu dem ▱ D.

Darum iſt das ▱ A/▱ B :: ▱ C/ ▱ D. d. 6. 7. def. 5.

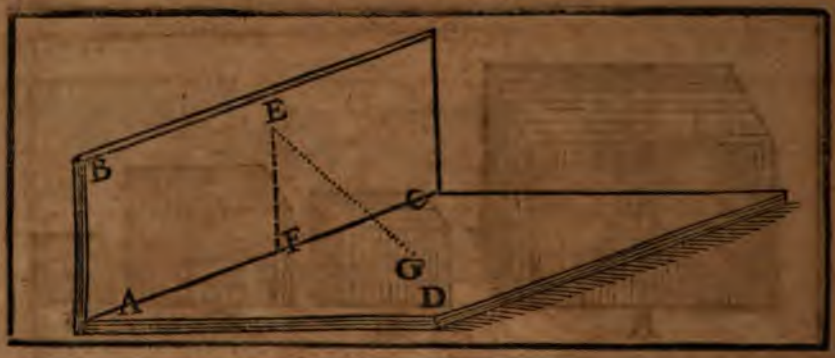
II. Wann es iſt/ ▱ A/▱ B :: ▱ C/▱ D; ſo ſagt man/ daß auch ſeye A/B :: C/D.

Dann das ▱ A zu dem ▱ B in dreymahliger Verhaltnuß iſt/ der jenen/ welche die Lini A zu B hat/ und auch das ▱ C iſt zu den ▱ D in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche die Lini C zu D hat. d. 33. 11.

Die Verhaltnuß aber deß ▱ A/ zu dem ▱ B iſt ∏ gegeben worden/ der Verhaltnuß deß ▱ C/ zu dem ▱ D. d. d. Vorg.

Folget/ daß auch die Verhaltnuß der Lini A zu C ∏ ſeye / der Verhaltnuß der Lini C zu D. Darum iſt es A/B :: C. D. d. 6. 7. def. 5.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXXVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine Fläche auff einer andern Fläche bleyrecht stehet/ und man auß einem Punct/ welcher auff der einen Fläche nach Gefallen genommen worden/ eine bleyrechte Lini auff die andere Fläche ziehen wil; so wird sothane bleyrechte Lini in den gemeinen Durchschnitt fallen.

Es ist gegeben die Fläche ABC ⊥ auff der Fläche ADC/ ihr gemeiner Durchschnitt ist AC. Nun wil man auß dem Punct E/ welcher auff der Fläche ABC nach Gefallen ist genommen worden/ eine ⊥ auff die Fläche ACD herunter ziehen. Diesem nach sagt man/ daß die ⊥ nicht anderwertig/ gesetzt wie in G/ sondern just in den gemeinen Durchschnitt/ als wie in Punct F fallen werde.

Beweiß.

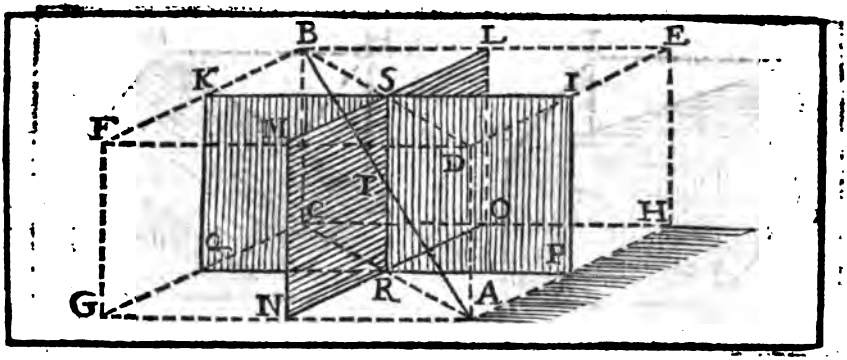
Wann man es nicht glaubet/ sondern noch darbey bleibet/ daß nemlich die herunter gezogene ⊥/ nicht in den gemeinen Durchschnitt AC/ sondern in Punct G auff der Fläche ADC/ falle.

So ziehe dann auß dem Punct E/ die Lini FE ⊥ auff den gemeinen Durchschnitt AC; Diese FE wird hernach auch ⊥ auff der Fläche ADC stehen. d. 4. def. 11.

Worauff aber folgete/ daß auff solche Weise auß dem Punct E/ welcher auſſerhalb der Fläche ADC ist/ auff dieselbe Fläche ADC zwey ⊥ nemlich EF/ und EG gezogen wären. Welches ungereimt ist. d. 13. ax. 1.

Dahero schliesset man/ daß also nothwendig die auß dem Punct E gezogene ⊥ auff die Fläche ADC in den gemeinen Durchschnitt AC/ gleich wie EF/ fallen müsse/ und nicht in die andere Fläche.

Welches zu beweisen ware.

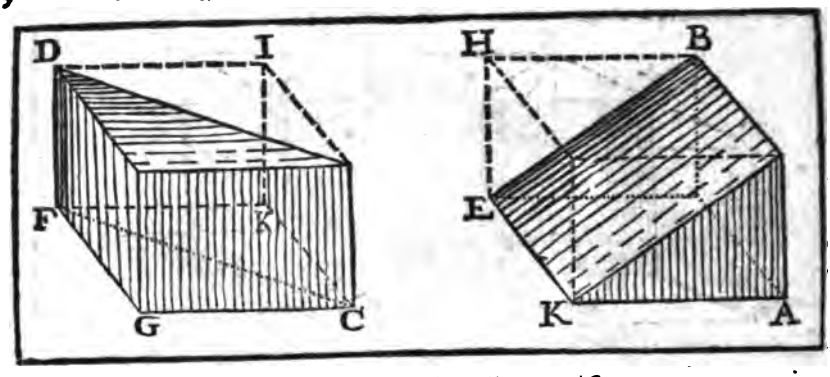


Die XXXIX. Vorgab. Betrachtung.

Wann in einem Parallelepipedum (AB) die Seiten deren gegenüberstehenden Fläche (BE/ FD : CH/ GA : FB/ DE : GC/ AH) gleich entzwey geschnitten/ und durch ihre Puncten (KLIM/ QOPN) einige Fläche gezogen werden: (nemlich KP/ LN) so wird der gemeine Durchschnitt (RS)/ und deß Parallelepipedums Diameter (BA) sich einander gleich entzwey schneiden. (nemlich daß BT ⊓ seye/ der AT/ und ST ⊓/ der RT.) Ziehe SB/ SD/ RC/ RA zusammen.

Beweiß.

Die Seiten CQ / QR seynd ⊓/ denen Seiten AP/ PR. { d. d Zub. u. 34. 1.
und der ∠ CQR ist ⊓/ dem ∠ APR (umwexlender Weise). d. 29. 1.
Dahero wird auch die Basis CR ⊓/ seyn der Basis AR. d. 4. 1.
und also ist der ∠ CRQ ⊓/ dem ∠ ARP.
Unterdessen seynd die zween ∠ PRA/ ARQ ⊓/ zween rechten ∠. d 13. 1.
Folget/ daß auch die zween ∠ CRQ / ARQ ⊓ seynd 2 rechten ∠.
und darumb ist CRA eine gerade Lini fort. d. 14. 1.
Eben auff diese Weise ist BSD eine gerade Lini fort.
Indeme weiters AD = und ⊓ ist/ der FG; und FG = und ⊓/ der CB. d. 34. 1.
So wird auch AD = und ⊓ seyn/ der CB. { d. 9. 11. u. 1. ax. 1.
und darum ist auch BD = und ⊓/ der AC. d. 33. 1.
Folgends werden deßwegen die Linien BA und SR in derselben Fläche BDAC liegen. d. 7. 11.
Dahero/ weilen in denen zween △ BTS/ ATR die BS ⊓ ist/ der AR. d. 7. ax. 1.
und der ∠ BTS ⊓/ dem ∠ ATR/ und der ∠ BST ⊓ dem ∠ ART. { d. 15. 1. u. 29. 1.
Wird letztlich die BT / und ST ⊓ seyn/ der AT/ und RT. d. 26. 1.
Welches zu beweisen ware.



Die XL. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Eck-Säulen von einerley Höhe seint/ und die eine zu der Basis ein Parallelogram hat / welches doppelt ist/ der andern Basis/ so ein Triangel ist: so seint beyde Eck-Säulen einander gleich.

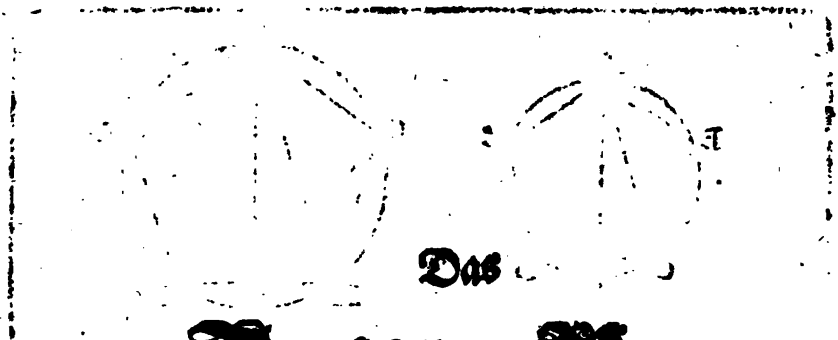
Es seynd gegeben die zwey Eck-Säulen AB/ CD von einerley Höhe. AB hat zur Basis das ▭ AE/ und CD hat zur Basis den △ CGF/ welcher die Helffte von dem ▭ AB ist. Diesem nach sagt man/ daß die Eck-Säule AB/ ⊓ seye/ der Eck-Säule CD.

Erfülle vorhero die ⌭ AH/ und GI.

Beweiß.

Weilen die Basis AE doppelt ist/ deß △ CGF.	d. d. Vorg.
und das ▭ GK auch doppelt ist / deß △ CGF.	d. 34. I.
So wird das ▭ AE ⊓ seyn/ dem ▭ GK.	d. 6. ax. I.
Und dahero wird wegen dergleichen Höhe / und gleichen Bases das ⌭ AH ⊓ seyn/ dem ⌭ GI.	d. 31. II.
Die Eck-Säule AB und CD seynd aber gerad die Helffte deren ⌭ AH und GI.	d. 28. II.

Folget/ daß auch die Eck-Säule AB ⊓ seye/ der Eck-Säule CD.
Welches zu beweisen ware.

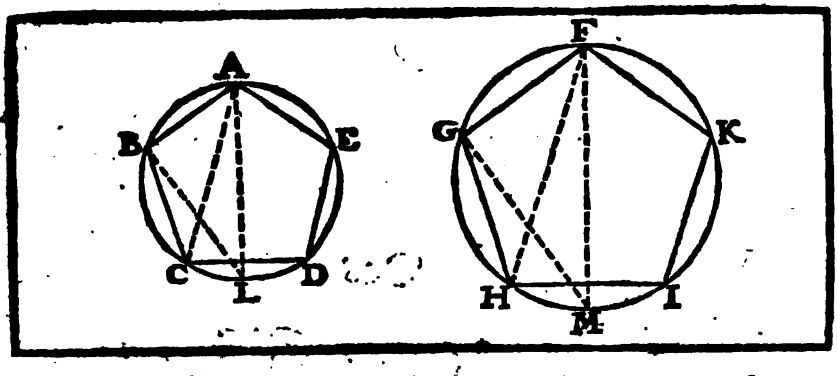


Das

Zwölffte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Die I. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige in Zirckel eingeschriebene Viel-Ecke / verhalten sich gegen einander / gleich wie die Quadraten auff deren Diametern.

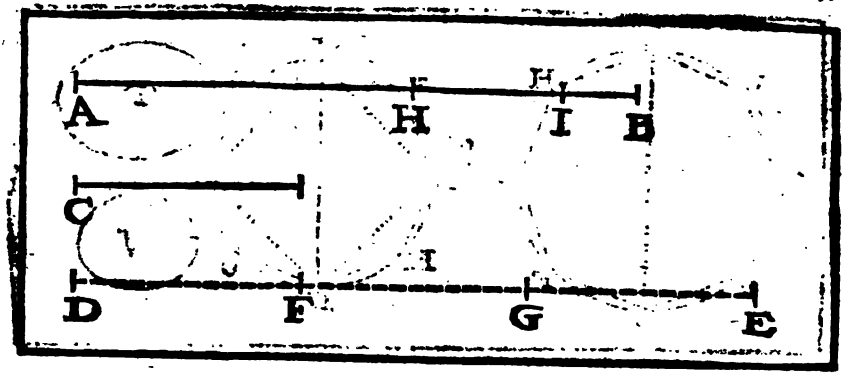
Es seynd gegeben die in Zirckeln eingeschriebene gleichförmige Viel-Ecke / ABCDE / FGHIK / und deren Diametern LA / MF. Diesem nach sagt man / daß gleich wie sich verhalte das □ auff LA / zu dem □ auff MF / also seye das Viel-Eck ABCDE zu dem Viel-Eck FGHIK.

Ziehe vonhero AC / BL / und FH / GM zusammen.

Beweiß.

Wegen der Gleichförmigkeit deren Viel-Ecken ist der ∠ B ∏ / dem ∠ G — d. 1. def. 6.
Und verhalten sich die Seiten AB / BC :: FG / GH. — d. 6. 6.
Deßwegen ist der △ ABC gleichwincklicht dem △ FGH. — d. 6. 6.
Nemlich der ∠ C ist ∏ dem ∠ H. u. s. f.
Unterdessen ist der ∠ ALB ∏ / dem ∠ ACB / und der ∠ FMG ∏ / dem ∠ FHG (dann sie auff gleichförmigen Schnitz AB / FG stehen.) — d. 21. 3.
Dahero ist auch der ∠ ALB ∏ / dem ∠ FMG.
Es ist auch der ∠ ABL ∏ / dem ∠ FGM (dann beyde im halben Zirckel stehen) — d. 31. 3.
Folget dann / daß auch der dritte ∠ BAL ∏ seye / dem dritten ∠ GFM. — d. 32. 1.
Daraus schliesset man / daß / als wie sich verhalte AL / AB :: FM / FG. — d. 4. 6.
Und durch die Verwexlung AL / FM :: AB / FG. — d. 16. 5.
Und deßwegen wie sich das □ auff AL / zu dem □ auff FM verhaltet.
Also ist das Viel-Eck ABCDE auff AB / zu dem Viel-Eck FGHIK auff FG. — d. 22. 6.

Welches zu beweisen ware.



Hülffe.

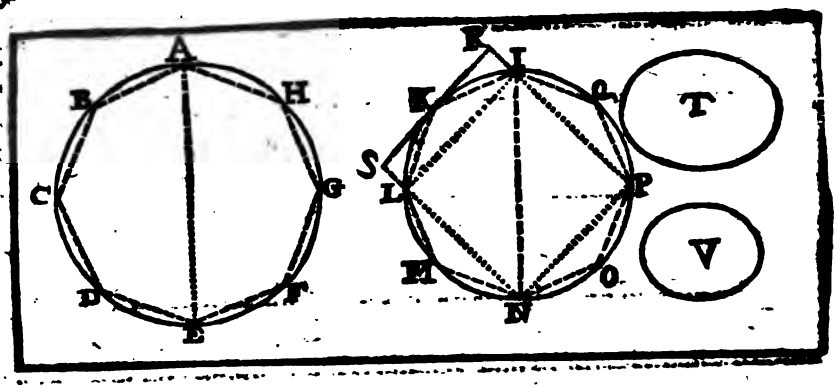
Wann zwey ungleiche Gröſſe (AB und C) ſeynd/ und von der gröſſern (AB) mehr als die Helffte (nemlich AH) abgezogen wird/ und von der übrigen (HB) abermahlen mehr/ als die Helffte (nemlich HI) hinweg genommen wird/ u. ſ. f. ſo geſchicht/ daß letztlich die übergebliebene Gröſſe (IB) kleiner ſeyn werde/ als die vorgegebene kleinere Gröſſe (C).

Zubereitung.

Nemme C ſo offt/ biß ihre vielfache DE die Gröſſe AB übertreffe.
Seyen die Theile DF/ FG/ GE ein jeder inſonderheit ⌐/ der C.
Unterdeſſen abziehe auß AB die AH/ ſo mehr iſt als die Helffte von AB.
Aus der übrigen HB abziehe wiederumb die HI/ ſo mehr iſt als die Helffte von HB/ und ſo fort/ biß endlich die Theile AH/ HI/ IB gleich an der Anzahl werden/ denen Theilen DF/ FG/ GH.

Beweiß.

Es iſt klar/ daß FE ⌐ ſeye/ als die Helffte von DE.
DE iſt aber ⌐ gemacht worden/ als AB.
Darumb iſt auch die Helffte von DE ⌐/ als die Helffte von AB.
Deßwegen iſt FE noch viel ⌐/ als die Helffte von AB.
Unterdeſſen iſt HB ¬ worden/ als die Helffte von AB — { d. d. Vorg. und Zub.
Folget dann/ daß FE noch viel mehr ⌐ ſeye/ als HB/
Und darumb dero Helffte GE auch ⌐ ſeye/ als die Helffte von HB.
Es iſt aber wiederumb IB ¬ gemacht worden/ als die Helffte von HB — { d. d. Vorg. und Zub.
ſo wird deßwegen auch GE noch ⌐ ſeyn/ als IB.
Unterdeſſen iſt GE ⌐/ der kleinern Gröſſe C. — d. d. Zub.
Folget/ daß auch C ⌐ ſeye/ als die letzt übrblibene Gröſſe IB.
Welches zu beweiſen ware.



Die II. Vorgab. Betrachtung.

Die Zirckeln verhalten sich gegen einander / gleich wie die Quadraten auff ihren Diametern.

Es seynd gegeben die zween Zirckeln ACEG / ILNP / deren Diametern seynd AE / IN. Diesem nach sagt man / daß / gleich wie sich das □ auff AE / zu dem □ auff IN verhalte; also verhaltet sich der Zirckel ACEG zu dem Zirckel ILNP.

Beweiß.

Wann man es nicht gestehen will / so seye gemachet / daß gleich wie sich verhalte das □ auff AE / zu dem □ auff IN: also verhalte sich der Zirckel ACEG zu einer andern Gröſſe / gesetzt / gleich wie zu T.

Nunmehro muß T entweder ⌝ / oder ⌜ seyn / als der Zirckel ILNP. Dann gleich (ob zwar es wol wahr ist) kan sie allhier demselben nicht seyn / auß der Ursach / daß sonsten der Zirckel ACEG zu dem Zirckel ILNP / und zu gedachter Gröſſe T einerley Verhaltnuß hätte / b. 7. 5.

Und sich deßwegen der Zirckel ACEG auch zu dem Zirckel ILNP verhaltete / als wie das □ auff AB / zu dem □ auff IN. Dieses aber wird allhier noch nicht gestanden.

Seye dahero erstlich gesagt / daß T ⌝ seye / als der Zirckel ILNP / und die Gröſſe V.

Das ist / den Zirckel ILNP seye ⊓ / denen Gröſſe T + V.

Diesem nach schreibe in den Zirckel ILNP / das □ ILNP ein / welches ⊓ seyn werde / der Helffte deß umbschriebenen □ und demselben Zirckel ILNP. b. 9. alt. 4.

Es ist auch klar / daß das umbschriebene □ und den Zirckel ILNP ⌜ seye / als derselbe Zirckel. b. 9. 21. 1.

Und folgends auch die Helffte deß umbschriebenen □ und den Zirckel ILNP ⌜ seye / als die Helffte desselben Zirckels.

Unterdessen aber ist das □ ILNP ⊓ / der Helffte deß umbschriebenen □.

Deßwegen auch das □ ILNP ⌜ ist / als die Helffte deß Zirckels ILNP.

Nunmehro zertheile die Umbkreiß-Stücke IL/ LN/ NP/ PI gerad entzwey in denen Puncten K/M/O/Q.

Hange zuſammen IK/ KL/ LM/ MN/ NO/ OP/ PQ/ QI.

Durch K ziehe die anrührende SR/ welche mit LI — lauffe/ und mit denen verlängerten NL/ PI zuſammen komme/ und das ▭ LR geſtalte. { d. 17. 3. u. 31. 1.

Dieſem nach erſcheinet/ daß das ▭ LR ⌐ ſeye/ als der Zirckel-Schnitz LKI. d. 9. ax. 1.

Und alſo auch die Helffte deß ▭ LR ⌐ ſeye/ als die Helffte deſſelben Zirckel-Schnitzes.

Unterdeſſen aber iſt der △ IKL ⌐/ der Helffte deß ▭ LI. d. 41. 1.

Folget/ daß auch der △ IKL ⌐ ſeye/ als die Helffte deſſelben Zirckel-Schnitzes LKI.

Auff dieſe Weiſe werden auch die übrige △ ⌐ ſeyn/ als die Helffte deren Schnitze/ in welchen ſie ſeynd.

Und alſo ſeynd alle △ ſammentlich ⌐/ als die Helffte aller Schnitze ſammentlich.

Solte man noch weiter fort die Umbkreiß-Stücke LK/ KI/ u. ſ. f. gleich entzwey zu ſchneiden/ und mit geraden Linien zuſammen hangen/ ſich bemühen.

So würde/ gleich wie vorgehends bewieſen/ daß die darauß entſproßne △ ſammentlich ⌐ wären/ als die Helffte deren Zirckel-Schnitze ſammentlich/ in welchen ſie ſeynd/ u. ſ. f.

Wenn nun von dem Zirckel ILNP mehr/ als die Helffte/ nemlich das □ ILNP abgezogen/ und auch von denen übrigen Zirckelſchnitze mehr als die Helffte/ nemlich die △ IKL/ LMN. u. ſ. f. hinweg genommen werden. Und ſtets ſo fort eines von dem andern abgezogen wird.

So werden endlich einige Zirckels-Schnitze überbleiben/ welche ſammentlich ¬ ſeyn werden/ als die Gröſſe V/ ſo der Unterſcheid zwiſchen den Zirckel ILNP/ und der Gröſſe T iſt. d. d. Vor. Lem.

Setze man/ daß die überbliebene Zirckel-Schnitze IK/ KL/ LM/ u. ſ. f. ſeint/ welche ſammentlich ¬ ſeint/ als V.

Dieſem nach/ weilen der Zirckel ILNP ⌐ iſt/ der T + V/
Und man auß gedachtem Zirckel die überbliebene Schnitze/ und auß T + V die Gröſſe V (welche ſchon ⌐ bewieſen worden iſt/ als die überbliebene Schnitze ſammentlich) ordentlich abziehet.

So folget klar/ daß auch das übrige Viel-Eck IKLMNOPQ ⌐ verbleibe/ als die übrige Gröſſe T.

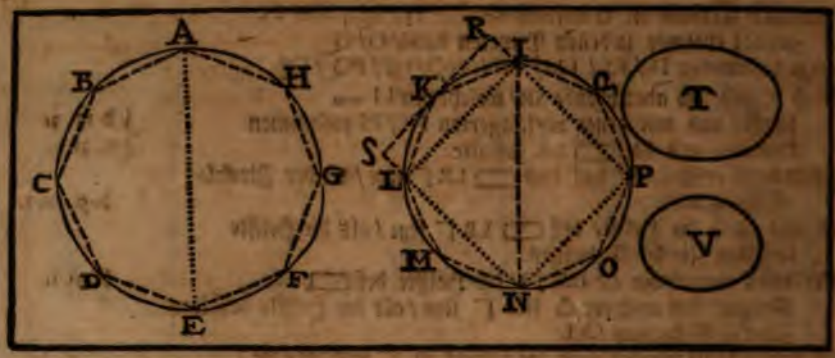
Unterdeſſen einſchreibe in den Zirckel ACEG das Viel-Eck ABCD EFGHI/ welches gleichförmig ſeye dem Viel-Eck IKLMNOPQ. d. 18. 6.

Nun iſt gewiß/ daß ſich das Viel-Eck ABCD: zu dem Viel-Eck IKLM: verhalte/ als wie das □ auff AE/ zu dem □ auff IN. d. 1. 12.

Es iſt aber geſagt worden/ daß ſich verhalte das □ auff AE zu dem □ auff IN; als wie der Zirckel AECG/ zu der Gröſſe T.

Dahero ſich verhalten werde das Viel-Eck ABCD: zu dem Viel-Eck IKLM: als wie der Zirckel ACEG/ zu der Gröſſe T.

Entzwiſchen iſt das Viel-Eck ABCD ¬/ als der Zirckel ACEG. d. 9. ax. 1.



Folget dann letztlich/ daß auch das Viel-Eck IKLM ⌝ seye/ als T. d. 14. 5.
Dieses aber ist erst vorgehends ⌜ bewiesen worden/ als dieselbe T.
Dahero ist es ungereimt/ und kan deßwegen die Gröſſe T
nicht ⌝ seyn/ als der Zirckel ILNP. ∽.
Mercke/ wann man den kleinern Zirckel ILNP zu den gröſſern Zirckel
ABEG halten und vergleichen wolte/ daß eben auff diese Art solte
bewiesen werden/ daß unmöglich wäre/ daß der kleinere Zirckel sich zu
einer Gröſſe/ welcher kleiner wäre/ als der gröſſer Zirckel/ also ver-
halten könte/ als wie das □ auff IN deß kleinern Zirckels/ zu dem
□ auff AE deß gröſſern Zirckels/ dahero hauptsächlich erhellet/
daß niemahln ein □ auff den Diameter eines Zirckels/ zu den
andern □ auff den Diameter eines andern Zirckels/ dieselbe Ver-
haltnuß habe/ welche der erstere Zirckel/ zu der Gröſſe/ (welche
kleiner als der letztere Zirckel ist) habe. Es seye hernach der erste
Zirckel ⌜/ oder ⌝/ als der letztere.
Seye zum andern mahl gesagt/ daß die Gröſſe T ⌜ seye/
als der Zirckel ILNP.
Indeme schon vorhero gesagt worden ist/ daß sich der Zirckel ACEG also
zu der Gröſſe T verhalte; gleich wie das □ auff AE/ zu dem □
auff IN.
So wird sich auch durch die Umbkehrung T zu dem Zirckel ACEG
verhalten: als wie das □ auff IN/ zu dem □ auff AE.
Unterdessen setze man/ daß wie sich T zu dem Zirckel ACEG verhalte/
also sich auch der Zirckel ILNP zu einer andern Gröſſe/ gleich wie
zu der Gröſſe V verhalte.
Weilen aber T ⌜ zu seyn gesagt wird/ als der Zirckel ILNP,
so wird auch der Zirckel ACEG ⌜ seyn/ als V. d. 14. 5.
Dahero sich verhalten werde das □ auff IN zu dem □ auff AE
:: der Zirckel ILNP/ zu V/ so doch ⌝ bewiesen worden ist/ als der
Zirckel ACEG. Dahero ist es auch ungereimt/ und schon im Vor-
gehenden bewiesen worden/ daß nicht seyn könne/ daß daß □ auff
den Diameter IN/ zu dem □ auff den andern Diameter AE
dieselbe Verhaltnuß habe/ welche der erste Zirckel ILNP zu der

Gröſſe V (welche kleiner als der letztere Zirckel ACEG iſt) haben; als ſeye gleichwol der erſte Zirckel ⌜ / oder ⌝ / als der letztere.

Mercke / daß / wann man den kleinern Zirckel ILNP zu dem gröſſern Zirckel ACEG halten / und vergleichen wolte / eben auff dieſe Art ſolte bewieſen werden: daß unmöglich wäre / daß das □ auff IN / zu dem □ auff AE dieſelbe Verhaltnuß haben ſolte / welche der kleinere Zirckel ILNP zu der Gröſſe V (welche kleiner iſt / als der andere Zirckel (AC EG) hat.

Auß dieſem ſchlieſſet man / daß alſo T auch nicht ⌜ ſeye / als der Zirckel ILNP / und dahero nothwendig denſelben Zirckel ILNP ſeyn müſſe.

Und deßwegen (maſſen geſagt iſt / daß ſich verhalte das □ auff AE zu dem □ auff IN; als wie der Zirckel ACEG / zu der Gröſſe T.

Jetzund aber der Zirckel ACEG ſich zu der Gröſſe T verhalte; als wie derſelbe Zirckel ACEG / zu dem Zirckel ILNP. §. 7. 5.

(denn T ⌜ bewieſen worden iſt / dem Zirckel ILNP)

Folget letztlich / daß es ſeye / gleichwie ſich verhalte das □ auff AE zu dem □ auff IN :: der Zirckel ACEG / zu dem Zirckel ILNP.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

1. Daß ſich ein Zirckel zu dem andern verhalte / als wie das in dem erſten eingeſchriebene Viel-Eck / zu den / in den andern Zirckel / eingeſchriebenen Viel-Ecken.
2. Die Zirckeln verhalten ſich gegen einander in zweymahliger Verhaltnuß ihrer Diametern.

Die III. Vorgab. Betrachtung.

Eine jede Spitz-Säule/ so eine dreyeckigte Basis hat/ wird in zwey Eck-Säule abgetheilt/ welche einander gleich/ und zusammen genommen/ gröſſer als die Helffte der gantzen Spitz-Säule seint/ hernach in zwey Spitz-Säule/ welche einander gleich/ und der gantzen/ und unter sich gleichförmig seynd.

Es ist gegeben die Spitz-Säule DABC/ welche die dreyeckichte Basis ABC hat. Diesem nach sagt man: I. Daß in solcher zwey Eck-Säule/ gleich wie EBFGHI und CFGHIK/ welche einander gleich seynd/ sich befinden.

Zertheile dahero alle Seiten der Spitz-Säule geradt entzwey in denen Puncten E/F/G/H/I/K/ und hange zusammen HK/ HI/ IK/ HE/ IF/ GF.

Beweiß.

Weilen in dem △ BDC die Seiten DC/ DB gleich entzwey seynd getheilt worden/ und dahero einander proportionirlich.

So wird seyn DK/ KC :: DI/ IB/

Und deßwegen ist IK ═/ der BC. d. 2. 6.

Auff solche Weise ist auch IF ═/ der KC.

und darumb ist FIKC ein ▭. d. 35. def. 1.

Eben also beweiset man/ daß CGHK/ und HIFG ▭ seynd;

Item/ daß auch BFGE und EHIB ▭ seynt.

Indeme aber IK und KH ═ seint/ denen FC und CG/ so werden auch die Fläche HIK und GFC (so durch dieselbe seynd gezogen worden) einander ═ seyn. d. 15. 11.

Und deßwegen ist CFGHIK eine Eck-Säule. d. 13 def. 11.

Eben auff diese Art kan man beweisen/ daß EBFGHI eine Eck-Säule seye.

Unterdessen/ weilen diese zwo Eck-Säulen einerley Höhe haben/ und das ▭ BFGE/ so die Basis der Eck-Säule EBFGHI ist/ doppelt/ oder noch einmahlen so groß ist/ als der △ GFC/ d. 41. 1.

Welcher die Basis der Eck-Säule CFGHIK ist.

So wird dahero die Eck-Säule EBFGHI ∏ seyn/ der Eck-Säule CFGHIK. d. 40. 11.

Welches zum ersten zu beweisen ware.

II. Sagt man/ daß in der Eck-Säule DABC/ zwey Spitz-Säule/ als nem-
lich AHEG und DHIK.
Welche einander gleich ſeynd/ ſich befinden.
Dann es iſt klar/ daß wegen deren ▭ und Bereitung der △ DKI ∏ ſeye/ d. 2. 1.
dem △ IFB.
Und aus den vorgehenden hat man auch erſehen/ daß der △ IFB
∏ ſeye/ dem gegen über ſtehenden △ HGE.
Dahero iſt der △ DKI ∏ / dem △ HGE.
So iſt ferner handgreifflich wahr/ daß weger der gleich entzweyo
getheilten Seite/ und ▭/ der △ DHI ∏ ſeye/ dem △ HAE.
und der △ DKH ∏/ dem △ HGA/ und der △ HIK ∏/ dem
△ AEG.
Dahero iſt auch die Spitz-Säule HAEG ∏/ und gleichförmig der
Spitz-Säule DHIK. d. 10. def. 11.
Welches zum andern zu beweiſen ware.

III. Sagt man/ daß ſolche zwey Spitz-Säule gleichförmig der
gantzen DBAC ſeynt.
Dann die Lini KI iſt = der Lini BC/
und deßwegen iſt der △ IDK gleichförmig/ dem △BDC. d. 4. Cor. 2. 6.
Auff ſolche Weiſe werden auch die übrige △ in denen zwey kleinen
Spitz-Säule gleichförmig ſeyn/ denen übrigen △ der gantzen
Spitz-Säule DABC. Welches zum dritten zu beweiſen ware.

IV. Sagt man/ daß die zwey Eck-Säule EBFGHI und CFGHIK
zuſammen genommen ⌜ ſeint/ als die Helffte der gantzen Spitz-Säule.
Ziehe vorhero zuſammen GK/ FK/ worauß entſtehen die zwey
Spitz-Säule KGFC/ und DHIK/ ſo einander gleich ſeint. d. 28. 11.
Dann erſtlich iſt der △ GFC ∏/ dem △HIK bewieſen. d. d. Vor.
Hernach/ weilen die Lini FI =/ und ∏ iſt/ der Lini KD. { d 2. 6.
Und auch die Lini FK = und ∏ iſt/ der Lini ID, { und 34. 1.
Letztlich auch GK = und ∏ iſt/ der Lini HD.
So ſeynd darumb die △ FCK/ IKD und GCK/ HKD
und GFK/ HID einander gleich. d. 8 1.
Und folgends die Spitz-Säule KCFG auch ∏/ der Spitz-ſäule DKIH. d. 10. def. 11.
Die Eck-ſäule CFGHIK iſt aber ⌜/ als die Spitz-ſäule KCFG.
(nemlich das gantze iſt ⌜/ als ſein Theil).
Dahero auch die Eck-ſäule GFGHIK ⌜ iſt/ als die Spitz-Säule DKIH.
Unterdeſſen iſt der Eck-ſäul CFGHIK ∏/ die Eck-ſäule EBFGHI.
Und der Spitz-ſäule DKIH iſt ∏/ die Spitz-ſäule HAEG. { d. d. Vorg.
Deßwegen iſt die Eck-ſäule EBFGHI auch ⌜/ als die Spitz-ſäule HAEG.
und folgends ſeynd beyde Eck-ſäule ſammentlich ⌜/ als die beyde
Spitz-ſäule ſammentlich. d. 4. ax. 2.
Und darumb ſeynd auch beyde Eckſäule ſammentlich ⌜/ als die Helffte
der gantzen Spitz-ſäule DBAC. (Dann es iſt klar/ wann ein gantzes
in zwey ungleiche Theile abgetheilet wird/ daß der gröſſere Theil/
gröſſer als die Helffte/ der kleinere aber/ kleiner als die Helffte ſeye.)
Welches zu beweiſen ware.

Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Spitz-Säulen/ welche einerley Höhe / auch eine dreyeckichte Basis haben/ und eine jede in zwey gleiche Spitzsäule/ so auch gleichformig der gantzen seynd/und in zwey gleiche Ecksäulen abgetheilt seynd/ und diese Spitzsäule gleich wie vorgehends wiederumb auff solche Weise abgetheilt werden/ u. s. f. So wird seyn/ als wie sich eine Basis der einen/zu der Basis der andern Spitzsäule verhaltet/also werden sich alle Ecksäulen in der einen/zu allen Ecksäulen in der andern Spitzsäule verhalten.

Es seynd gegeben die zwey Spitzsäule DABC/ HEFG/ welche einerley Höhe und die Basis dreyeckicht haben; diese seynd abgetheilt/ wie es in der vorgehenden Vorgab geschehen ist/ in zwey gleiche Ecksäule MIBNKL/ KNMOCL und SPFRQT/ QTSRGV/ und in zwey gleiche/ und der gantzen gleichformigen Spitzsäule MAIL/ MDNO und SEPR/ SHTV. Und diese Spitzsäulen seynd abermahlen nach solcher Art abgetheilet worden/ u. s. f. so lang man will/ doch mit diesem Gedieng/ daß beyderseits gleiche Anzahl deren Abtheilungen gehalten werden. Dieses nach sagt man/ daß wie sich die Basis ABC/ zu der Basis EFG verhaltet ; also werden alle Ecksäulen in der Spitzsäule DABC/ zu allen Ecksäulen in der Spitzsäule HEFG sich halten.

Beweiß.

Erstlich ist klar/ weilen die Spitzsäule DABC/ HEFG. einerley Höhe haben/ und die Ecksäule (welche in der ersten Abtheilung entstanden seynd/ sust in der Helffte derselben Höhe seynd gemacht worden.

Daß auß dieser Ursach gedachte Ecksäule auch einerley Höhe haben.

Alsdann wird sich wegen gleicher Abtheilung beyderseits verhalten
BC/KC :: FG/ QG.

Deßwegen ist der △ ABC/ △ LKC :: △ EFG/ △ RQG. d. 15. 5.
(dann der △ LKC sowol gleichförmig ist dem △ ABC/ als der △ RQG/ dem △ EFG). d. 42. 6.
d. 4. Cor. 2. 6.

Und durch die Verwexlung der △ ABC/ △ EFG :: △ LKC/ △ RQG. d. 16. 5.

Derowegen/ als wie die Baſis LKC zu der Baſis RQG :: die Eckſäule KNMLCO/ zu der Eckſäule QTSRGV. d. 54. 6. 11

Und auch als wie die Eckſäule KNMLCO/ zu der Eckſäule QTSRGV :: die Eckſäule MIBNLK/ zu der Eckſäule SPFTRQ. d. 7. 5.

(Dann ſie haben einerley Höhe/ und ſeynd einander gleich)

Dahero letztlich ſeyn werde / wie die Baſis ABC zu der Baſis EFG :: die Eckſäule KNMLCO + MIBNLK/ zu denen Eckſäulen KTSRGV + SPFTRO.

Wann ferners die Spitzſäule MDNO/ MAIL und SHTV. SEPR auff gedachte Art abgetheilt werden/

So werden die vier neu darauß entſtandene Eckſäulen der einen/ ſich zu denen vier neu darauß entſtandenen Eckſäulen der andern Spitzſäule verhalten; als wie die Baſis MNO/ und AIL/ zu denen Baſes STV und EPR. d. d. Vorg.

Durch die vorgehende Vorgab aber iſt bewieſen worden/ daß die Baſis MNO und AIL eine jede inſonderheit ⊓ iſt/ der Baſis LKC/ und eben die Baſis STV und EPR/ eine jede inſonderheit ⊓/ der Baſis RQG.

Unterdeſſen verhaltet ſich auch der △ LKC/ △ ABC :: △ RGQ / △ EFG. d. 2. 6.

und durch die Verwexlung iſt der △ LKC/ △ RGQ :: △ ABC. △ EFG.

Dahero alle Eckſäulen in der Spitzſäule DABC ſich alſo verhalten werden / zu allen Eckſäule in der Spitzſäule HEFG: gleich wie Die Baſis ABC ſich zu der Baſis EFG haltet. d. 12. 5.

Welches zu beweiſen ware.

Die V. Vorgab. Betrachtung.

Die Spitz-Säule/ so einerley Höhe/ und dreyeckichte Bases haben/ halten sich gegen einander/ als wie ihre Bases.

Es seynd gegeben die Spitz-säule ABCD/ EFGH/ so einerley Höhe / und die Bases BCD/ FGH dreyeckicht haben. Diesem nach sagt man/ daß seye als wie BCD/ FGH :: ABCD/ EFGH.

Beweiß.

Solte es nicht also seyn/ so seye/ daß eine Spitz-säule/ nemlich ABCD eine grössere Verhaltnuß habe zu der andern EFGH/ als die eine Basis BCD/ zu der andern Basis FGH.

Nemme demnach die Grösse L auff solche Weise/ daß sie kleiner / als die Spitz-säule ABCD seye / und zu der Spitz-säule EFGH die selbe Verhaltnuß habe / welche die Basis BCD/ zu der Basis FGH hat. Nemlich daß seye Bas. BCD. Bas. FGH :: L. Spitz. EFGH.

Hernach zertheile die Spitz-säule ABCD / gleich wie es in der dritten Vorgab geschehen / in zwey gleiche Eck- und Spitz-säule/ und diese zertheile wiederumb auff solche Weise / und also weiter fort/ so viel man es nöthig hat. Diesem nach/

Weilen nun die erste zwey Eck-säule mehr als die Helffte der Spitz-säule ABCD seynd/ und abermahlen die vier neue und kleinere Eck-säule auch mehr / als die Helffte deren ersten zwey kleinen Spitz-säulen seynd. u. s. f. d. 3. 12.

So ist klar / daß so viel Eck-säule in der Spitz-säule ABCD mögen gestaltet werden / welche zusammen genommen / letztlich ⌐ seyn können/ als die Grösse L/ welche kleiner ist genommen worden/ als die Spitz säule ABCD.

Mache unterdessen auch eine solche Eintheilunge der kleinern Eck-säule in die Spitz-säule EFGH/ welche in gleicher Anzahl mit der ersten seynd.

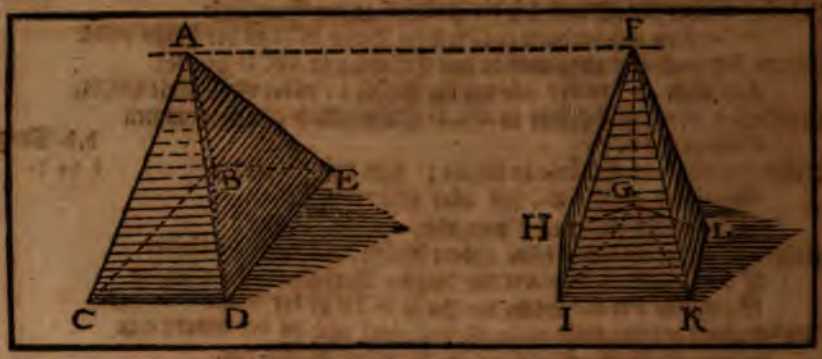
Diesem nach/ weilen sich alle Eck-säule in der Spitz-säule ABCD also verhalten zu allen Eck-säule in der Spitz-säule EFGH/ als wie die Basis BCD/ zu der Basis FGH. d. 4. 12.

Und aber genommen ist/ daß sich die Grösse L zu der Spitzsäule EFGH eben also verhalte/ als wie die Basis BCD zu der Basis FGH.
Darum sich auch verhalten werden alle Ecksäulen in ABCD zu allen Ecksäulen in EFGH: als wie die Grösse L/ zu der Spitzsäule EFGH.
Unterdessen seynd die Ecksäule in ABCD sammentlich Γ angenommen worden/ als L. d. d. Vorg.
Deßwegen auch die Ecksäule in EFGH Γ seyn müssen/ als die Spitzsäule EFGH/ welches aber ungereimt ist/ (daß nemlich ein Theil Γ seyn solte/ als sein gantzes). d. 14. 5.
Dahero schliesset man/ daß keine andere Grösse/ als wie L/ so kleiner ist als die Spitzsäule ABCD/ dieselbe Verhaltnuß habe zu der Spitzsäule EFGH/ welche die Basis BCD/ zu der Basis FGH hat.
Und darumb hat keine unter diesen Spitzsäulen/ eine zu der andern eine grössere Verhaltnuß/ als eine Basis zu der andern hat.
Sondern es muß nothwendig sich verhalten/ als wie BCD/ FGH :: ABCD/ EFGH.

Welches zu beweisen ware.

Folge.

Die Spitzsäule/ so einerley Höhe/ und gleiche dreyeckigte Bases haben/ seynd einander gleich.
Und hinwiederumb haben gleiche Spitzsäulen/ welche gleiche und dreyeckichte Bases haben/ einerley Höhe.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Allerhand Spitz-Säule/ welche gleiche Höhe haben/ halten sich gegeneinander/ als wie ihre Bases.

Es seynd gegeben die Spitzsäule ABCDE/ FGHIKL/ welche einerley Höhe haben. Diesem nach saget man/ daß seye: wie sich die Basis BCDE zu der Basis GHIKL verhalte; also verhalte sich auch die Spitzsäule ABCDE/ zu der Spitzsäule FGHIKL.

Ziehe vorhero auß einem ∠ in denen Basen/ als wie auß B und G in die übrige ∠ so viel gerade Linien/ als du kanst/ dardurch werden die Bases in lauter △ abgetheilt/ auff welchen hernach so viel kleine Spitz-Säule darauff zu stehen dir einbilde. Diesem nach

Beweiß.

Weilen die zwey kleine Spitz. ABCD und FGHI gleiche Höhe/ und die Bases BCD/ GHI dreyeckicht haben. d. d. Zus.

So wird seyn/ als wie Basis GHI/ Basis BCD :: Spitz. FGHI/ Sp. ABCD. d. 5. 12. und auch als wie Basis GIK/ Basis BCD :: Spitz. FGIK/ Spitz. ABCD. d. 5. 12.

Und als wie Bas. GHI + GIK/ Bas. BCD :: Spitz. FGHI + FGIK. Spitz. ABCD. d. 24. 5.

Ferner ist wie die Bas. GKL. Bas. BCD :: Spitz. FGKL. Spitz. ABCD. d. 5. 12.

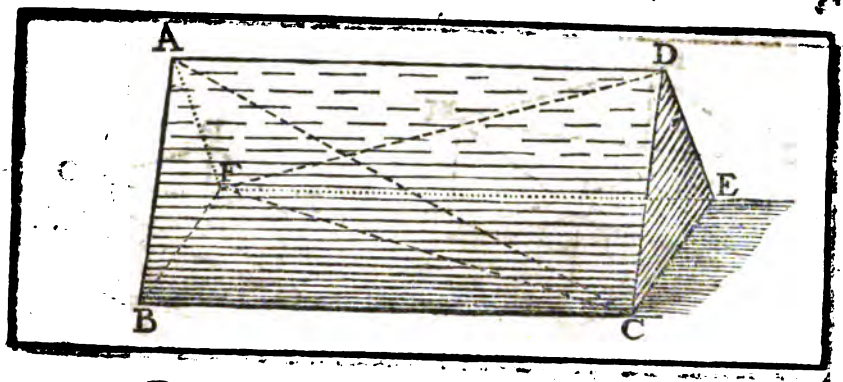
Dahero letztlich seyn werde/ als wie Bas. GHI + GIK + GKL (oder mit einem Wort Bas. GHIKL) sich haltet zu der Basis BCD :: ist die Spitz. FGHI + FGIK + FGKL (oder mit einem Wort/ Spitz. FGHIKL) zu der Spitz. ABCD. d. 24 5.

Und durch die Umbkehrung Bas. BCD/ Bas. GHIKL :: Spitz. ABCD. Spitz. FGHIKL. d. 4. 5.

Auff solche Weise wird auch bewiesen/ daß wie sich Basis BDE zur Bas. GHIKL verhalte: so seye auch die Spitz. ABDE/ zu der Spitz. FGHIKL.

Deßwegen schliesset man/ daß auch seye/ wie Bas. BCD + BDE (das ist die Basis BCDE allein) sich zu der Bas. GHIKL verhalte :: seye die Spitz. ABCD + ABDE (das ist die Spitz. ABCDE allein) zu der Spitz. FGHIKL. d. 24. 5.

Welches zu beweisen ware.



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Eine jede Eckſäule/ſo eine dreyeckichte Baſis hat/ wird in drey Spitzſäulen abgetheilt/ welche einander gleich ſeynd/ und dreyeckichte Baſes haben.

Es iſt gegeben die Eckſäule ABCDEF/ welche zur Baſis/ und gegen über ſtehenden Fläche/ die gleiche und gleichförmige △ CDE und BAF hat. Dieſem nach ſagt man/ daß dieſe Eckſäule in drey dreyeckichte Spitzſäule/ als wie in FACB/ FADC/ CDFE/ welche einander gleich ſeint/ abgetheilt werde.

Ziehe vorhero in denen drey ▭ die Diametern FC/ AC/ FD.

Beweiß.

Der △ ACB iſt ⊓/ dem △ ADC.

So haben auch die zwey Spitzſäule FACB/ FADC einerley Höhe. d. 34. 1.

Dahero iſt die Spitz. FACB ⊓/ der Spitz. FADC.

Abermahlen iſt der △ FAD ⊓/ dem △ FDE/ d. 5. 12.

und die zwo Spitzſäule CDAF (oder ſo ein Ding FADC) und CDFE haben auch einerley Höhe. d. 34. 1.

Dahero iſt auch die Spitz. FADC ⊓/ der Spitz CDFE d. 5. 12.

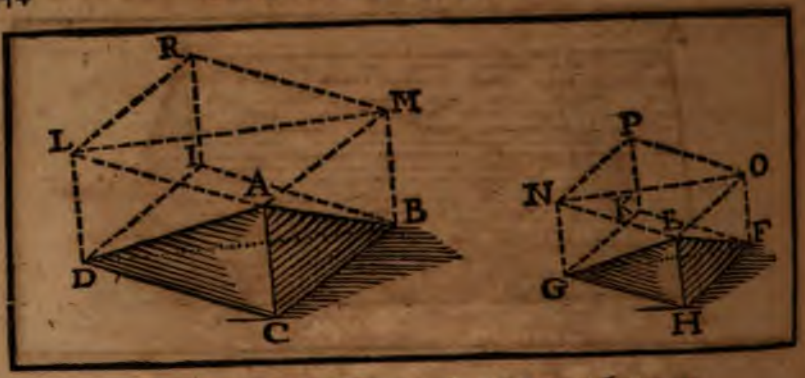
und folgends ſeynd alle drey Spitzſäule FACB/ FADC und CDFE (in welche die Eckſäule ABCDEF iſt abgetheilt worden) einander gleich. d. 1. ax. 1.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

Eine jede Spitzſäul iſt grad der dritte Theil der Eckſäule/ welche mit derſelben einerley Baſis und Höhe hat/ oder

Eine jede Eckſäule iſt dreyfach der Spitzſäule/ welche mit derſelben einerley Baſis und Höhe hat.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige Spitz-Säule / welche dreyeckichte Bases haben / halten sich gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-sagenden Seite.

Es seynd gegeben die zwey dreyeckichte Spitzsäule ABCD/ EFGH/ welche ihre Bases BCD/ FHG gleichförmig haben / und auch die übrige △/ gleichförmig denen übrigen △. Diesem nach sagt man / daß eine Spitzsäule zu der andern in dreymahliger Verhaltnuß seye/ derjenen / welche eine gleichförmig-haltnuß-sagende Seiten/ gesetzt AB/ zu der andern EF hat.

Zubereitung.

Erstrecke die Fläche deren △ ACB/ DCB/ ACD/ und
auffülle die ▭ CM/ CI/ CL.
Hernach ziehe LR/ RM ═/ denen AM/ AL biß sie zusammen stossen.
Hange RI zusammen.
So wird darauß daß ⧈ CR entstehen/ welches mit der Spitzsäulen
ABCD einerley Höhe hat. d. 15. 11.
Auff solche Weise verfertige auch das ⧈ HP.
Letztlich ziehe LM / NO zusammen.

Beweiß.

Dieweilen die Spitzsäule einander gleichförmig seint/ d. 8. Vorg.
so werden alle △ / ein jeder dem seinen/ in beyden Spitzsäule
einander gleichförmig seyn. d. 9 def. 11.
Und sich zu einem Exempel verhalten AC/ CB :: EH/ HF. d. 1. def. 6.
Und der ∠ ACB wird auch ⊓ seyn dem ∠ EHF. d. 5. 6.

Dahero seynd auch die ▭ CM/ HO einander gleichförmig: { d. 15. 11. und 4. 6.

Auff diese Art werden einander gleichförmig seyn die ▭
CL/ HN und CI / HK/ und auch ihre gegen über stehende ▭. d. 24. 11.
Darauff folget / daß auch die ⧈ CR/ und HP einander gleichförmig
seint. d. 9. def. 11.

Und deßwegen verhalten ſich dieſe zwey ▱ gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seite AB und EF.

Die Spitz-ſäule ABCD/ EFGH ſeynd unterdeſſen gerad ein ſechſter Theil von ihren ▱. b. 32.
(dann die zwey Eck-Säule LMBCAD und NOFEHG ſeynd gerad die Helffte deren ▱ CR und HF.
Und die zwey Spitz-ſäule ABCD und EFGH ſeynd gerad der dritte Theil von denen zwey Eckſäulen LMBCAD und NOFEHG) b. 28.

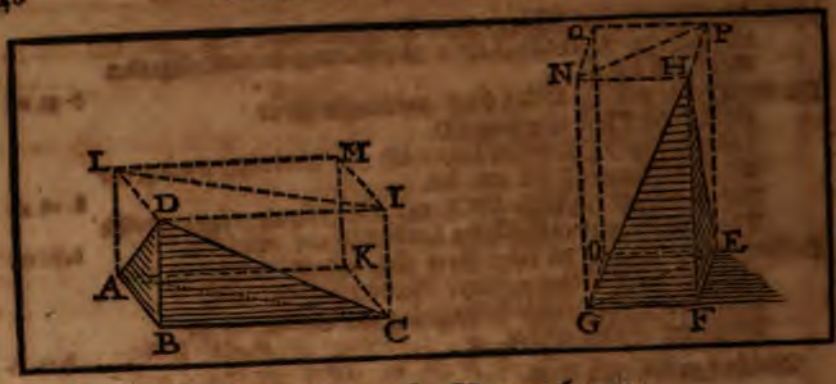
Dahero halten ſich auch die zwey Spitz-ſäule ABCD/ EFGH gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß / derjenen/ welche die gleichförmig-haltnuß-ſagende Seiten AB/ zu der andern Seiten EF hat. b. 7.

Welches zu beweiſen ware. b. 14.

Folge.

Auch die gleichformige Spitz-ſäule / welche mehr/ als drey Seiten zur Baſis haben / ſtehen gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seite.

Die Urſach iſt/ weilen ſolche in dreyeckichte Spitzſäule können abgetheilt werden/ welche verſchiedener einander gleichförmig ſeint; und in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seiten gegen einander ſich verhalten / und dahero auch zuſammengeſetzter ſich gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichformig-haltnuß-ſagenden Seiten verhalten werden.



Die IX. Vorgab. Betrachtung.

Die gleichen Spitz-Säulen von dreyeckigten Basen / haben ihre Bases und Höhe wiederkehrlich geproportionirter: und hinwiederumb die Spitz-Säule/ von dreyeckichten Bases / welche ihre Bases und Höhe widerkehrlich geproportionirter haben/ seynd einander gleich.

Es seynd gegeben die gleiche / und auff dreyeckichten Bases stehende Spitzsäule DABC/ HEFG. Diesem nach sagt man I. daß sie ihre Bases ABC. EFG/ und die Höhe wiederkehrlich geproportionirter haben/ nemlich daß es seye / Bas. ABC. Bas. EFG :: die Höhe der Spitz. HEFG. Höhe der Sp. DABC.

Zubereitung.

Verfertige die ▱ BM/ FQ / gleich wie es in der vorgehenden Vorgab geschehen ist.

Beweiß.

Es ist klar/ daß die zwey Eckſäulen ALICBD und GNPEFH dreymahlen so groß sey/ als die Spitzsäule ADCB und GHEF. d. 7. Cor. 12.

(dann sie auff einerley Basis stehen/ und einerley Höhe haben.) d. d. Zub.

Nun ist die Spitzsäule ADCB ∏ gegeben der Spitzsäule GHEF. d. d. Verg.

Darumb ist auch die Eckſäule ALICBD ∏/ der Eckſäule GNPEF. d. 6. 12.

Unterdessen seynd die ▱ BM und FQ gedoppelt deren Eckſäule ADCB und GHEF. d. 15. 11.

Dahero ist das ▱ BM ∏/ dem ▱ FQ. d. 6. 12.

Diese ▱ BM und FQ aber/ haben wegen ihrer Gleichheit die Bases und Höhe wiederkehrlich geproportionirter. d. 34. 11.

Folget/ daß auch die zwey gleiche Spitz-Säule ADCBGHEF/ (welche just der sechste Theil seynd von denen ▱ BM/ FQ / ihre Bases und Höhe wiederkehrlich geproportionirter haben. d. 15. 5.

II. Wann die Bases und Höhe deren Spitzsäule DABC/ HEFG wiederkehrlich geproportionirter seynd/ nemlich wann es ist/ als wie Basis ABC/ Basis EFG :: die Höhe der Spitz. HEFG. Höhe der Spitz. DABC.

Dieſem nach ſaget man/ daß die Spitzſäule DABC ⊓ ſeye/ der Spitzſäule HEFG.

Die Zubereitung und Verfertigung der Figur verbleibet wie oben.

Nunmehro/ weilen es iſt/ Baſis oder △ABC/ zu Baſ. oder EFG :: die Höhe d. d. Vor. der andern Spitzſ. zu der Höhe der erſten Spitzſ.

So wird auch ſeyn ▭ ABCK. ▭ EFGO :: die Höhe der andern zu der Höhe d. 15. 5. der einen.

Das iſt/ in denen ▱ BM und FQ ſeynd die Baſes und Höhe einander wiederkehrlich geproportionirter.

Darumb wird das ▱ BM ⊓ ſeyn/ dem ▱ FQ. d. 34. 11.

Und folgends auch die Spitzſäule DABC ⊓/ der Spitzſäule HEFG, d. 7. ax.
(dann ſie juſt der ſechſte Theil von denen ▱ ſeynt)
Welches zu beweiſen ware.

Anmerckung.

Eben alſo haben die andere Spitzſäule/ welche mehr als eine dreyeckigte Baſis haben/ ihre Baſes und Höhe widerkehrlich geproportionirter.

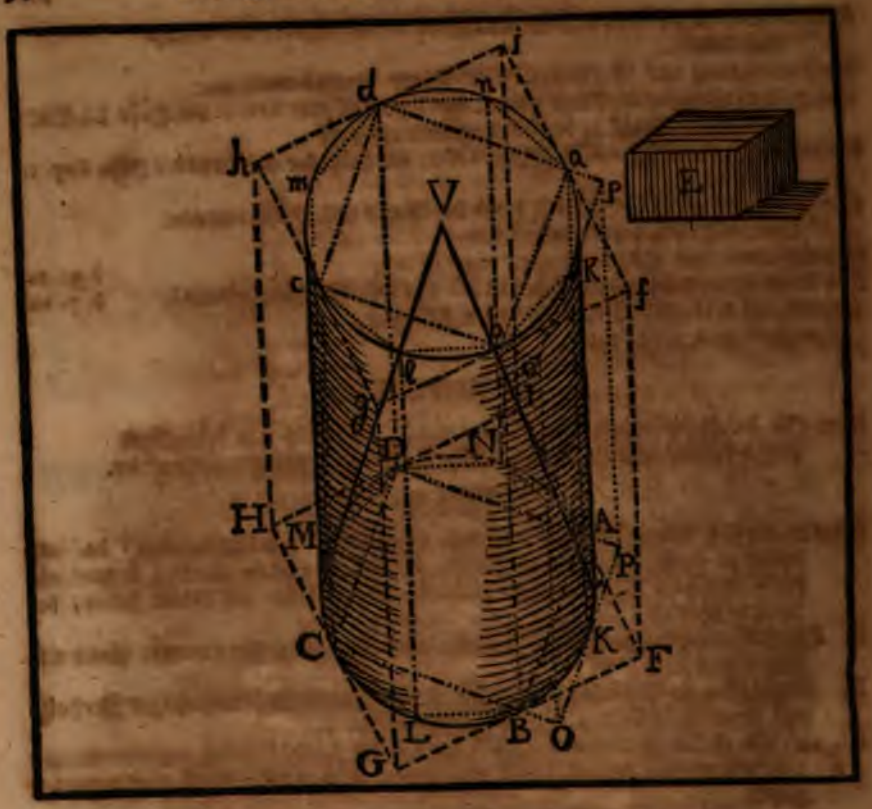
Folge.

Was in der 6. 8 und 9. Vorgab von denen Spitzſäulen iſt geſagt worden/ das ſelbe kan man auch von denen Eckſäulen (dann ſie gerad dreymahlen ſo groß/ als die Spitzſäulen ſeynt/ welche mit ihnen einerley Höhe und Baſis haben/ beweiſen/ nemlich/

I. Die Eckſäulen/ ſo einerley Höhe haben/ verhalten ſich gegen einander/ gleich wie ihre Baſes

II. Gleichförmige Eckſäulen halten ſich gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmighaltnuß-ſagenden Seiten.

III. Gleiche Eckſäulen haben ihre Baſes und Höhe wiederkehrlich geproportionirter/ und welche widerkehrlich geproportionirt ſeynd/ ſeynd auch einander gleich.



Die X. Vorgab. Betrachtung.

Ein jeder Kögel iſt der dritte Theil von einer Waltze/ welche mit demſelben einerley Baſis und Höhe hat.

Es iſt gegeben der Kögel CVK/ und die Waltze CcKk/ welche einerley Höhe und einerley Baſis/ nemlich den Zirckel ABCD haben. Dieſem nach ſagt man/ daß der Kögel der dritte Theil von der Waltze ſeye.

Beweiß.

Geſetzt/ man widerſpreche es/ ſagend/ daß der Kögel der dritte Theil von der Waltze nicht ſeye/ ſo folgete darauff/ daß auch die Waltze nicht dreymahln ſo groß/ ſondern entweder ⌜ oder ⌝/ als der Kögel dreymahlen genommen/ ſeyt.

Seye zum erſten mahl geſetzt/ daß die Waltze ⌜ ſeye/ als der Kögel dreymahlen genommen/ zu einem Exempel/ und die Gröſſe E.

Das iſt/ die Waltze CcKk iſt ⌜/ dem Kögel CVK dreymahlen genommen/ → E.

Diesem nach einschreibe in den Zirckel das □ ABCD / und umb denselben das □ FGHI.

Erhöhe auff diesen □ die zwey ▱ Aa / Bb / Cc / Dd und Ff Gg / Hh / Ii / welche mit der Waltze / und dem Kögel einerley Höhe haben.

Nunmehro ist klar / daß das ▭ ABCD die Helffte / deß □ FGHI seye. d. 9. an. 4.

Unterdessen verhaltet sich eine Basis zu der andern Basis :: ein ▱ zu den andern ▱ von einerley Höhe. d. 32. 11.

Folget / daß also das ▱ Aa / Bb / Cc / Dd auch die Helffte deß ▱ Ff / Gg / Hh / Ii / seye.

Indeme aber das ▱ Ff / Gg / Hh / Ii ⌐ ist / als die Waltze CcKk. d. 9. 12. 1. und folgends auch die Helffte deß ▱ Ff u. s. f. ⌐ / als die Helffte derselben Waltze.

Darumb wird auch das ▱ Aa / Bb / Cc / Dd ⌐ seyn / als die Helffte der Waltze.

Abtheile ferner just entzwey die Umbkreiß-Stücke AB / BC / CD / DA in denen Puncten K / L / M / N / und hange zusammen AK / KB / BL / LC / CM / MD / DN / NA.

Durch K ziehe OKP / welche den Zirckel berühre / und mit BA ═ lauffe / auch mit denen verlängerten CB / DA in denen Puncten O / P zusammen komme / und das ▭ AO gestalte.

Erhöhe auff dem ▭ AO die Eckſäule Aa / Pp / Oo / Bb / und auff dem △ AKB die Eckſäule Aa / Kk / Bb / welche mit der Waltze und dem Kögel einerley Höhe haben.

Weilen demnach der △ AKB die Helffte deß ▭ APOB ist; d. 41. 1. so wird auch die Eckſ. Aa / Kk / Bb die Helffte der Eckſ. Aa. Pp / Oo / Bb / seyn.

Und deßwegen wird die Eckſäule Aa / Kk / Bb ⌐ seyn / also die Helffte deß Waltzen-Schnitzes Bb / Kk / Aa / welcher zur Basis die gerade Lini AB und den Bogen AKB hat.

Auff diese Weise seynd auch die übrige Eckſäule Cc / Ll / Bb / u. s. f. ⌐ / als die Helffte deren Waltzen-schnitze Bb / Ll / Cc. u. s. f.

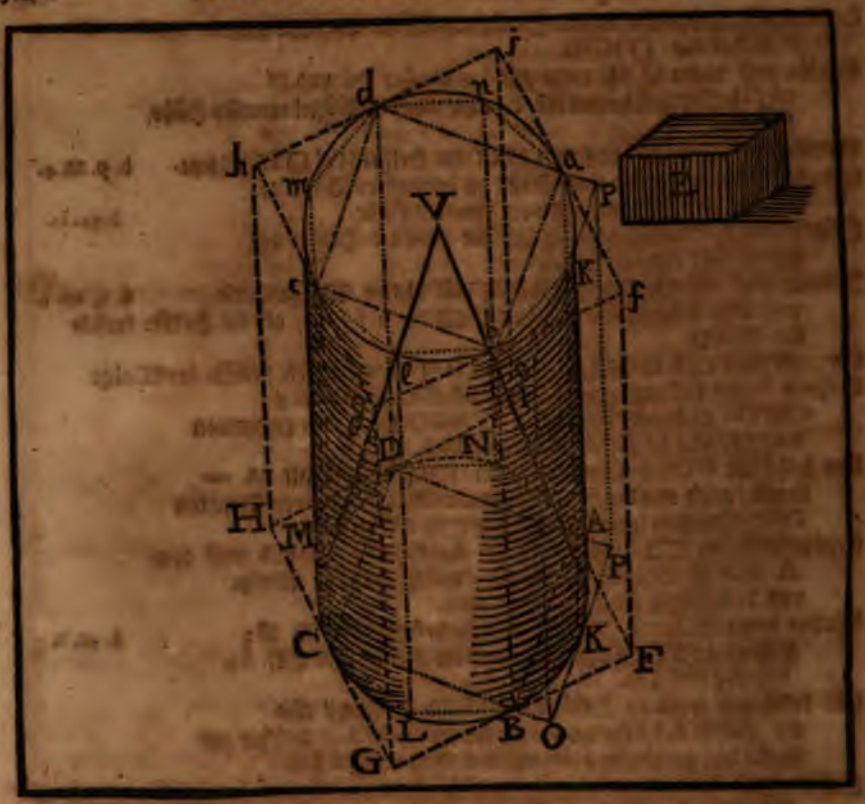
Und folgends seynd alle diese Eckſäulen sammentlich ⌐ Als die Helffte aller dieser Waltzenschnitze sammentlich.

Wann man abermahlen die Umbkreißstücke AK / KB / u. s. f. just entzwey schneidet / und (wie vorgehends) Eckſäule darauff machet /

So werden auch solche Eckſäule sammentlich ⌐ seyn / als die Helffte deren Waltzenschnitze / welche zur Basis die kleine gerade Linien / und die kleine Zirckelbogen haben.

Wann jetzunder der gantzen Waltze CcKk mehr als die Helffte / nemlich das ▱ Aa / Bb / Cc / Dd / und von denen übrigen Waltzenschnitze auch mehr als die Helffte / nemlich die Eckſäule Aa / Kk / Bb / u. s. f. abgezogen werden.

So werden letztlich einige Waltzenschnitze überbleiben / welche zusammen genommen ¬ seynd / als die Grösse E / so der Unterscheid ist / umb welchen die Waltze ⌐ ist / als der Kögel dreymahlen genommen. d. 2. Lem. 12.



Setzet man nun / daß nach verrichtem Abzug die Walzenschnitze Aa/ Kk/ Bb/ u. ff. übergeblieben seynd/ welche zusammen genommen ⌐ seint/ als E. So wird

Zweilen die Walze ⊓ gesetzt worden ist / dem Kögel dreymahlen genommen / → E.

Unterdessen aber man auß der Walze die übergebliebene Walzenschnitze / und auß dem Kögel dreymahlen genommen → E/ dieselbe E (welche ⌐ bewiesen worden ist/ als gedachte Walzenschnitze) abziehet.

Die übrige Eckſäule Aa/ Kk/ Bb/ Ll/ Cc/ Mm/ Dd/ Nn/ auch ⌐ verbleiben/ als der Kögel dreymahlen genommen.

Und deßwegen wird der Kögel ⌐ seyn/ als der dritte Theil der Walze.

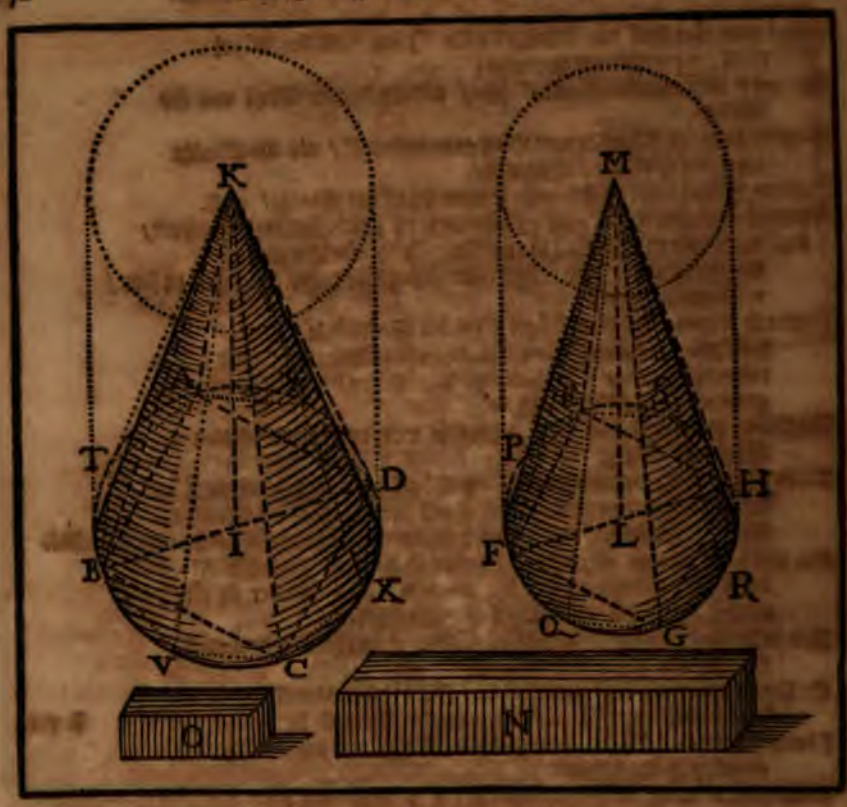
Entzwischen ist der Eckſäulen Aa/ Kk/ Bb/ Ll/ Cc/ Mm/ Dd/ Nn/ dritter Theil eine Spitzſäule / welche mit derselben einerley Höhe und Basis hat. d. 7. 12.

Folget/ daß also der Kögel CVK ⌐ wäre/ als gedachte Spitzsäule / nemlich das gantze ⌐ / als sein Theil/ so nicht seyn kan.

Dahero ist die Walze nicht ⌐ / als der Kögel dreymahlen genommen.

Setzet man aber/ daß die Waltze Cc Kk ⌝ ſeye/ als der Kögel CVK dreymahlen genommen;
So wird alsdann der Kögel ⌜ ſeyn/ als ein dritter Theil von der Waltze.
Seye dahero der Kögel dreymahlen genommen ⌜/ als die Waltze umb die Gröſſe E/ alſo zwar/
Daß der Kögel CVK ⊓ ſeye dem dritten Theil der Waltze/ → E.
Nunmehro zubereite die Figur/ wie vorhero geſchehen iſt/ auſſerhalb/ daß an ſtatt der Eckſäule/ lauter Spitzſäule/ welche mit der Waltze und dem Kögel einerley Höhe haben/ gezogen zu ſeyn/ verſtanden werden.
Hernach abziehe auß dem Kögel CVK die Spitzſäule (als wie vorgehends die Eckſäule auß der Waltzen CcKk)/ biß endlich einige Kögelſchnitze überbleiben/ welche zuſammen genommen ⌝ ſeynd/ als E.
Nachdem nun der Kögel CVK ⊓ geſetzt worden iſt/ dem dritten Theil der Waltze/ → E;
Unterdeſſen aber/ wann man auß dem Kögel die übergebliebene Kögelſchnitze/ und auß dem dritten Theil der Waltze → E/ dieſelbe Gröſſe E (welche ⌜ iſt bewieſen worden/ als gedachte Schnitze) abziehet.
So wird die übrige Spitzſäule (deſſen Baſis das Viel-Eck AKBLC MDN iſt/ und einerley Höhe mit dem Kögel und der Waltze hat) auch ⌜/ als der dritte Theil der Waltze ſeyn.
Und deßwegen wird auch dieſe Spitzſäule dreymahlen genommen ⌜ ſeyn/ als die gantze Waltze Cc Kk.
Entzwiſchen iſt die Eckſäule Aa/ Kk/ Bb/ Ll/ Cc/ Mm/ Dd Nn dreymahlen ſo groß/ als gedachte Spitzſäule. §. 7. 12.
(dann ſie einerley Baſis/ und mit dem Kögel und der Waltze einerley Höhe haben)
Dahero ſolte auch die Eckſäule Aa/ u. ſ. f. ⌜ ſeyn/ als die Waltze Cc Kk/ nemlich der Theil ⌜/ als ſein gantzes/ ſo nicht möglich iſt.
Worauß dann letztlich erſcheinet/ daß die Waltze auch nicht ⌝ ſeye/ als der Kögel dreymahlen genommen.
ſondern ſie werden nothwendig denſelben dreymahlen genommen ⊓ ſeyn müſſen.
Und deßwegen iſt der Kögel CVK juſt der dritte Theil der Waltze Cc Kk.

Welches zu beweiſen ware.



Die XI. Vorgab. Betrachtung.

Die Kögeln und Waltze/ so einerley Höhe haben/ verhalten sich gegeneinander/ gleich wie ihre Basen.

Es seynd gegeben die zwey Kögel/ und die zwey Waltze/ welche zu ihren Basen die Zirckel ABCD/ EFGH/ und zu ihrer Höhe die gleiche IK/ LM haben.

Diesem nach sagt man/ daß sich verhalte

Bas. ABCD/ Bas. EFGH :: { der eine Kögel K/ zu dem andern M. / die eine Waltze K/ zu der andern M.

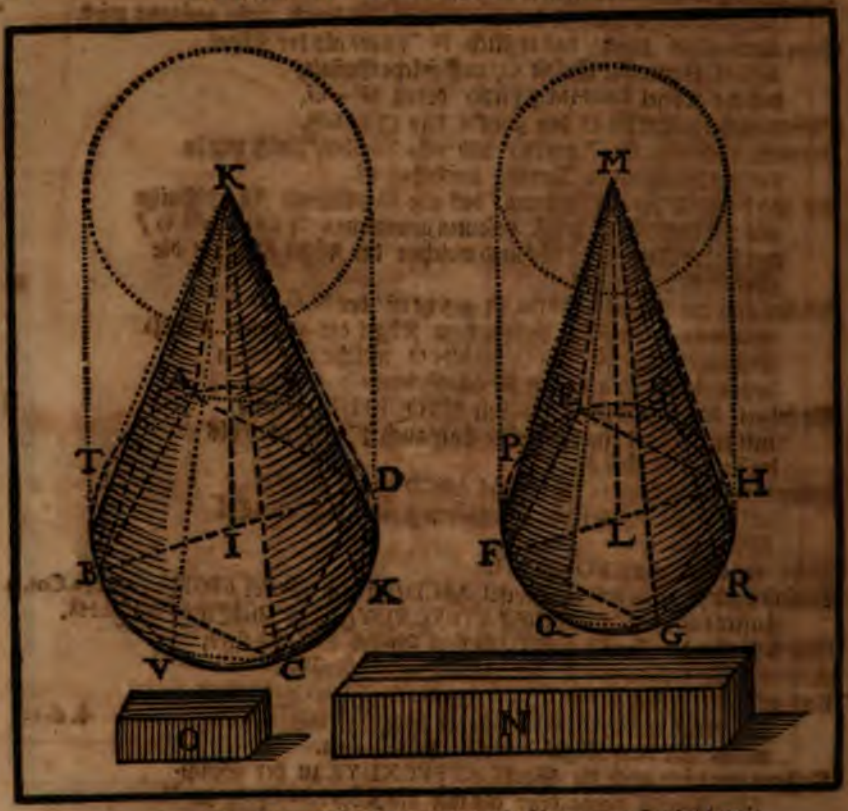
Beweiß.

Wann es nicht geglaubt wird/ so seye/ daß die Basis ABCD zu der Basis EFGH sich verhalte; als wie der Kögel ABCDK zu einer andern Gröſſe/ gleich wie zu N; welche hernach ⌜ / oder ⌝ seyn muß/ als der Kögel EFGHM.

Dann gleich kan sie demselben nicht seyn/

Sonsten hätte der Kögel ABCDK/ so wol zu dem Kögel EFGHM/ als zu N einerley Verhaltnuß.

Und deßwegen ſich verhalten würde ein Kögel zu dem andern:
Als wie eine Baſis / zu der andern / welches noch nicht geſtattet wird.
Seye derohalben geſetzt / daß erſtlich N ⌝ ſeye / als der Kögel
EFGHM / umb die Gröſſe O / auff ſolche Geſtalt /
daß der Kögel EFGHM ⌐ ſeye / denen N + O.
Dieſem nach einſchreibe in den Circkel das □ EFGH.
Hernach verfertige die Figuren / und rede darüber / gleich wie in
der vorhergehenden Vorgab geſchehen iſt.
So wird endlich herauß kommen / daß alle überbliebene Kögelſchnitze
als wie EMP. PMF u. ſ. f. zuſamen genommen ⌝ ſeynt / als O /
welche der Unterſcheid iſt / umb welchen der Kögel EFGHM die
Gröſſe N übertreffet.
Weilen nun der Kögel EFGHM ⌐ geſetzt iſt / der N + O /
Und man entzwiſchen auß ſolchem Kögel die gedachte Kögel-
Schnitze / und auß N + O / dieſelbe O (welche ⌐ zu ſeyn
bewieſen iſt / als gedachte Kögel-Schnitze) abziehet.
So folget / daß die übrige Spitzſäule EPFQGRHSM / welche
mit dem Kögel einerley Höhe hat / auch ⌐ verbleibe / als
die übrige Gröſſe N.
Unterdeſſen einſchreibe in den Zirckel ABCD das Viel-Eck
ATBVCXDY / welches gleichförmig ſeye / dem Viel-Eck
EPFQGRHS.
Ziehe die Diametern BD und FH.
Dieſem nach / weilen ſich der Zirckel ABCD / zu dem Zirckel EFGH d. 2. Cor. 12.
haltet; als wie das Viel-Eck ATBVCXDY / zu den Viel-Eck EPFQGRHS.
Wie ſich aber der Zirckel ABCD / zu dem Zirckel EFGH haltet;
Alſo iſt geſetzt worden der Kögel ABCDK zu der Gröſſe N.
Und als wie die Baſ. ATBVCXDY. zu der Baſ. EPFQGRHS ::
die Spitzſ. ATBVCXDYK. zu der Spitzſ. EPFQGRHSM d. 6. 12.
welche mit dem Kögel einerley Höhe haben.
Dahero wird ſich auch die Spitzſ. ATBVCXDYK zu der Spitzſ.
EPFQGRHS verhalten: als wie der Kögel ABCDK / zu N.
Weilen aber die Spitzſ. ATBVCXDYK ⌝ iſt / als der Kögel
ABCDK (nemlich der Theil iſt ⌝ / als ſein gantzes).
So folget / daß auch die Spitzſäule EPFQGRHS ⌝ ſeye / als N.
Welches ungereimt iſt / maſſen ſie allererſt ⌐ iſt bewieſen
worden / als dieſelbe N.
Dahero iſt N nicht ⌝ / als der Kögel EFGM.
Sagt man hingegen / daß N ⌐ ſeye / als der Kögel EFGM.
Indeme nun geſetzt iſt / daß wie ſich der Zirckel ABCD / zu dem
Zirckel EFGH verhalte: Alſo ſeye der Kögel ABCDK / zu N.
Und durch die Umbkehrung EFGH / ABCD :: N / ABCDK.
Setze man jetzund / daß ſich N / zu dem Kögel ABCDK verhalte:
als wie der Kögel EFGHM / zu der Gröſſe O.
Weilen aber N ⌐ geſetzt worden iſt / als der Kögel EFGHM.
ſo wird auch der Kögel ABCDK ⌐ ſeyn / als O. d. 14. 5.
Dahero / wie ſich der Zirckel EFGH zu dem Zirckel ABCD verhaltet;
alſo iſt auch der Kögel EFGHM / zu O. Welches aber nicht ſeyn kan.



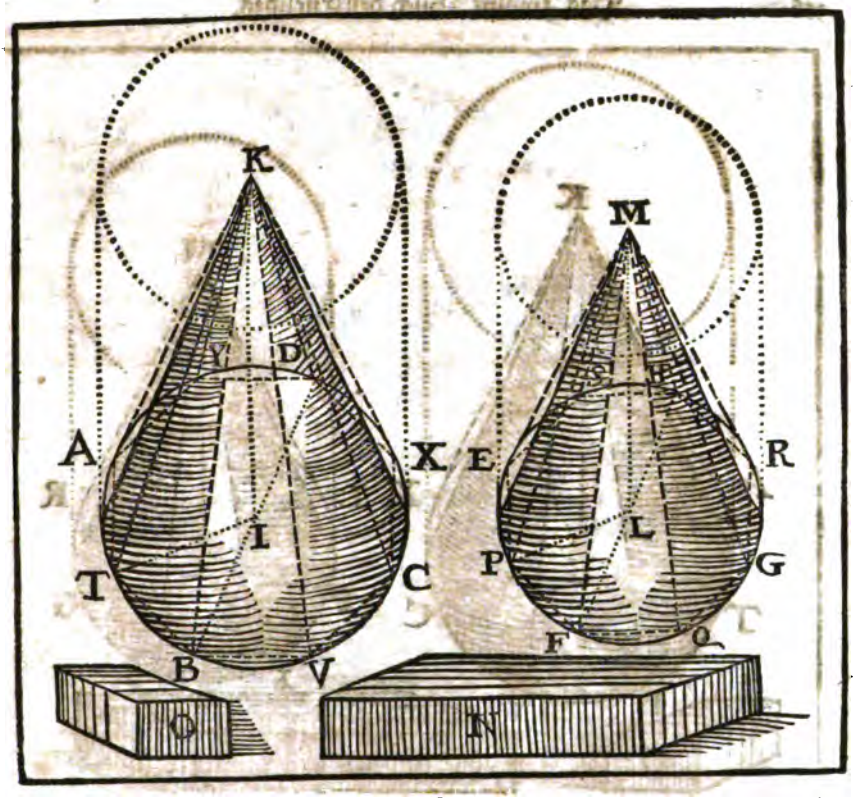
Dann ○ ⌝ ist/ als der Kögel ABCDK/ und schon vorgehends bewiesen worden/ daß unmöglich seye/ daß sich ein Kögel / zu einer Grösse/ welche ⌝ ist/ als derselbe Kögel / verhalte:
Als wie eine Basis eines Kögels/ zu der andern Basis / deß andern Kögels.

Darumb ist N auch nicht ⌜ / als der Kögel EFGHM.
sondern N werde nothwendig demselben Kögel □ seyn müssen.

Und deßwegen wie sich die Basis ABCD / zu der Basis EFGH
verhaltet: also wird sich auch der Kögel ABCDK/ zu dem Kögel
EFGHM verhalten b. 7. 5.

Letztlich wird auch seyn / als wie die Basis ABCD/ zu der Basis EFGH
sich verhaltet: also ist eine Waltze/ zu der andern Waltze. b. 15. 5.
(dann die Waltze dreyfach seint deren Kögeln/ welche mit solchen
einerley Höhe und Bases haben). Dahero die Kögeln. u. s. f. b. 10. 12.

Welches zu beweisen ware.



Die XII. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige Kögeln und Waltze halten sich gegen einander / in dreymahliger Verhaltnuß derjenen / welche die Diametern ihrer Basen gegen einander haben.

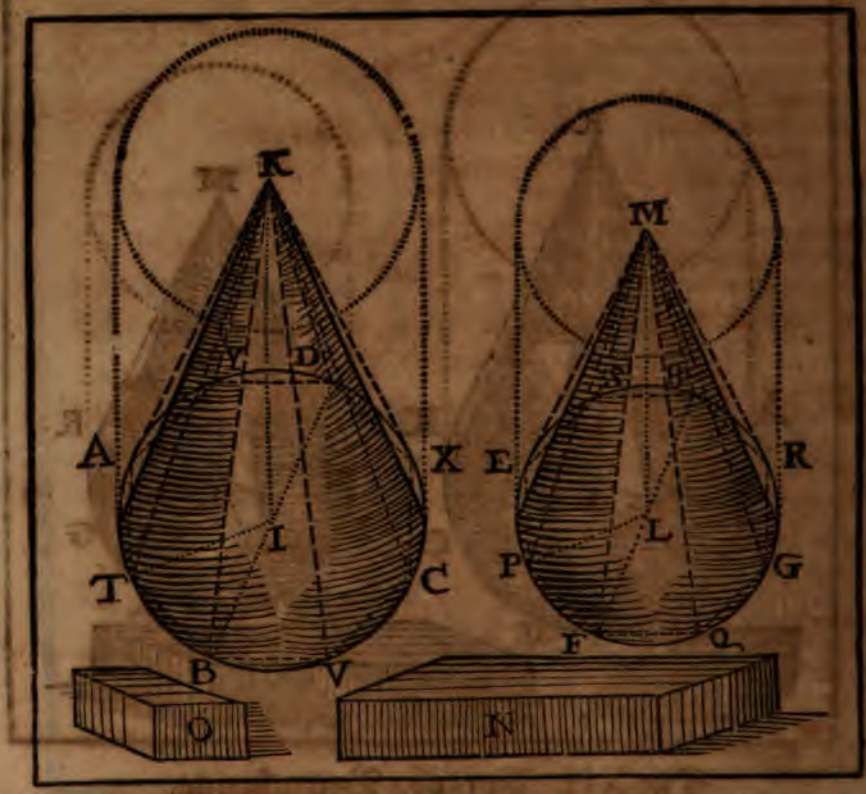
Es seynd gegeben die zwey gleichförmige Kögeln und Waltze / deren Bases die Zirckeln ABCD / EFGH / und die Diametern ihrer Basen BD / FH / und die achste IK / LM seint. Diesem nach sagt man / daß der eine Kögel / zu den andern / und auch eine Waltze zu der andern sich in dreymahliger Verhaltnuß der jenen / welche ein Diameter zu dem andern hat / verhalte.

Beweiß.

Wann es nicht geglaubet wird / so seye / daß der Kögel ABCDK zu einer andern Grösse / wie nemlich zu N / in dreymahliger Verhaltnuß / welche der Diameter BD / zu dem Diameter FH hat / stehe.

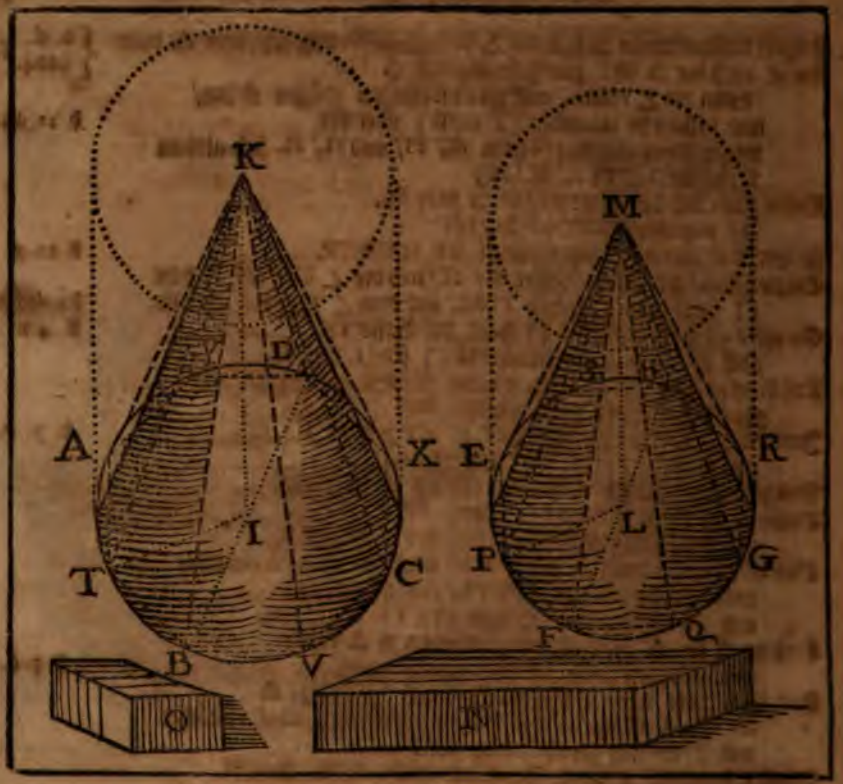
Nun ist klar / daß N entweder ⌝ / oder ⌜ / als der Kögel EFGHM seyn muß.

Dann wann sie ihme gleich wäre: so hätte der Kögel ABCDK einerley Verhaltnuß zu dem Kögel EFGHM und der Grösse N.



Und dahero wäre der Kögel ABCDK/ zu dem Kögel EFGHM auch in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ so der Diameter BD/ zu dem Diameter FH hat.
welches aber hier noch nicht zugelassen wird.
Setze dahero gesetzt/ daß N ⌐ seye/ als der Kögel EFGHM umb die Grösse O.
Diesem nach zubereite und verfertige die Figuren / gleich wie in der vorhergehenden Vorgab geschehen ist/ damit man beweisen möge/ daß die Spitzsäule EPFQGRS ⌐ seye/ als N.
Hange hernach TI und FL zusammen.
Dieweilen der Kögel ABCDK gleichförmig gegeben ist dem Kögel EFGHM.
So werden sie ihre Diametern und Achsten gegen einander geproportionirter haben. d. 24. def. 11.
Und dahero seyn BD. FH (oder BI. FL) :: IK. LM. d. 15. 5.
Und durch die Verwexlung BI. IK :: FL. LM.
Nunmehro ist in dem △ BIK der ∠ BIK ⊓ dem ∠ FLM in △ FLM (dann beyde rechte ∠ seynd) d. 3. def. 11.
Und die Seiten BI/ IK seynd geproportionirt denen Seiten FL/ LM.

Folget/ daß auß dieſer Urſach der △ BIK gleichförmig ſeye/ dem △ FLM { p. 6. und 4.
So iſt auch der △ BIT gleichförmig dem △ FLP.
(dann die ∠ I und L auff gleichförmigen Bögen ſtehen/
und dahero ſie einander ∏ ſeynd; über diß p. 22. def. 9.
wegen deren gleichen Seiten BI/ TI/ und FL/ PL ſich eben-
dan verhaltet BI/ TI :: FL/ PL)
Dahero wie ſich verhaltet KB/ BI :: MF/ FL.
als wie aber BI/ BT :: FL/ FP.
Folget/ daß aus dergleichen ſeye KB/ BT :: MF/ FP. p. 22. 5.
Entzwiſchen/ weilen die Seite BI/ IK/ und der ∠ BIK deß △ BIK
∏ ſeynd/ denen Seiten TI/ IK/ und dem ∠ TIK deß △ TIK. p. 3. def. 11.
So wird auch die Baſis BK ∏ ſeyn/ der Baſis TK. p. 42.
auff dieſe Weiſe wird auch FM ∏ ſeyn/ der PM.
Und hierdurch wegen Gleichheit deren Seiten werden KB/ KT
geproportionirt ſeyn/ denen MF/ MP.
Jndeme ſich aber verhaltet KB/ BT :: KT zu derſelben BT. p. 7. 5.
und auch MF/ FP :: MP/ zu derſelben FP.
Vorgehends ſich auch verhalten KB/ BT :: MF/ FP.
Dahero ſeyn werde KT/ BT :: MP/ FP.
und durch die Umbkehrung BT/ KT :: FP/ MP.
Das iſt/ in denen zwey △ BKT/ FMP ſeynd die Seiten einander
proportionirlich/ nemlich TK/ KB :: PM/ MF/
und KB/ BT :: MF/ FP/ und BT/ TK :: FP/ PM.
Dahero iſt der △ BKT gleichwincklicht dem △ FMP.
und deßwegen auch einander gleichförmig. p. 5. 6.
Auff ſolche Art wird bewieſen/ daß auch die übrige △
der Spitz-Säule ATBVCXDY und EPFQGRHS einander
und unter ſich gleichförmig ſeynd.
Weilen demnach gedachte Spitzſäule auch an der Anzahl
die △ beyderſeits einander gleich haben.
So werden eben dieſe zwey Spitzſäulen einander gleichförmig ſeyn/ p. 9. def. 11.
Und deßwegen ſich gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß
derjenen/ welche ein gleichformig-haltnuß ſagende Seiten
BT/ zu der andern FP hat/ verhalten. p. 8. Cor. 12.
Es iſt unterdeſſen BT/ FP :: BI/ FL.
(dann der △ BIT gleichförmig iſt/ dem △ FLP)
Und auch als wie BI/ FL :: BD/ FH. p. 15. 5.
Dahero wird eine Spitzſäule/ zu der andern in dreymahliger
Verhaltnuß ſeyn/ derjenen/ welche ein Diameter BD
zu dem andern EH hat.
Es iſt aber auch anfanglich geſetzt worden/ daß der Kögel
ABCDK zu N in dreymahliger Verhaltnuß derjenen
ſeye/ welche ein Diameter BD/ zu dem andern FH hat.
So folget dann/ daß ſich die eine Spitzſäule ATBVCXDY zu
der andern Spitzſäule EPFQGRHS verhalte/ als wie der
Kögel ABCDK/ zu der Gröſſe N.
Unterdeſſen iſt die Spitzſäule ATBVCXDY ⌝ als der Kögel
ABCDK (nemlich der Theil iſt ⌝/ als ſein gantzes).



Dahero die Spitzsaule EPFQGRHS auch ⅂ seyn muß:
als die Grösse N/ welche aber anfänglich ist ⌐ bewiesen worden/ als dieselbe Spitzsäule. So gantz ungereimt ist.
Darauß schlieffet man aber/ daß also die Grösse N nicht ⅂/ als der Kögel EFGHM seyn könne.
Setze man jetzund/ daß N ⌐ seye/ als der Kögel EFGHM.
Weilen schon anfänglich gesetzt worden ist/ daß der Kögel ABCDK zu N in dreymahliger Verhaltnuß seye der jenen/ welche ein Diameter BD/ zu dem andern FH hat.
Und auch durch das vorgehende bewiesen worden ist/ daß die Spitzsäule ATBVCXDY/ zu der Spitzsäule EPFQGRHS in dreymahliger Verhaltnuß seye derjenen/ welche der Diameter BD/ zu dem andern Diameter FH hat.
So wird demnach seyn/ daß/ als wie sich der Kögel ABCDK/ zu N verhaltet; also sich eine Spitzsäule zu der andern verhalten werde.
Und durch die Umbkehrung/ wie N/ zu dem Kögel ABCDK; also wird die andere Spitzsäule EPFQGRHS/ zu der ersten Spitz-Säule ATBVCXDY seyn.

Indeme aber die Spitzsäule EPFQGRS zu der Spitzsäule ATBVCXDY in dreymahliger Verhaltnuß ist / deren gleichförmig-haltnuß-sagenden Seiten PF / zu TB. (oder deß Diameters FH / zu BD) d. 8. Cor. 12.

So wird auch N / zu dem Kögel ABCDK in dreymahliger Verhaltnuß seyn / der jenen / welche der Diameter FH / zu BD hat.

Seye unterdessen gesetzt / daß / als wie N / zu dem Kögel ABCDK sich verhalte: also der Kögel EFGHM / zu einer Grösse / als wie zu O / seye.

Indeme aber jetzund N ⌐ ist gesetzt worden / als der Kögel EFGHM.

So wird auch der Kögel ABCDK ⌐ seyn müssen / als O. d. 14. 5.

Und deßwegen wird der Kögel EFGHM / zu der Grösse O (welche ⌐ ist / als der Kögel ABCDK) auch in dreymahliger Verhaltnuß seyn / derjenen / welche der Diameter FH / zu dem Diameter BD hat.

Welches aber ungereimt ist; massen schon vorgehends bewiesen worden ist / daß nicht seyn könne / daß ein Kögel zu einer andern Grösse / welche ⌐ / ist also der andere Kögel in dreymahliger Verhaltnuß der jenen stehe / welche die Diametern deren Basen gegen einander haben.

Dahero ist N auch nicht ⌐ / als der Kögel EFGHM / sondern sie muß nothwendig demselben ⌐ seyn.

Und darum (weilen man anfänglich gesetzt hat; daß der Kögel ABCDK / zu N in dreymahliger Verhaltnuß seye / deß Diameters BD / zu dem Diameter FH)

Auch derselbe Kögel ABCDK / zu dem andern Kögel EFGHM in dreymahliger Verhaltnuß seyn werde / derjenen / welche der Diameter BD / zu dem Diameter FH hat. d. 7. 5.

Letztlich / weilen die Waltze / gerad dreyfach seynd deren Kögeln / welche einerley Höhe und Baseś haben.

So werden auch die Waltze / eine zu der andern / in dreymahliger Verhaltnuß seyn / derjenen / welche ein Diameter der einen Basis / zu dem Diameter der andern Basis hat.

Welches zu beweisen ware.

Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine Waltze mit einer Fläche/ so denen gegenüberstehenden Basen Parallel ist/ durchschnitten wird: so werden sich die Waltzen-Stücke gegen einander verhalten/ gleich wie ihre Achste.

Es ist gegeben/ daß die Waltze AB mit der Fläche EF/ welche denen Basen A und B = ist/ durchschnitten seye. Diesem nach sagt man/ daß/ als wie sich die Achste AG / zu GB verhalte: also sich das Waltzenstücke AG zu dem Waltzenstück GB verhalten werde.

Zubereitung. Nehme nach Gefallen auff der Lini GB einen gerad-auffmessenden Theil / gleich wie GH/ welcher zu einem Exempel/ der vierdte Theil von GB ist.

Durch diesen ziehe die Fläche CHD =/ denen Basen A und B.

Beweiß. Dieweilen GH der vierdte Theil von der Lini GB ist.

So werden nothwendig in die übrigen HB/ noch drey Theile/ (welche insonderheit ∏ seynd der GH) seyn müssen.

Wann man nun durch solche auch einige Fläche/ so denen Basen = seint/ ziehet;

So wird man drey Waltzenstücke hierauß kriegen / deren eine jede insonderheit ∏ ist / dem Waltzenstücke EFDC d. 11. 12. (dann sie einerley Höhe und Bases haben).

Dahero ist das Stück EFDC sowol der vierte Theil der Waltze GB/ als die Lini GH der vierdte Theil der Achste / oder Lini GB

Unterdessen setze man/ daß GH in der Linien AG gerad dreymahlen seye/ und durch solche Theile auch einige Fläche/ welche denen Basen = seynd/ gezogen worden seynd.

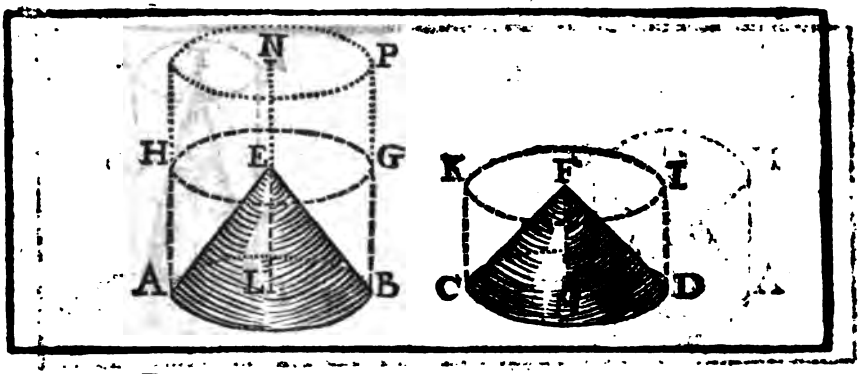
So wird/ als wie vorgehends / bewiesen/ daß auch drey Waltzen-stücke in dem Stück AG seyn werden/ deren ein jedes insonderheit ∏ ist/ dem Waltzenstück EFDC.

Dahero/ wie offt die Lini GA einen vierdten Theil von der Lini GB begreiffet: so offt wird auch das Waltzenstück AG einen vierdten Theil von dem Waltzenstück GB begreiffen. u. s. f.

Darumb wie sich verhaltet die Achste AG/ zu der Achste GB; also sich verhalten werde das Waltzenstück AG/ zu den Waltzen-stück GB. d. 6. def. 5.

Welches zu beweisen ware.

Mercke/ was man hier mit dem vierten Theil bewiesen hat / mag auch mit einem jeden andern untervilfachen Theil bewiesen werden.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

Die Waltze und Kögeln/ welche gleiche Baſes haben/ verhalten ſich gegen einander/ als wie ihre Höhe.

Es ſeynd gegeben die Waltze LN/ MF/ welche gleiche Baſes AB/ CD/ haben. Dieſem nach ſagt man/ daß ſich die Waltze LN/ zu der Waltze MF verhalte/ gleich wie die Höhe LN/ zu der Höhe MF.

Zubereitung.

Auff der Gröſſern Höhe LN/ mache LE ⊓/ der MF/
Durch E ziehe die Fläche HG ═/ denen Baſen.
ſo entſtehet darauß die Waltze LE und EN.

Beweiß.

Die Waltze LE iſt ⊓/ der Waltze MF. 8. 11. E.
Unterdeſſen verhaltet ſich die Waltze LN/ zu der Waltze LE/ als wie die achſte/ oder Höhe LN: zu der Achſte/ oder Höhe LE/ oder dergleichen MF. 8. 12. 12.
Darumb wird ſich auch die Waltze LN/ zu der Waltze MF verhalten/ gleich wie die Höhe LN/ zu der Höhe MF.
Weilen nun die Kögeln gerad ein dritter Theil deren Waltze ſeynd. 8. 10. 12.
So folget/ daß ſich auch ein Kögel zu dem andern verhalte: als wie eine Höhe zu der andern. 8. 15. 5.
Welches zu beweiſen ware.

Die XV. Vorgab. Betrachtung.

Gleiche Waltze/ und Kögeln haben ihre Bases und Höhe Widerkehrlich geproportionirter: und welche ihre Bases/ und Höhe widerkehrlich geproportionirter haben/ seynd einander gleich.

Es seynd gegeben die zwo gleiche Waltze LC/ MF. Diesem nach sagt man/ daß sich die Basis AB/ zu der Basis DE verhalte/ als wie die Höhe MF/ zu der Höhe LC.

Zubereitung.

Auff der grössern Höhe MF/ mache MN ∏/ der LC.
Ziehe durch N die Fläche NO ═/ denen Basen.
Woraus die zwey Waltze DO/ OK erwachsen.

Beweiß.

Die zwey Waltze LC/ MN haben einerley Höhe. d. d. Zub.
Dahero als wie sich haltet die Basis AB/ zu der Basis DE;
Also ist die Waltze LC/ zu der Waltze MN. d. 11. 12.
Als wie sich aber verhaltet die Waltze LC/ zu der Waltze MN:
Also ist die Waltze MF/ zu derselben Waltze MN. d. 7. 5.
(dann die Waltze LC ∏ gegeben ist/ der Waltze MF)
Und auch wie die Waltze MF/ sich zu der Waltze MN verhaltet/ d. 14. 12.
Also ist die Lini/ oder Höhe MF/ zu der Lini oder Höhe MN.
Folget darumb letztlich/ daß sich die Basis AB/ zu der Basis DE verhalte; als wie die Höhe MF/ zu der Höhe LC
Welches zum ersten zu beweisen ware.

Wann sich hernach die Basis AB/ zu der Basis DE verhaltet/
Als wie die Höhe LC/ zu der Höhe MF/ so sagt man/
Daß die Waltze LC ∏ seye der Waltze ME.
Die Zubereitung bleibet wie vorgehends.

Weilen es ist/ als wie die Basis AB/ zu der Basis DE ::
die Höhe MF/ zu der Höhe LC. d. d. Vorg.
Als wie sich aber die Basis AB/ zu der Basis DE verhaltet ::
ist die Waltze LC/ zu der Waltze MN. d. 11. 12.
(dann sie einerley Höhe haben).
Und als wie die Höhe MF zu der Höhe LC/ oder dergleichen MN/
:: ist die Waltze MF/ zu der Waltze MN. d. 14. 11.
Dahero auch seyn werde; als wie sich verhaltet die Waltze LC/
Zu der Waltze MN :: die Waltze MF/ zu derselben Waltze MN.
Und deßwegen ist die Waltze LC ⊓/ der Waltze MF. d. 9. 5.
Unterdessen seynd die Kögeln grad ein Drittheil von d. 10. 12.
denen Waltze/ u. s. f.
Dahero solche ihre Bases und Höhe auch widerkehrlich gepro-
portionirter haben. u. s. f.

Welches zu beweisen ware.

Die XVI. Vorgab. Handgriff.

Es seynd zwey Zirckeln/ so einerley Mittel-Punct haben / gegeben/ man verlanget in dem gröſſern Zirckel ein gleichseitiges Viel-Eck/ welches gleiche und an der Anzahl gerade Seiten habe/ einzuschreiben/ doch/ daß sothanes Viel-Eck den kleinern Zirckel nicht berühre.

Es seynd gegeben die zwey ungleiche Zirckeln ABC/ DEF/ welche einerley Mittel-Punct G haben. Diesem nach verlangt man in dem gröſſern Zirckel ABC ein gleichseitiges Viel-Eck/ so die Seiten an der Anzahl grad hat/ einzuschreiben / doch mit diesem Geding / daß solches den kleinern Zirckel DEF nicht berühre.

Handgriff.

Ziehe durch den Mittel-Punct G die gerade Linì AC/
welche den Zirckel DF in E durchschneide.
Durch E ziehe HEI bleyrecht auff AC/ und daß sie
den Zirckel DEF in E berühre. d. 16. 3.
Indeme nun der Bogen ABHC ⌐ ist/ als der Bogen HC. d. 9. ax. 1.
wann man unterdessen auß ABHC die Helffte/ nemlich
AB hinweg nemmet; und abermahlen auß der übrigen
Helffte BC/ die Helffte/ und auß der übergebliebenen Helffte
wiederumb die Helffte abziehet u. s. f.
So ist klar/ daß letzlich ein Bogen überbleiben werde/ welcher ⌐
seyn solte/ als der Bogen HC. d. 2. Lem. 2.
Gesetzt ein solcher Bogen seye KC/ so ⌐ ist/ als der Bogen HC.
Ziehe K. C zusammen.
So wird KC eine Seite von dem verlangten Viel-Eck seyn.

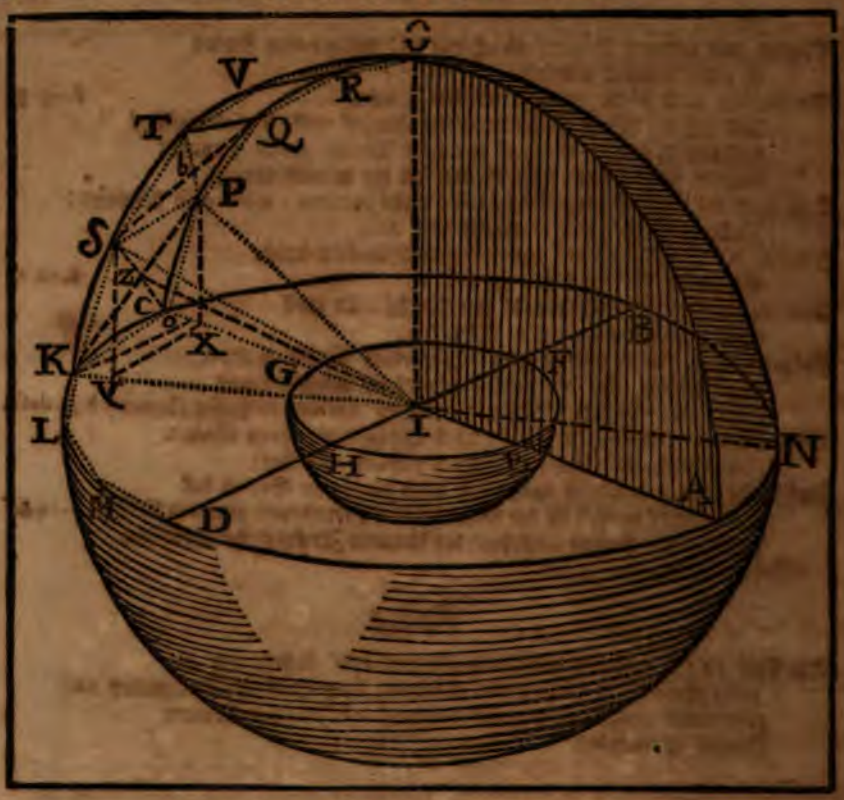
Beweiß.

Weilen der Bogen KC ein gerader Theil / nemlich die
Helffte von einer andern Helffte/ und so fort/ ist.
So folget klar/ daß derselbe KC den gantzen Zirckel ABC
grad auffmesse/ und auch die Bögen an der Anzahl gleich habe.

Wann nun ſothane Bögen/ gleich wie KC mit geraden Linien
ſo unterſpannet werden.
So werden auch ſolche Linien einander ⊓ ſeyn. d. 29. 3.
Und dahero iſt das eingeſchriebene Vieleck erſtlich gleichſeitig/
alsdann wegen der Bögen/ ſo an der Anzahl gerad gemacht
worden ſeynd/ hat es die Seiten an der Anzahl gerad.
Daß aber diß Viel-Eck den Zirckel DEF nicht berühre / wird alſo bewieſen:
Ziehe vorhero KML bleyrecht auff AC.
Indeme die ∠ HEM/ KME zween rechte Winckeln ſeynd.
So wird HI = ſeyn / der LK. d. 28. 1.
Unterdeſſen berühret die Lini HI den Zirckel DEF bloß
allein in einem Puncten/ nemlich in E.
Folget darum/ daß die andere Lini LK denſelben Zirckel gar
nicht berühre / ſondern völlig auſſerhalb denſelben ſeye.
(dann zwey Parallel-Linien niemahlen zuſammen ſtoſſen können) d. 34. def. 1.
Dahero wird KC denſelben Zirckel noch weniger berühren können.
(dann ſolche noch weiter/ als LK darvon abſtehet)
Auff ſolche Weiſe beweiſet man / daß auch die übrige Seiten deß
Viel-Ecks (maſſen ſie der Seiten CK ⊓ ſeynd/ und von dem Mittel- d. 14. 3.
Punct G gleich weit abſtehen) den kleinern Zirckel nicht berühren.
Welches zu machen ware.

Folge.

Die Lini LK/ ſo bleyrecht auff dem Diameter AC ſtehet/ und die
zwey Seiten deß Viel-Ecks (welche an dem Ende deß Diameters AC
zuſammen ſtoſſen) zuſammen hanget/ berühret den kleinern
Zirckel niemahlen.



Die XVII. Vorgab. Handgriff.

Es seynd zwo Kugeln gegeben/ welche auß einem Mittel-Punct beschrieben seynd. Man verlanget in die gröſſere Kugel eine vielflächige Figur einzuschreiben/ welche die Fläche der kleinern Kugel nirgends berühren.

Es seynd gegeben die zwo Kugeln ABCD/ EFGH/ welche aus einem Mittel-Punct I beschrieben seynd. Man begehrt in die gröſſere ABCD eine vielflächige Figur also einzuschreiben/ daß sie auff keine Weise die Fläche der gegebenen kleinern Kugel berühre.

Mercke/ die zwey Kugeln seynd allhier nur halb schattirter angezeigt.

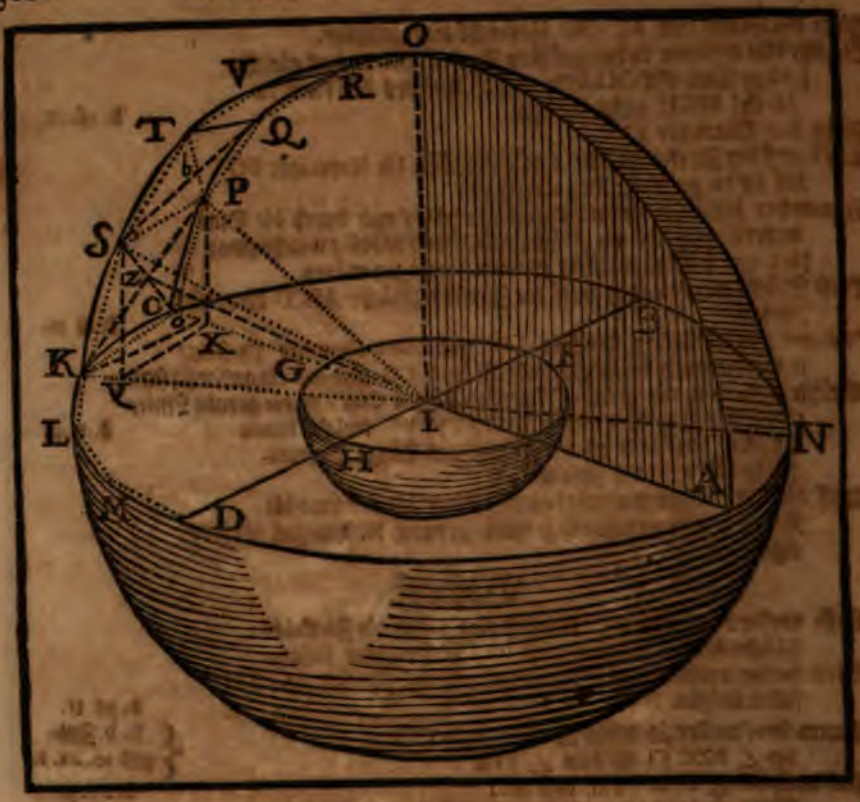
Handgriff.

Durchschneide beyde Kugeln mit einer Fläche / welche durch dero Mittel-Punct I gehe/ und die zween Zirckeln ABCD und EFGH mache.

Ziehe die Diametern AC/BD bleyrecht auff einander.
Ein ſchreibe alsdann in den gröſſern Zirckel ABCD das gleichſeitige Viel-Eck CKLMD u. ſ. f. welches den kleinern Zirckel EFGH nicht berühre. d. 26. 12.
Ziehe den Diameter KIN.
Aus I auff der Zirckel-Fläche ABCD/ erhöhe die bleyrechte IO biß an die gröſſere Kugels-Fläche.
Nunmehro bilde dir ein/ als wann durch IO/ und durch die Diametern AC/ KN die Fläche AOC/ und KON (welche zwar hier nur halb angedeutet worden) gezogen wären.
Dieſe Fläche werden auch auff der Zirckels-Fläche ABCD bleyrecht ſtehen. d. 18. 11.
Indeme nun die halben Zirckeln AOC und KON einander ⊓ ſeint/ ſo werden auch deren Viertels-Bögen CO/ und KO einander ⊓ ſeyn.
Ertöhle dahero in die gleiche Viertels-Bögen CO/ KO die gerade Linien CP/ PQ / QR/ RO und KS/ ST/ TV/ VG/ welche denen CK/ KL/ LM/ MD an der Anzahl und Länge ⊓ ſeint. d. 1. 45
Ziehe SP/ TQ/ VR zuſammen.
Auff dieſe Weiſe kan man mit denen übrigen Theilen umb die Kugel herum verfahren/ ſo wird hernach die Vorgab verfertiget ſeyn.

Beweiß.

Laſſe vorhero auß denen Puncten P und S auff die Zirckels-Fläche ABCD die bleyrechte PX/ SY herunter fallen.
Dieſe werden nothwendig in die gemeine Durchſchnitte AC/ KN fallen müſſen. d. 38. 11.
Nunmehro/ weilen in denen △ CXP und KYS der ∠ PXC ⊓ iſt/ dem ∠ SYK } d. d. Zub. und 10. ax. 1.
Und auch der ∠ PCX ⊓ iſt/ dem SKY d. 27. 3.
(dann ſie in gleichen Umbkreiß-Stücke PC/ SK ſtehen)
Letztlich die Seiten CP ⊓ iſt/ der Seiten KS. d. d. Hand.
So werden auch die zwo übrige Seiten PX und XC ⊓ ſeyn/ denen zwo übrigen Seiten SY und IK d. 26. 1.
Wann man dahero von denen gleichen IC/ IK/ die gleiche XC und YK abziehet/
So wird verbleiben IX ⊓/ der IY. d. 3. ax. 1.
Deßwegen wird in dem △ CIK ſeyn IX/ XC :: IY/ IK d. 7. 5.
und folgends ſchlieſſet man/ daß YX = ſeye/ der KC. d. 2. 6.
Unterdeſſen/ indeme PX ⊓ bewieſen worden iſt/ der SY. d. d. Vorg.
Und darzu beyde auff einer Fläche ABCD bleyrecht ſtehen/
So wird PX = ſeyn/ der SY/ d. 6. 11.
Und auch SP =/ und ⊓ der YX. d. 33. 1.
Und wiederumb SP wird = ſeyn/ der KC. d. 9. 11.
Nun folget auß dieſem/ daß die Vierſeitige Figur KSPC auff einer Fläche allein/ und auff dieſe Art auch die übrige Vierſeitige Figuren TQPS/ VRQT/ und letztlich der △ KOV d. 7. 11.



ein jedes auff seiner besondern Fläche seye. b. 2. 11.

Und alsofort kan man leichtlich beweisen / daß die gantze Kugel ABCD mit dergleichen vier- und dreyseitigen Figuren / von denen eine jede auff seiner besondern Fläche lieget / umbschlossen seye / und dahero eine vielflächige Figur ist eingeschrieben worden.

Jetzund aber stehet zu beweisen / daß gedachte Fläche den Umbkreiß der kleinern Kugel auff keine Weise berühren.

Ziehe vorhero auß dem Mittel-Punct I. die Lini IZ / bleyrecht in die vierseitige Fläche KC PS. b. 11. 12.

Hernach hange ZP / ZC / ZS / ZK zusammen

Letztlich ziehe auß K die Lini KO bleyrecht auff CA.

Diesem nach ist erstlich klar / daß sich verhalte IC / CK :: IX / XY. IC aber ist Γ / als IX (nemlich das gantze ist Γ als sein Theil. { b. 4. Cor. 1. 6. und b. Vor.

Dahero wird auch CK Γ seyn / als XY (oder die gleiche PS.) b. 14. 5.

Auff solche Weise ist SP Γ / als TQ Γ / und TQ Γ / als VR.

Entweiſchen/ weilen LIZP/ IZC/IZK/ IZS vier rechte ∠ ſeynd gemacht worden/

Und die Seiten IC/ IP/ IS/ IK einander ⊓ ſeynd. und die Seiten IZ allen vier △ gemein iſt. b. 15. def. 1.

So folget/ daß ZP/ ZC/ZK/ ZS auch einander ⊓ ſeynd.

Dahero/ wann man auß Z mit der Weite ZP einen Zirckel ſchreibet/ wird ſolcher nothwendig durch die andere drey Puncten C/ K/ S/ gehen/ und hierdurch die vierſeitige Figur SPCK umbſchreiben müſſen. { b. 47. 1. b. 4. an. 46. 1. b. def. 15. 1.

Wann nun in ſolchem Zirckel alle vier Seiten SP/ PC/ CK/ KC der umbſchriebenen vierſeitigen Figur einander ⊓ wären; b. 3. def. 4.

So müſten auch die Bögen/ welche von gedachten vier Seiten unterſpannet werden/ einander ⊓ ſeyn.

Und dahero eine jede Seiten juſt einen Viertels-Bogen von dem gantzen Umbkreiß unterſpannen. b. 28. 3.

Indeme aber KC ⌜ iſt bewieſen worden/ als SP. ſo wird dann dieſelbe KC mehr als ein Viertels-Bogen unterſpannen. b. b. Vor.

Unterdeſſen verhalten ſich die ∠ in denen Zirckel gegen einander Gleich wie ihre Umbkreiß-Stücke/ darauff ſie ſtehen. b. 33. 6.

Nun iſt das Umbkreiß-Stücke KC allererſt bewieſen worden ⌜/ als ein Viertels-Bogen/ welcher allezeit einen geraden ∠ beſchlieſſet.

Dahero folget/ daß alſo KG dem ſtumpffen ∠ CZK mache/ Und darum wird das □ auff KC ⌜ ſeyn/ als beyde □ auff ZC und ZK ſammentlich.

Die beyden □ aber auff ZC und ZK wegen gleichen Seiten ● ſeint auch einander gleich. b. 12. 2.

Deßwegen wird das □ auff KC ⌜ ſeyn/ als doppelt das □ auff ZC.

Ferner iſt der ∠ AIK ⌜ / als ein rechter ∠. (Dann des ∠ AID ein rechter ∠ gemacht worden iſt) b. 9 ax. 1.

Dieſem ∠ AIK aber ſeint ⊓ beyde ∠ IKC/ und IKC ſammentlich/ (welche ſonſten unter ſich ſelbſt einander ⊓ ſeint). b. 30. 1. b. 5. 1.

Dahero wird die Helffte von beyden ∠/ als wie der ∠ ICK ⌜ ſeyn/ als ein halb rechter ∠.

Darumb wird in dem △ COK (maſſen der ∠ COI ein rechter ∠ iſt/ und der ∠ ICK ⌜ / als ein halbrechter ∠) der dritte ∠ CKO nothwendig ¬ ſeyn/ als der ∠ ICK/ b. b. Zuß.

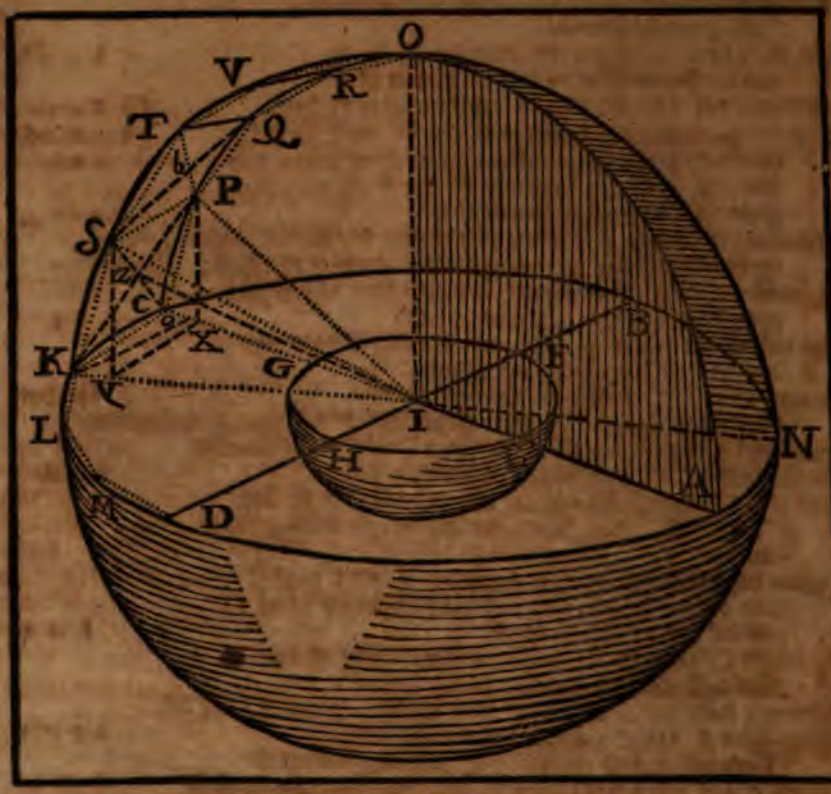
Und folgends die Lini Ko ⌜ ſeyn/ als die Lini Co. b. 32. Cor. 1. b. 19 1.

Dahero iſt klär/ daß das □ auff KC (welches ſonſten ⊓ iſt/ denen zwey □ auff Ko und Co) ¬ ſeyn werde/ als das □ auff der gröſſern Seiten Ko zweymahlen genommen.

Unterdeſſen iſt ſchon bewieſen worden/ daß daſſelbe □ auff KC ⌜ ſeye/ als das □ auff ZC zweymahlen genommen.

Dahero wird das □ auff Ko einmahlen genommen/ auch ⌜ ſeyn/ als das □ auff ZC/ auch einmahlen genommen.

Dieſem nach/ weilen das □ auff IC ⊓ iſt/ denen zwey □ auff IZ und ZC, b. 47. 1.



Und auch das □ auff IK ⊓ ist / denen zwey □ auff IO und KO. d. 47. 1.
wegen gleichen Seiten aber ist das □ auff IC ⊓ / dem □ auff IK. d. 15. def. 1.
Dahero seynd auch die zwey □ auff IZ und ZC ⊓ / denen zwey □
auff Io und Ko.
Wann man nun beyderseits die zwey ungleiche □ / nemlich das
kleinere □ auff ZC / und das gröſſere □ auff KO von denen
gleichen □ auff IC und IK abziehet.
So ist klar / daß das übrige □ auff IZ ⊏ seyn werde / als das
übrige □ auff IO. d. 5. ax. 1.
Und folgends wird auch die Lini IZ ⊏ seyn / als die Lini Io. d. 4. am. 46. 1.
Unterdessen ist der Punct o (das ist die Lini Ko) ausserhalb
der Kugel EFGH / und kan dieselbe nicht berühren. d. 16. Cor. 12.
Folget / daß noch vielweniger die Fläche KSPC / worauff Z
der nechste Punct gegen den Mittel-Punct I ist / gedachte
kleinere Kugel EFGH berühren werde. u. s. f.
Eben auff diese Weise beweiset man / daß die Fläche STQP.
TVRQ / VOR die Kugel EFGH nicht berühren können / u. s. f.

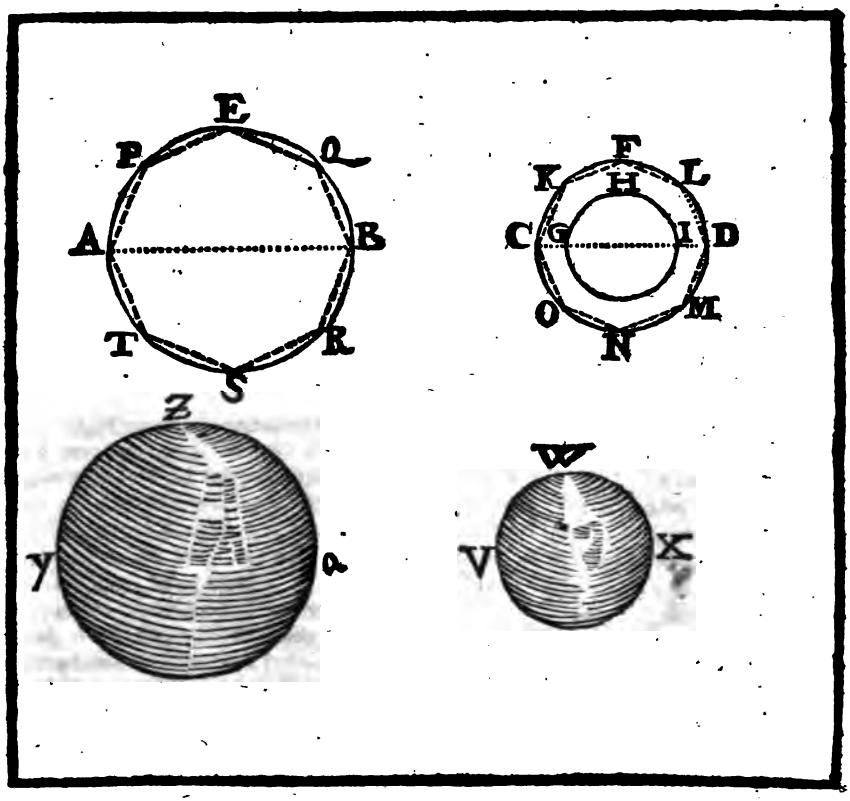
Dahero iſt die vielflächige Figur ORV. TQPS/ u. ſ. f. welche die kleinere Kugel nicht berühret/ in die Kugel ABCD eingeſchrieben worden.
Welches zu machen ware.

Folge.

Wann in einer andern Kugel auch eine vielflächige Figur gleichförmig der erſt eingeſchriebenen vielflächigen Figur / eingeſchrieben wird: ſo wird ſich eine vielflächige eingeſchriebene Figur / zu der andern gleichförmig eingeſchriebenen vielflächigen Figur in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche der einten Diameter/ zu dem Diameter der andern hat/ verhalten.

Dann klar iſt/ wann beyde Kugeln umb einen Punct geſtöhlt werden/ (wie vorgehends geſchehen iſt) daß ſie wegen einerley einfallenden geraden Linien / und gleicher Außtheilung / in gleichformige / und an der Anzahl gleichen Spitzſäule (als wie in der gröſſern Kugel die Spitzſäule KSPCI/ deſſen Baſis KSPC und der Spitze I iſt) abgetheilt werden.

Nun verhalten ſich gleichförmige Spitzſäule gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seiten (nemlich deren halb-Diametern CI/ GI d. Cor. 2. Vorg. 11): das iſt / die gröſſere Spitzſäule KSPCI verhaltet ſich gegen der kleinern gleichförmigen Spitzſäule in dreymahliger Verhaltnuß derjenen / welche der gröſſere halb-Diameter CI/ zu dem kleinern halb-Diameter GI hat. u ſ. f. Eine gröſſere Spitzſäule zu einer kleinern Spitzſäule/ ſo viel deren in beyden Kugeln ſeynd: wie aber eine gröſſere Spitzſäule ſich zu einer kleinern Spitzſäule verhaltet; alſo werden ſich alle gröſſere Spitzſäule ſammentlich in einer Kugel (das iſt/ die gantze gröſſere dichte vielflächige Figur) zu allen kleinern Spitzſäule ſammentlich in der andern Kugel (das iſt/ zu der gantzen kleinern dichten vielflächigen Figur) verhalten (d. 12. 5.) und dahero ſich auch die gröſſere vielflächige Figur / zu der kleineren gleichförmig vielflächigen Figur in dreymahliger Verhaltnuß ihrer halb oder gantzen Diametern (d. 15. 5.) verhaltet.



Die XVIII. Vorgab. Betrachtung.

Die Kugeln verhalten ſich gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer Diametern.

Es ſeynd gegeben die zwo Kugeln AEB/CFD und ihre Diametern AB/CD. Dieſem nach ſagt man/ daß ſich die Kugel AEB/zu der Kugel CFD in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche der Diameter AB/zu dem Diameter CD hat/verhalte.

Beweiß.

Geſetzt/ man geſtehe es nicht: ſo wird dannoch die Kugel AEB ſich zu einer andern Kugel/ gleich wie zu GHI (welche ⌝ iſt/ als die Kugel CFD)/ oder zu YZa (welche ⌜ iſt/ als CFD) in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche der Diameter AB/zu dem Diameter CD hat/ verhalten können.

Zulaſſe man anfänglich / daß die Kugel AEB ſich zu der Kugel GHI / (welche ⌝ ſeye / als die Kugel CFD) in dreymahliger Verhaltnuß derjenen / welche der Diameter AB / zu dem Diameter CD hat / verhalte.

Nunmehro bilde dir ein / daß die zwey Kugeln GHI und CFD aus einem Mittel-Punct gezogen ſeynd.

Alsdann einſchreibe in die gröſſere CFD die vielflächige Figur CKFLDMNO / welche die kleinere Kugel GHI nicht berühre. ſ. 17. 22.

Letztlich in die Kugel AEB einſchreibe die vielflächige Figur APE QBRST gleichförmig / der vielflächigen Figur CKFLDMNO.

Dieſem nach iſt klar / daß die gleichförmige eingeſchriebene vielflächige Figur APEQBRST in der Kugel AEB / ſich zu der eingeſchriebenen vielflächigen Figur in der Kugel CFD in dreymahliger Verhaltnuß ihrer Diametern AB / CD / verhalte. ſ. 17. Cor. 3.

Es iſt aber zugelaſſen worden / daß auch die Kugel AEB ſich zu der Kugel GHI in dreymahliger Verhaltnuß / deren Diametern AB / CD / verhalte /

Dahero wird ſich die Kugel AEB / zu der Kugel GHI verhalten: gleich wie die dichte vielflächige Figur APEQBRST / zu der dichten vielflächigen Figur GKFLDMNO.

Und durch die Verwerlung / wird ſich die Kugel AEB zu der dichten vielflächigen Figur APEQBRST verhalten: gleichwie die Kugel GHI / zu der dichten vielflächigen Figur CKLDMNO.

Unterdeſſen iſt die Kugel AEB ⌜ / als die dichte vielflächige Figur APE (nemlich das gantze iſt ⌜ / als ſein Theil).

Folget / daß auch die Kugel GHI ⌜ ſeye / als die dichte vielflächige Figur CKFLDMNO (der Theil ⌜ als ſein gantzes) So ungereimt iſt.

Dahero ſchlieſſet man / daß die Kugel AEB ſich nicht zu einer andern Kugel / welche ⌝ iſt / als die Kugel CFD in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern AB zu DC verhalte.

Seye zum andern mal zugelaſſen / daß ſich die Kugel AEB zu der Kugel YZa (welche ⌜ ſeye / als die Kugel CFD) in dreymahliger Verhaltnuß derjenen / ſo der Diameter AB / zu dem Diameter CD hat / verhalte.

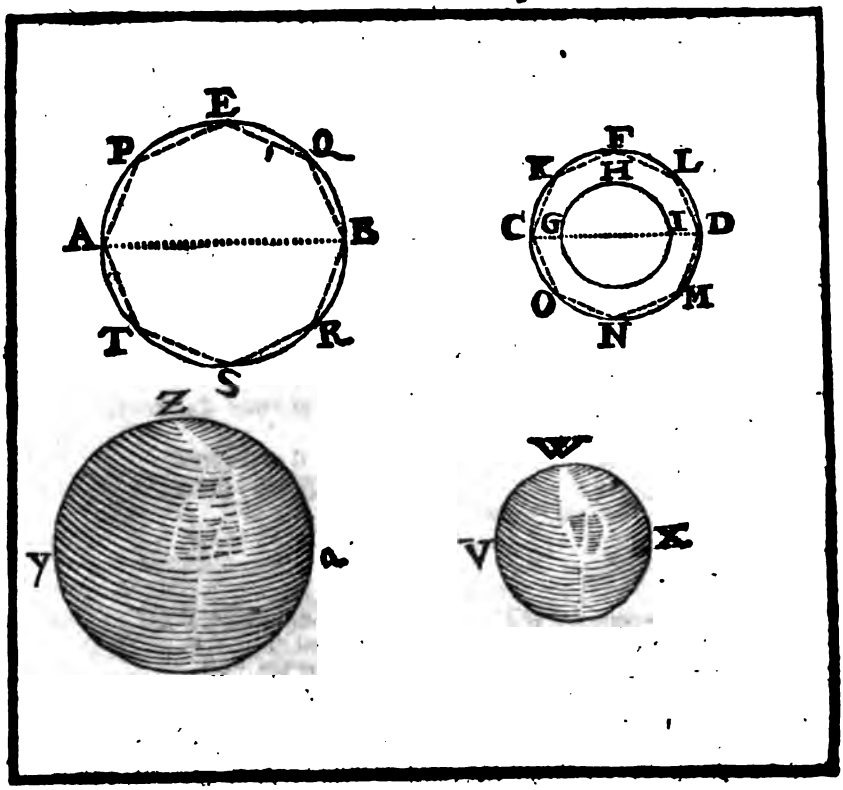
Weilen dann die vielflächige Figur APEQBRST ſich zu der gleichförmigen vielflächigen Figur CKFLDMNO in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern AB / CD / verhaltet. ſ. 17. Cor. 12.

So wird ſich auch die Kugel AEB zu der Kugel YZa verhalten: gleichwie die vielflächige Figur APEQBST / zu der vielflächigen Figur CKFLDMNO.

Und durch die Verwerlung wird ſich die Kugel YZa zu der Kugel AEB verhalten: als wie CKFLDMNO / zu APEQBRST.

Es verhaltet ſich aber CKFLDMNO / zu APEQBRST in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern / nemlich CD / zu AB. ſ. 7. Cor. 12.

Dahero wird ſich auch die Kugel YZa / zu der Kugel AEB in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern CD / zu AB / verhalten.



Unterdessen setze man/ daß/ wie sich die Kugel YZa zu der Kugel AEB verhalte: also seye die Kugel CFD/ zu einer andern Kugel/ gleich wie zu VWX.

So wird die Kugel CFD sich auch zu der Kugel VWX in dreymahliger Verhaltnuß ihrer Diametern CD / AB verhalten müssen.

Nun ist die Kugel YZa ⌜ gesetzt worden / als die Kugel CFD.

Dahero folget / daß auch die Kugel AEB ⌜ seye / als VWX.

Und deßwegen wird sich die Kugel CFD / zu der Kugel VWX welche dann ⌝ ist/ als die Kugel AEB) in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern CD zu AB verhalten müssen. Welches aber ungereimt ist. Dann erst vorgehends bewiesen worden ist/ daß eine Kugel zu einer Kugel/ welche ⌝ ist als die andere CFD nicht in dreymahliger Verhaltnuß ihrer Diametern / sich verhalten könne.

Dahero wird noch unfehlbar die Kugel AEB sich zu der Kugel CFD in dreymahliger Verhaltnuß derjenen / welche der Diameter AB zu dem Diameter CD hat/ verhalten müssen.

Welches zu beweisen ware.